Examen: Ejercicio 1

Calcula las razones trigonométricas (seno, coseno y tangente) de α: (1,5 puntos)

a) $\cos\alpha = \frac{-\sqrt{5}}{4}; sen\,\alpha < 0.$

b) $tg\ \alpha = 2{,}25; sen\ \alpha < 0$

c) $cos\ \alpha = -0{,}32; sen > 0$

d) $\cos\alpha = 0{,}375; sen\ \alpha < 0$

a) Si $\cos\alpha < 0$: $\alpha \in 2°$ ó 3^{er} Cuadrante. Si $sen\ \alpha < 0$: $\alpha \in 3°$ ó $4°$ Cuadrante $\rightarrow \alpha \in 3^{er}$ Cuadrante.

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{4} \rightarrow \quad sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16} \rightarrow$

$sen\alpha = \frac{\sqrt{11}}{4}$

$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{11}/\cancel{4}}{\sqrt{5}/\cancel{4}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{55}}{5}$

Como estamos en el 2° Cuadrante: $\begin{cases} sen\alpha = \frac{-\sqrt{11}}{4} \\ \cos\alpha = \frac{-\sqrt{5}}{4} \\ tg\alpha = \frac{\sqrt{55}}{5} \end{cases}$

b) $tg\alpha = 2'25;\ sen\ \alpha < 0$ $\begin{cases} sen\alpha < 0: \alpha \in 3° \text{ ó } 4° \text{ Cuadrante} \\ tg\alpha > 0: \alpha \in 1° \text{ ó } 3^{er} \text{ Cuadrante.} \end{cases} \rightarrow \alpha \in 3^{er}$ Cuad.

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha \rightarrow \frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + 2'25^2 \Rightarrow \cos\alpha = 0'1649$

$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow 2'25 = \frac{sen\alpha}{0'1649} \Rightarrow sen\alpha = 0'3711.$

Como $\alpha \in 3^{er}$ Cuadrante: $\begin{cases} sen\ \alpha = -0'3711 \\ \cos\alpha = -0'1649 \\ tg\alpha = 2'25 \end{cases}$

c) $\cos\alpha = -0'32;\ sen\alpha > 0$ $\quad \cos\alpha < 0: \alpha \in 2°$ ó 3^{er} Cuadrante. $sen\alpha > 0: \alpha \in 1°$ ó $2°$ Cuadrante $\Big\}\ \alpha \in 2°$ Cuad.

$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow sen\alpha = \sqrt{1-(0'32)^2} = 0'9474$

$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} = \frac{0'9474}{0'32} = 2'96.$

Como $\alpha \in 2°$ Cuadrante: $\begin{cases} sen\alpha = 0'9474 \\ \cos\alpha = -0'32 \\ tg\alpha = -2'96 \end{cases}$

d) $\cos\alpha = 0'375;\ sen\alpha < 0$: $\quad \cos\alpha > 0: \alpha \in 1°$ ó $4°$ Cuad. $sen\alpha < 0: \alpha \in 3^{er}$ ó $4°$ Cuad. $\Big\}\ \alpha \in 4°$ Cuad.

$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\alpha = \sqrt{1-(0'375)^2} = 0'927$

$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} = \frac{0'927}{0'375} = 2'472.$

Como $\alpha \in 4°$ Cuadrante: $\begin{cases} sen\alpha = -0'927 \\ \cos\alpha = 0'375 \\ tg\alpha = -2'472 \end{cases}$

Examen: Ejercicio 3

Expresa en un ángulo del primer cuadrante las siguientes razones trigonométricas y expresa su valor exacto sin usar la calculadora: (1,5 punto)

a) $sen\ 3015$

b) $\cos -840$

c) $\sec 120$

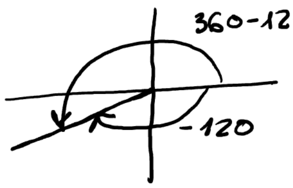
d) $\cos 210$

a) $\frac{3015}{360} = 8'375.$ $\quad 3015 = 8 \cdot 360 + 135.$

$sen\ 3015 = sen\,(8 \cdot 360 + 135) = sen\ 135 = sen\ (180 - 45) = sen\ 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{840}{360} = 2'\widehat{3}$ $\quad -840 = -2 \cdot 360 - 120$

$\cos(-840) = \cos(-2 \cdot 360 - 120) = \cos(-120) = \cos 240 = \cos(180 + 60) =$



$= -\cos 60 = -\frac{1}{2}$

c) $\sec 120 = \sec(180 - 60) = -\sec 60 = -\frac{1}{1/2} = -2$

d) $\cos 210 = \cos(180 + 30) = -\cos 30 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Examen: Ejercicio 2

Sabiendo que $\cos\alpha = 0{,}74$, calcula: (2 puntos)

a) $sen\ (180 + \alpha)$

b) $\cos(90 + \alpha)$

c) $sen\ (90 - \alpha)$

d) $tg(180 - \alpha)$

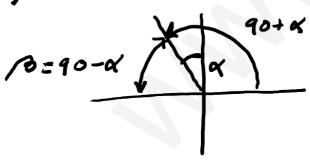
e) $sen\ (-\alpha)$

$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow sen\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = 0'6726$

$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} = 0'9089.$

a) $sen\ (180 + \alpha) = -sen\ \alpha = -0'6726.$

b) $\cos(90 + \alpha) = -\cos\beta = -sen\,\alpha = -0'6726$

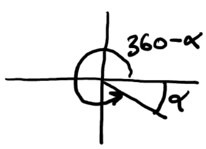


c) $sen\ (90 - \alpha) = sen\,\beta = \cos\alpha = 0'74.$

por lo tanto α y β son complementarios.

