NÚMEROS REALES

Ejercicio nº 1.- (1 punto) Escribe en forma de potencia de exponente fraccionario y simplifica:

a) $\dfrac{\sqrt[6]{x^4}\cdot\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^{-1}}}$ b) $\left(\dfrac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a}}\right)^{12/7}$

Ejercicio nº 2.- (1,5 puntos) Calcula el valor de x en cada caso, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 64 = x$ b) $\log_x 64 = 3$

Ejercicio nº 3.- (1,5 puntos) Halla y simplifica al máximo:

a) $\sqrt{\dfrac{30}{45}}\sqrt{\dfrac{12}{10}}$ b) $\sqrt{147} - 2\sqrt{243}$ c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}$

Ejercicio nº 4.- (1,5 puntos) Utiliza las propiedades de los logaritmos para calcular el valor de las siguientes expresiones, teniendo en cuenta que log k = 1,2:

a) $\log\dfrac{\sqrt[4]{k}}{1000}$ b) $\log\left(100k^3\right)$

Ejercicio nº 5.- (1,5 puntos) Desarrolla $(x-2y)^5$.

Ejercicio nº 6.- (1,5 puntos) Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}-\sqrt{10}+\frac{2}{\sqrt{10}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=0$$

Ejercicio nº 7.- (1,5 puntos) Calcula el coeficiente de x^3 en el desarrollo del binomio:

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{x}\right)^7$$

SOLUCIÓN

Ejercicio nº 1.-

Solución:

a) $\dfrac{\sqrt[6]{x^4}\cdot\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^{-1}}} = \dfrac{x^{4/6}\cdot x^{2/3}}{x^{-1/3}} = \dfrac{x^{2/3}\cdot x^{2/3}}{x^{-1/3}} = \dfrac{x^{4/3}}{x^{-1/3}} = x^{5/3} = \sqrt[3]{x^5} = x\sqrt[3]{x^2}$

b) $\left(\dfrac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a}}\right)^{12/7} = \left(\dfrac{a^{5/3}}{a^{1/2}}\right)^{12/7} = \left(a^{7/6}\right)^{12/7} = a^2$

Ejercicio nº 2.-

Solución:

a) $log_2 64 = x \quad \rightarrow \quad 2^x = 64 \quad \rightarrow \quad x = 6$

b) $log_x 64 = 3 \quad \rightarrow \quad x^3 = 64 \quad \rightarrow \quad x = 4$

Ejercicio nº 3.-

Solución:

a) $\sqrt{\dfrac{30}{45}}\sqrt{\dfrac{12}{10}} = \sqrt{\dfrac{30\cdot 12}{45\cdot 10}} = \sqrt{\dfrac{2\cdot 3\cdot 5\cdot 2^2\cdot 3}{3^2\cdot 5\cdot 2\cdot 5}} = \sqrt{\dfrac{2^2}{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

b) $\sqrt{147} - 2\sqrt{243} = \sqrt{3\cdot 7^2} - 2\sqrt{3^5} = 7\sqrt{3} - 18\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1} = \dfrac{\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}-1\right)}{\left(2\sqrt{2}+1\right)\left(2\sqrt{2}-1\right)} = \dfrac{4-\sqrt{2}}{8-1} = \dfrac{4-\sqrt{2}}{7}$

Ejercicio nº 4.-

Solución:

a) $log \dfrac{\sqrt[4]{k}}{1000} = log \sqrt[4]{k} - log 1000 = log\, k^{1/4} - log\, 10^3 =$

$= \dfrac{1}{4} log\, k - 3 = \dfrac{1}{4} \cdot 1{,}2 - 3 = 0{,}3 - 3 = -2{,}7$

b) $log\left(100k^3\right) = log 100 + log\, k^3 = log 10^2 + 3 log\, k = 2 + 3 \cdot 1{,}2 = 2 + 3{,}6 = 5{,}6$

Ejercicio nº 5.-

Solución:

$(x - 2y)^5 = x^5 - 5x^4 \cdot 2y + 10x^3 \cdot 4y^2 - 10x^2 \cdot 8y^3 + 5x \cdot 16y^4 - 32y^5 =$

$= x^5 - 10x^4y + 40x^3y^2 - 80x^2y^3 + 80xy^4 - 32y^5$

Ejercicio nº 6.-

Solución:

$$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \sqrt{10} + \frac{2}{\sqrt{10}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{2} - \sqrt{10} + \frac{2\sqrt{10}}{10} - \frac{\sqrt{10}}{5} = \sqrt{10} - \sqrt{10} + \frac{\sqrt{10}}{5} - \frac{\sqrt{10}}{5} = 0$$

Ejercicio nº 7.-

Solución:

El coeficiente que ocupa el lugar k en el desarrollo del binomio es de la forma:

$$(-1)^{k-1} \cdot \binom{7}{k-1} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{7-(k-1)} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^{k-1} = (-1)^{k-1} \cdot \binom{7}{k-1} \frac{x^{8-k}}{2^{8-k}} \cdot \frac{2^{k-1}}{x^{k-1}} = (-1)^{k-1} \cdot \binom{7}{k-1} \cdot 2^{2k-9} \cdot x^{9-2k}.$$

Para que 9 – 2k = 3 → 6 = 2k → k = 3. Tenemos que hallar el término que ocupa la 3ª posición, cuyo coeficiente es $(-1)^2 \cdot \binom{7}{2} \cdot 2^{-3} = \frac{21}{8}$.