1. **[2 puntos]** Hallar la ecuación general de la recta r que pasa por los puntos $A(2,-4)$, $B(-1,2)$ y el ángulo que forma con la recta $y=-2x+1$.
2. **[2 puntos]** Las rectas $r \equiv 3x+4y-1=0$ y $s \equiv x+ky-2=0$ forman un ángulo de 60°. Halla k.
3. **[2 puntos]** Hallar la distancia entre las rectas $r \equiv \frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}$ y $s \equiv 6x-4y+1=0$.
4. **[2 puntos]** Halla la ecuación general de la recta r perpendicular a la recta que pasa por $A(8,0)$ y $B(0,5)$ y que tiene un punto en común con las rectas $4x-3y+1=0$ y $2x+y-7=0$.
5. **[2 puntos]** Hallar la ecuación de una recta que forme con el eje X un ángulo de 45° y cuya distancia al origen de coordenadas sea de tres unidades.

www.yoquieroaprobar.es

Soluciones

1. **[2 puntos]** Hallar la ecuación general de la recta r que pasa por los puntos $A(2,-4)$, $B(-1,2)$ y el ángulo que forma con la recta $y=-2x+1$.

   El vector director de la recta es $\overrightarrow{AB}=(-3,6)$. Por tanto, la ecuación continua de la recta es $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+4}{6}$.

   Eliminando denominadores y pasando todo al primer miembro obtenemos la ecuación general de la recta:
   $6(x-2)=-3(y+4)\Rightarrow 6x-12=-3y-12\Rightarrow 6x+3y=0\Rightarrow 2x+y=0$.

   La ecuación explícita de la recta anterior es $y=-2x$, con lo que su pendiente es $m=-2$. La pendiente de la recta $y=-2x+1$ también es $m=-2$. Esto quiere decir que ambas rectas son paralelas y que el ángulo que forman es de 0°.

   Si lo hacemos por vectores directores, hemos de observar que la recta $y=-2x+1$, que es la misma que $2x+y+1=0$, tiene vector director $\vec{v}=(-1,2)$, el cual es proporcional al vector $\overrightarrow{AB}=(-3,6)$. De aquí también se deduce que ambas rectas son paralelas y que su ángulo es de 0°.

2. **[2 puntos]** Las rectas $r\equiv 3x+4y-1=0$ y $s\equiv x+ky-2=0$ forman un ángulo de 60°. Halla k.

   Un vector director de r es $\vec{u}=(-4,3)$ y un vector director de s es $\vec{v}=(-k,1)$.

   Entonces $\cos 60^{\circ}=\dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}\Rightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{|4k+3|}{\sqrt{9+16}\cdot\sqrt{k^2+1}}\Rightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{|4k+3|}{5\cdot\sqrt{k^2+1}}\Rightarrow \dfrac{5}{2}=\dfrac{|4k+3|}{\sqrt{k^2+1}}\Rightarrow 5\sqrt{k^2+1}=2|4k+3|$.

   Elevando ambos miembros al cuadrado:

   $25(k^2+1)=4(16k^2+24k+9)\Rightarrow 25k^2+25=64k^2+104k+36\Rightarrow 39k^2+104k+11=0$.

   Resolviendo la ecuación de segundo grado se obtienen dos soluciones: $x_1\cong -0{,}11$ y $x_2\cong -2{,}56$.

3. **[2 puntos]** Hallar la distancia entre las rectas $r\equiv \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{3}$ y $s\equiv 6x-4y+1=0$.

   Pasando la recta r a su forma general: $3x=2y-2\Rightarrow r\equiv 3x-2y+2=0$. Comparando los coeficientes de r y s se tiene que $\dfrac{6}{3}=\dfrac{-4}{-2}\neq\dfrac{1}{2}$, con lo que r y s son paralelas. Un punto P de r es, por ejemplo, $P(0,1)$. Por tanto, $d(r,s)=d(P,s)=\dfrac{|6\cdot 0+(-4)\cdot 1+1|}{\sqrt{6^2+(-4)^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{52}}=\dfrac{3\sqrt{52}}{52}\cong 0{,}416$.

www.yoquieroaprobar.es

4. **[2 puntos]** Halla la ecuación general de la recta r perpendicular a la recta que pasa por $A(8,0)$ y $B(0,5)$ y que tiene un punto en común con las rectas $4x-3y+1=0$ y $2x+y-7=0$.

La recta que pasa por $A(8,0)$ y $B(0,5)$ tiene por vector director $\overrightarrow{AB}=(-8,5)$. Un vector perpendicular a $\overrightarrow{AB}$ es $\vec{u}=(5,8)$. El punto de corte de las rectas $4x-3y+1=0$ y $2x+y-7=0$ viene dado por la solución del sistema formado por las mismas: $\begin{cases}4x-3y+1=0\\2x+y-7=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x-3y+1=0\\-4x-2y+14=0\end{cases}$. Sumando ambas ecuaciones $-5y+15=0\Rightarrow y=3$. Sustituyendo, $2x+3-7=0\Rightarrow 2x-4=0\Rightarrow x=2$. Por tanto, el punto de corte mencionado es $P(2,3)$. Así, la recta que se busca tiene por vector director $\vec{u}=(5,8)$ y pasa por $P(2,3)$:

$$\frac{x-2}{5}=\frac{y-3}{8}\Rightarrow 8x-16=5y-15\Rightarrow 8x-5y-1=0.$$

5. **[2 puntos]** Hallar la ecuación de una recta que forme con el eje X un ángulo de 45° y cuya distancia al origen de coordenadas sea de tres unidades.

Supongamos que la recta es $y=mx+n$. Como forma un ángulo de 45° con el eje X, entonces $m=\operatorname{tg}45^{\circ}=1$. Es decir, la recta es de la forma $y=x+n$, que en forma general es $x-y+n=0$. Como la distancia al origen de coordenadas $(0,0)$ es de tres unidades tenemos:

$$\frac{|1\cdot 0+(-1)\cdot 0+n|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=3\Rightarrow\frac{|n|}{\sqrt{2}}=3\Rightarrow|n|=3\sqrt{2}\Rightarrow\begin{cases}n=3\sqrt{2}\\n=-3\sqrt{2}\end{cases}$$

Así pues, tenemos dos posibles soluciones: $r\equiv x-y+3\sqrt{2}=0$ y $r\equiv x-y-3\sqrt{2}=0$.

www.yoquieroaprobar.es