1. **[3 puntos; 1 punto por apartado]** Contesta a las siguientes cuestiones.
   a) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos $A(-3,2)$ y $B(1,5)$.
   b) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A(2,4)$ y es paralela a la recta $r \equiv -x+3y+5=0$.
   c) Halla la ecuación afín de la recta que pasa por el punto $A(-1,2)$ y forma un ángulo de 45° con el eje X.

2. **[1 punto]** Hallar la ecuación general de una recta r que, pasando por el punto $A(2,3)$, forma con la recta $s \equiv 2x+y-1=0$ un ángulo de 45°. ***Nota***: hay dos soluciones.

3. **[1 punto]** Hallar la distancia del punto $P(-1,1)$ a la recta que corta a los ejes X e Y a distancias de 3 y 4 unidades, respectivamente, del origen de coordenadas.

4. **[2 puntos]** La distancia de un punto P a los puntos $A(3,4)$ y $B(-5,6)$ es la misma. Además, la distancia del punto P al eje de abscisas es doble que la distancia al eje de ordenadas. Hallar las coordenadas del punto P. ***Nota***: hay dos soluciones. ***Pista***: los puntos de la mediatriz del segmento AB (perpendicular que pasa por el punto medio) están a la misma distancia de A y de B.

5. **[1 punto]** Hallar el dominio de las siguientes funciones.
   a) $f(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{x}{x^2-4}$
   b) $g(x)=\sqrt{\dfrac{x-3}{x}}$

6. **[2 puntos]** Representa gráficamente la siguiente función definida por trozos. Basándote en la gráfica, estudia la continuidad de la misma.

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-4}{x-1} & \text{si} \quad x\le -2 \\ -x+2 & \text{si} \quad -2<x\le 0 \\ -\dfrac{1}{2}x^2+x+2 & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

1. **[3 puntos; 1 punto por apartado]** Contesta a las siguientes cuestiones.

   a) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos $A(-3,2)$ y $B(1,5)$.

   $$\frac{x+3}{1-(-3)}=\frac{y-2}{5-2}\Rightarrow\frac{x+3}{4}=\frac{y-2}{3}\Rightarrow 3x+9=4y-8\Rightarrow 4y=3x+17\Rightarrow y=\frac{3}{4}x+\frac{17}{4}$$

   b) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A(2,4)$ y es paralela a la recta $r\equiv -x+3y+5=0$.

   Un vector director de r es $\vec{u}=(-3,-1)$. Entonces: $r\equiv\begin{cases}x=2-3\lambda\\ y=4-\lambda\end{cases}$

   c) Halla la ecuación afín de la recta que pasa por el punto $A(-1,2)$ y forma un ángulo de 45° con el eje X

   La pendiente de la recta es $m=\text{tg}\,45^{\circ}=1$. Por tanto, la ecuación punto-pendiente es $y-2=1(x+1)$. Despejando obtenemos la ecuación afín: $y-2=x+1\Rightarrow y=x+3$.

2. **[1 punto]** Hallar la ecuación general de una recta r que, pasando por el punto $A(2,3)$, forma con la recta $s\equiv 2x+y-1=0$ un ángulo de 45°. ***Nota***: hay dos soluciones.

   Llamemos m a la pendiente de la recta que nos piden. Como la pendiente de la recta s es -2, tenemos que:

   $tg\,45^{\circ}=\left|\dfrac{m-(-2)}{1+m(-2)}\right|\Rightarrow 1=\left|\dfrac{m+2}{1-2m}\right|$. Nos encontramos pues con dos posibilidades:

   $$1=\frac{m+2}{1-2m}\Rightarrow 1-2m=m+2\Rightarrow -3m=1\Rightarrow m=-\frac{1}{3}\ ;\ -1=\frac{m+2}{1-2m}\Rightarrow -1+2m=m+2\Rightarrow m=3$$

   En el primer caso la recta es $y-3=-\frac{1}{3}(x-2)\Rightarrow 3y-9=-x+2\Rightarrow x+3y-11=0$.

   Y en el segundo caso se obtiene la recta $y-3=3(x-2)\Rightarrow y-3=3x-6\Rightarrow 3x-y-3=0$.

