

1) Hallar el resto de las siguientes divisiones:

$$a) (x^{150} + 1) : (x + 1)$$

$$a) r = (-1)^{150} + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$b) (x^{150} - 1) : (x + 1)$$

$$b) r = (-1)^{150} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$c) (x^{161} + 1) : (x - 1)$$

$$c) r = 1^{161} + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$d) (x^{161} - 1) : (x - 1)$$

$$d) r = 1^{161} - 1 = 1 - 1 = 0$$

2) Hallar el resto de las siguientes divisiones:

$$a) x^3 - 4x^2 + x - 2 \text{ por } x - 3.$$

$$a) r = P(3) = 3^3 - 4 \cdot 3^2 + 3 - 2 = 27 - 36 + 3 - 2 = -8$$

$$b) x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 5x + 10 \text{ por } x - 1.$$

$$b) r = P(1) = 1^4 - 2 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + 10 = 1 - 2 - 3 + 5 + 10 = 11$$

$$c) x^6 + 4x^5 - 2x + 3 \text{ por } x + 2.$$

$$c) r = P(-2) = (-2)^6 + 4 \cdot (-2)^5 - 2 \cdot (-2) + 3 = 64 - 128 + 4 + 3 = -57$$

$$d) x^3 - 3x^2 + 4 \text{ por } x - 3.$$

$$d) r = P(3) = 3^3 - 3 \cdot 3^2 + 4 = 27 - 27 + 4 = 4$$

1) Hallar a para que el polinomio $P(x) = x^3 - x^2 + 2x - a$ sea divisible por $x + 2$.

Dividimos aplicando la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 2 & -a \\ -2 & & -2 & 6 & -16 \\ \hline & 1 & -3 & 8 & -a-16 \end{array}$$

Para que $P(x)$ sea divisible por $x + 2$ el resto tiene que ser 0.

Es decir: $-a - 16 = 0$

Por lo tanto: $a = -16$

2) Hallar el valor de k para que al dividir $P(x) = x^4 - 2kx^3 + x^2 - 4kx + 9$ por $x + 1$ el resto sea -7 .

Por el teorema del resto, se tiene que cumplir que: $P(-1) = -7$

$$P(-1) = (-1)^4 - 2k(-1)^3 + (-1)^2 - 4k(-1) + 9 = -7$$

$$\text{Es decir: } 1 + 2k + 1 + 4k + 9 = 11 + 6k = -7$$

$$\text{O lo que es lo mismo: } 6k = -18$$

$$\text{Por lo tanto: } k = -3$$

3) Siendo $P(x) = x^6 - 5x^4 + 6x^3 + ax^2 + 4x + b$, hallar a y b sabiendo que es divisible por $x - 3$ y por $x + 1$.

Si un polinomio es divisible por $x - a$ por el teorema del resto se tiene que cumplir que $P(a) = 0$.

$$\text{Es decir, } P(3) = 0 \text{ y } P(-1) = 0$$

$$P(3) = 3^6 - 5 \cdot 3^4 + 6 \cdot 3^3 + 9a + 12 + b = 0$$

$$\text{Es decir, } 729 - 405 + 162 + 9a + 12 + b = 0, \text{ por lo tanto } 9a + b = -498$$

$$P(-1) = (-1)^6 - 5 \cdot (-1)^4 + 6 \cdot (-1)^3 + a \cdot (-1)^2 - 4 + b = 0$$

$$\text{Es decir, } 1 - 5 - 6 + a - 4 + b = 0, \text{ o lo que es lo mismo } a + b = 14$$

A continuación resolvemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{l} 9a + b = -498 \\ a + b = 14 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} 9a + \cancel{b} = -498 \\ -a + \cancel{b} = -14 \\ \hline 8a = -512 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow a = -64$$