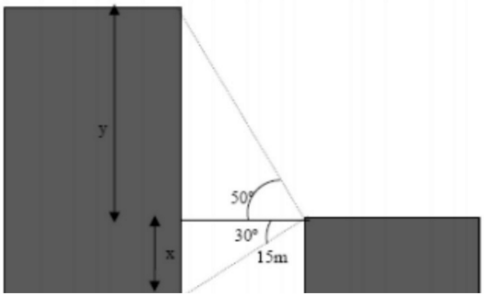
d) $tg(180 - \alpha) = -tg\,\alpha = -0'9089.$

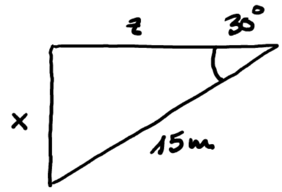
e) $sen\ (-\alpha) = sen\ (360 - \alpha) = -sen\ \alpha = -0'6726$



Examen: Ejercicio 5

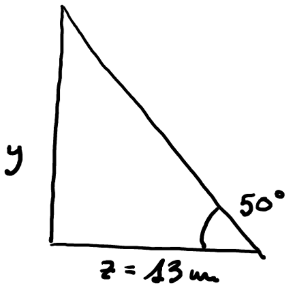
Calcula la altura de la torre grande a partir del siguiente dibujo. (1,5 puntos)





$$\text{sen } 30 = \frac{x}{15} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 15 = 7'5\,m.$$

$$\cos 30 = \frac{z}{15} \Rightarrow z = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 15 = 13\,m.$$

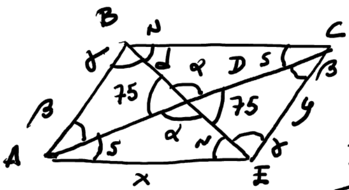


$$\text{tg } 50 = \frac{y}{13} \Rightarrow y = 15'49\,m.$$

$$h = y + x = 15'49 + 7'5 = 23\,m$$

Examen: Ejercicio 6

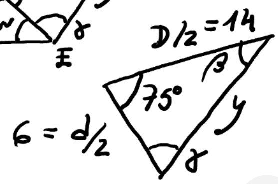
Las diagonales de un paralelogramo miden 12 y 28 cm y forman un ángulo de 75º
Calcula los lados, los ángulos de sus vértices y el área. (2 puntos)



$D = 28\,cm$

$d = 12\,cm.$

$$360 = 2 \cdot 75 + 2 \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{210}{2} = 105°$$

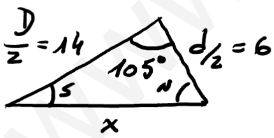


$$y^2 = 14^2 + 6^2 - 2 \cdot 14 \cdot 6 \cdot \cos 75 = 188'52.$$

$$y = 13'73\,cm.$$

$$\frac{13'73}{\text{sen } 75} = \frac{6}{\text{sen } \beta} \Rightarrow \text{sen } \beta = \frac{6}{13'73} \cdot \text{sen } 75 = 0'4221 \Rightarrow \beta = 24'967°$$

$$\gamma = 180 - 75 - 24'967 = 80'033°$$



$$x^2 = 14^2 + 6^2 - 2 \cdot 14 \cdot 6 \cdot \cos 105 = 275'48$$

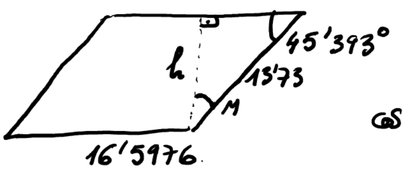
$$x = 16'5976\,cm$$

$$\frac{16'5976}{\text{sen } 105} = \frac{6}{\text{sen } S} \Rightarrow \text{sen } S = \frac{6}{16'5976} \cdot \text{sen } 105 = 0'349 \Rightarrow S = 20'426°$$

$$\nu = 180 - 105 - 20'426 = 54'574°$$

$$\hat{A} = \hat{C} = \beta + S = 24'967 + 20'426 = 45'393°$$

$$\hat{B} = \hat{E} = \gamma + \nu = 80'033 + 54'574 = 134'607°$$



$$M = 180 - 90 - 45'393 = 44'607°$$

$$\cos M = \frac{h}{13'73} \Rightarrow h = 13'73 \cdot \cos 44'607 = 11'137\,cm$$

$$A = x \cdot h = 16'5976 \cdot 11'137 = 184'85\,cm^2$$