3. **[1 punto]** Hallar la distancia del punto $P(-1,1)$ a la recta que corta a los ejes X e Y a distancias de 3 y 4 unidades, respectivamente, del origen de coordenadas.

   Como la recta corta a los ejes X e Y a distancias de 3 y 4 unidades, respectivamente, del origen de coordenadas, la recta pasa por los puntos $(3,0)$ y $(0,4)$. Así, un vector director de la recta es $\vec{u}=(-3,4)$.

   Hallemos la ecuación general de la recta: $\dfrac{x-3}{-3}=\dfrac{y}{4}\Rightarrow 4x-12=-3y\Rightarrow 4x+3y-12=0$. Por tanto, la distancia del punto $P(-1,1)$ a esta recta será: $\dfrac{|4\cdot(-1)+3\cdot 1-12|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\dfrac{|-4+3-12|}{\sqrt{25}}=\dfrac{|-13|}{5}=\dfrac{13}{5}\,\text{uds}$

4. **[1 punto]** La distancia de un punto P a los puntos $A(3,4)$ y $B(-5,6)$ es la misma. Además, la distancia del punto P al eje de abscisas es doble que la distancia al eje de ordenadas. Hallar las coordenadas del punto P.
Nota: hay dos soluciones. ***Pista***: los puntos de la mediatriz del segmento AB (perpendicular que pasa por el punto medio) están a la misma distancia de A y de B

El punto medio de A y B es $M(-1,5)$. Además, $\overrightarrow{AB}=(-8,2)$. Por tanto, un vector perpendicular a $\overrightarrow{AB}$ es $\vec{v}=(2,8)$. La mediatriz del segmento $\overline{AB}$ es $\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{8}\Rightarrow 8x+8=2y-10\Rightarrow 2y=8x+18\Rightarrow y=4x+9$.

El eje de abscisas es la recta $r\equiv y=0$. Por tanto: $d(P,r)=\frac{|0x+1y+0|}{\sqrt{0^2+1^2}}=|y|$.

El eje de ordenadas es la recta $s\equiv x=0$. Por tanto: $d(P,s)=\frac{|1x+0y+0|}{\sqrt{0^2+1^2}}=|x|$.

Como la distancia del punto P al eje de abscisas es doble que la distancia al eje de ordenadas tenemos que $|x|=2|y|\Rightarrow\begin{cases}x=2y\\x=-2y\end{cases}$. Sustituyendo en $y=4x+9$ tenemos dos posibilidades:

Si $y=2x\Rightarrow 2x=4x+9\Rightarrow -2x=9\Rightarrow x=-\frac{9}{2}\Rightarrow y=-9$ y el punto P será $P\left(-\frac{9}{2},-9\right)$.

Si $y=-2x\Rightarrow -2x=4x+9\Rightarrow -6x=9\Rightarrow x=-\frac{9}{6}=-\frac{3}{2}\Rightarrow y=3$ y el punto P será $P\left(-\frac{3}{2},3\right)$.

5. **[1 punto]** Hallar el dominio de las siguientes funciones.

a) $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{x}{x^2-4}$

El dominio de $y=\frac{1}{x}$ es $\mathbb{R}-\{0\}$ y el dominio de $y=\frac{x}{x^2-4}$ es $\mathbb{R}-\{-2,2\}$. Por tanto, el dominio de la función f es $\text{Dom } f=\mathbb{R}-\{-2,0,2\}$

