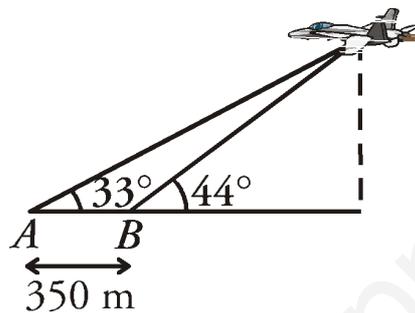


**Ejercicio nº 1.- (2 puntos)**

En un determinado momento un avión se encuentra situado con respecto a dos puntos como muestra la figura:



Halla la altura a la que se encuentra el avión en dicho instante así como las distancias del mismo a los puntos A y B.

**Ejercicio nº 2.- (2 puntos)**

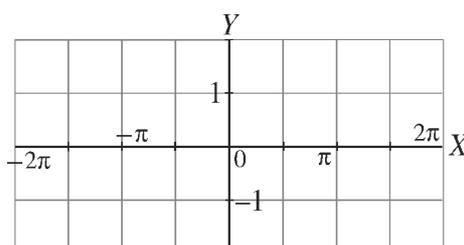
Dos clavos, A y B, están situados a 5 cm entre sí en una pared. Queremos hacer otro

agujero para clavar un tercer clavo, C, de forma que en el triángulo de vértices A, B y C, el ángulo A es de  $130^\circ$  y el B de  $15^\circ$ . ¿A qué distancia se debe hacer el tercer agujero de A y B?

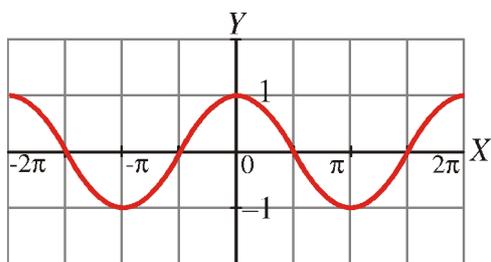
**Ejercicio nº 3.- (2 puntos)**

a) Representa en estos ejes la siguiente función trigonométrica:

$$y = \cos 3x$$



b) Escribe la ecuación de la función cuya gráfica es:



**Ejercicio nº 4.-** (2 puntos)

Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{5\cos x + 1}{2}$$

**Ejercicio nº 5.-** (2 puntos)

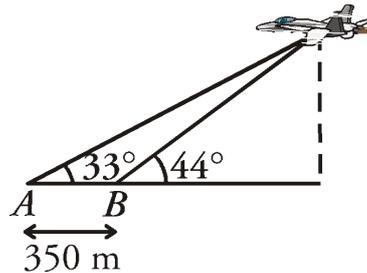
Resuelve la ecuación trigonométrica:

$$\cos 2x + \cos^2 x = 2$$

## SOLUCIONES

### Ejercicio nº 1.- (2 puntos)

En un determinado momento un avión se encuentra situado con respecto a dos puntos como muestra la figura:



Halla las distancias del avión a los puntos *A* y *B*, así como la altura a la que se encuentra en dicho instante.

Solución:

Si *x* es la distancia entre *B* y la base de la perpendicular entre el avión y el suelo y *h* es la altura del avión.

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 44^\circ = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 33^\circ = \frac{h}{350+x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \operatorname{tg} 44^\circ = h \\ (350+x) \operatorname{tg} 33^\circ = h \end{cases}$$

$$x \operatorname{tg} 44^\circ = (350+x) \operatorname{tg} 33^\circ$$

$$x \operatorname{tg} 44^\circ = 350 \operatorname{tg} 33^\circ + x \operatorname{tg} 33^\circ$$

$$x \operatorname{tg} 44^\circ - x \operatorname{tg} 33^\circ = 350 \operatorname{tg} 33^\circ \rightarrow x(\operatorname{tg} 44^\circ - \operatorname{tg} 33^\circ) = 350 \operatorname{tg} 33^\circ$$

$$x = \frac{350 \operatorname{tg} 33^\circ}{\operatorname{tg} 44^\circ - \operatorname{tg} 33^\circ} = 718,64 \text{ m}$$

$$h = x \operatorname{tg} 44^\circ = \frac{350 \operatorname{tg} 33^\circ \operatorname{tg} 44^\circ}{\operatorname{tg} 44^\circ - \operatorname{tg} 33^\circ} = 693,98 \text{ m}$$

El avión se encuentra a 693,98 m de altura.

Por otra parte:

$$\operatorname{sen} 44^\circ = \frac{h}{b} \rightarrow b = \frac{h}{\operatorname{sen} 44^\circ} = \frac{693,98}{\operatorname{sen} 44^\circ} = 999,02 \text{ m}$$

$$\operatorname{sen} 33^\circ = \frac{h}{a} \rightarrow a = \frac{h}{\operatorname{sen} 33^\circ} = \frac{693,98}{\operatorname{sen} 33^\circ} = 1274,20 \text{ m}$$

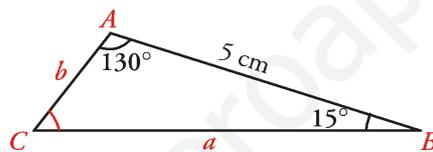
El avión está a 1 274,20 metros de  $A$  y a 999,02 metros de  $B$ .

### Ejercicio nº 2.- (2 puntos)

Dos clavos,  $A$  y  $B$ , están situados a 5 cm entre sí en una pared. Queremos hacer otro

agujero para clavar un tercer clavo,  $C$ , de forma que en el triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , el ángulo  $A$  es de  $130^\circ$  y el  $B$  de  $15^\circ$ . ¿A qué distancia se debe hacer el tercer agujero de  $A$  y  $B$ ?

Solución:



Como  $\hat{A} + \hat{B} = 145^\circ < 180^\circ$ , existe solución única.

Hallamos el ángulo  $\hat{C}$ :

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

Con el teorema de los senos hallamos  $a$  y  $b$ :

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} \rightarrow \frac{a}{\operatorname{sen} 130^\circ} = \frac{5}{\operatorname{sen} 35^\circ} \rightarrow a = \frac{5 \operatorname{sen} 130^\circ}{\operatorname{sen} 35^\circ} = 6,68 \text{ km}$$

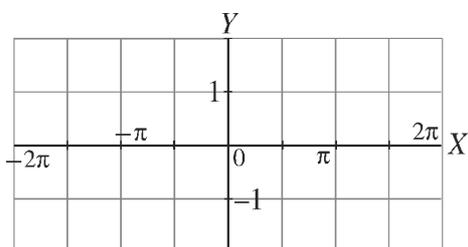
$$\frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} \rightarrow \frac{b}{\operatorname{sen} 15^\circ} = \frac{5}{\operatorname{sen} 35^\circ} \rightarrow b = \frac{5 \operatorname{sen} 15^\circ}{\operatorname{sen} 35^\circ} = 2,26 \text{ km}$$

Por tanto, a 6,68 cm de  $B$  y 2,26 cm de  $A$ .

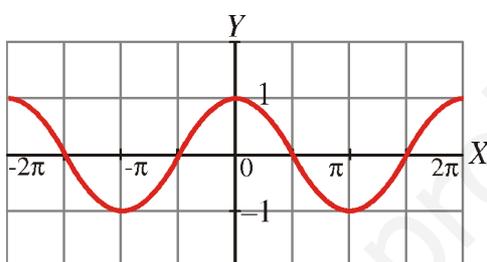
**Ejercicio nº 3.- (2 puntos)**

a) Representa en estos ejes la siguiente función trigonométrica:

$$y = \cos 3x$$



b) Escribe la ecuación de la función cuya gráfica es:

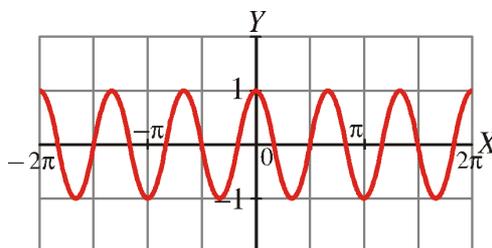


Solución:

a) Hacemos una tabla de valores:

$x$	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	$\pi$
$3x$	0	$\pi/2$	$\pi$	$3\pi/2$	$2\pi$	$5\pi/2$	$3\pi$
$\cos 3x$	1	0	-1	0	1	0	-1

La gráfica es:



b) La gráfica corresponde a la función  $y = \cos x$ .

**Ejercicio nº 4.-** (2 puntos)

Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{\text{sen } 2x}{\text{sen } x} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{5\cos x + 1}{2}$$

Solución:

$$\frac{\text{sen } 2x}{\text{sen } x} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{2\text{sen } x \cos x}{\text{sen } x} + \frac{1 + \cos x}{2} = 2\cos x + \frac{1 + \cos x}{2} = \frac{4\cos x + 1 + \cos x}{2} = \frac{5\cos x + 1}{2}$$

**Ejercicio nº 5.-** (2 puntos)

Resuelve la ecuación trigonométrica:

$$\cos 2x + \cos^2 x = 2$$

Solución:

$$\cos 2x + \cos^2 x = 2 \rightarrow \cos^2 x - \text{sen}^2 x + \cos^2 x = 2$$

$$2\cos^2 x - \text{sen}^2 x = 2 \rightarrow 2\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2$$

$$2\cos^2 x - 1 + \cos^2 x = 2 \rightarrow 3\cos^2 x = 3$$

$$\cos^2 x = 1 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \rightarrow x = 0^\circ + 360^\circ k \\ \cos x = -1 \rightarrow x = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \pi + 2\pi k \end{cases} \quad \text{siendo } k \in \mathbb{Z}$$