b) $g(x)=\sqrt{\frac{x-3}{x}}$

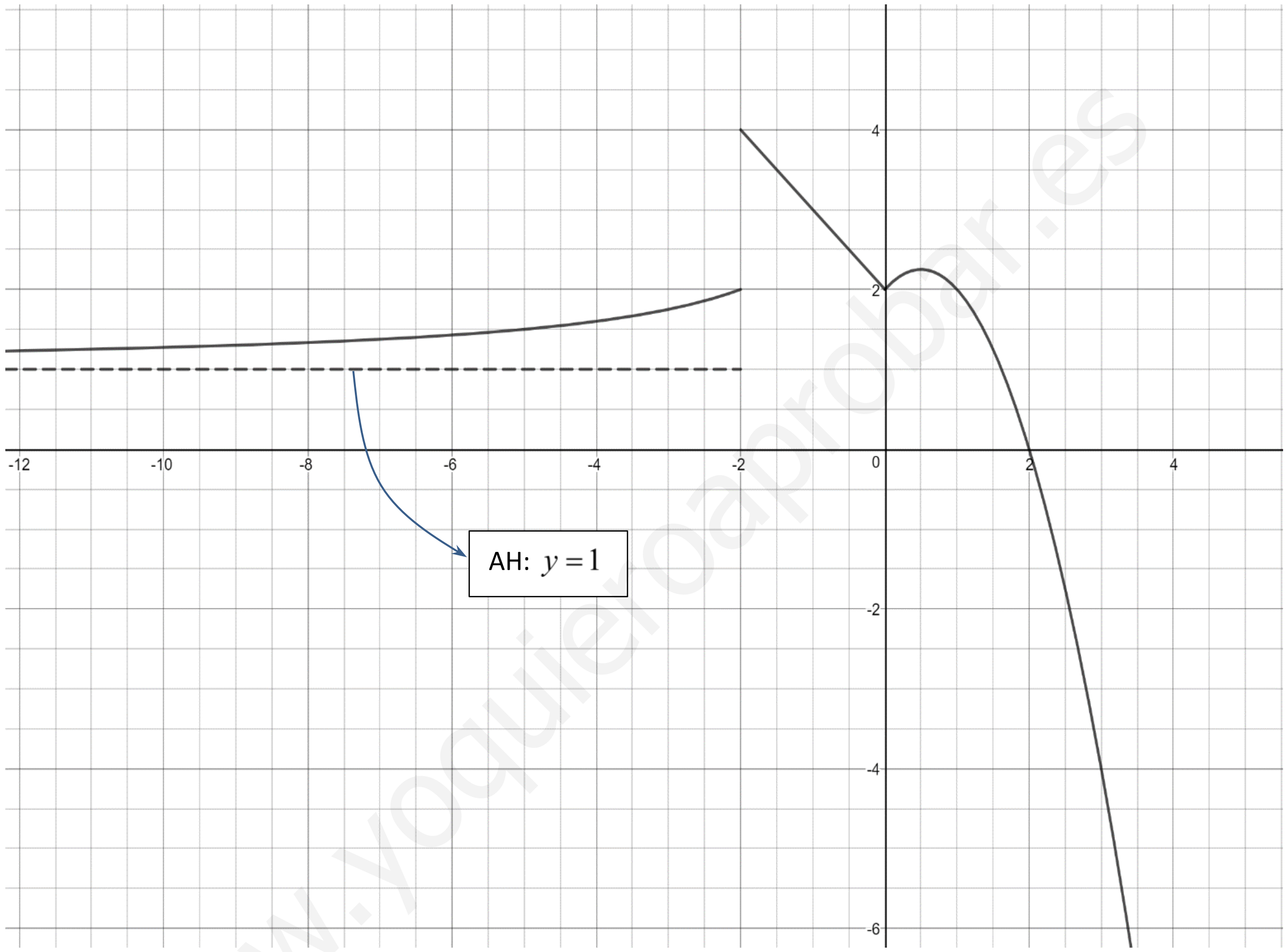
El dominio serán todos los números reales que verifique la inecuación $\frac{x-3}{x}\geq 0$.
Como la raíz del polinomio x es 0 y la del polinomio $x-3$ es 3, podemos elaborar la siguiente tabla, con los correspondientes signos del cociente $\frac{x}{x+3}$ en cada uno de los intervalos:

$(-\infty,0)$	$(0,3)$	$(3,+\infty)$
+	**−**	**+**

El dominio de la función coincide con la solución de la inecuación: $\text{Dom } f=(-\infty,0)\cup[3,+\infty)$.

6. **[2 puntos]** Representa gráficamente la siguiente función definida por trozos. Basándote en la gráfica, estudia la continuidad de la misma.

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-4}{x-1} & \text{si} \quad x \le -2 \\ -x+2 & \text{si} \quad -2 < x \le 0 \\ -\dfrac{1}{2}x^2+x+2 & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$



La función es continua en todo $\mathbb{R}$ excepto en el punto $x=-2$, en el que hay una discontinuidad de salto.