

Apellidos y Nombre: _____

1. Opera simplificando los resultado y racionalizando si fuera necesario: (1,5 puntos)
 - a) $\sqrt{6} - \sqrt{27} + 2\sqrt{24} + \frac{1}{5}\sqrt{75}$
 - b) $\sqrt{6^{-3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{12}{2 \cdot 3^2}}$
 - c) $\frac{4^{-2} \cdot 20^3 \cdot 81}{(-2)^{-2} \cdot 9^3 \cdot 5^{-1}}$
2. Racionaliza simplificando al máximo las fracciones resultantes: (3 puntos)
 - a) $\frac{2}{\sqrt[5]{2^2}}$
 - b) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$
 - c) $\frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2}$
3. Calcula el valor de a en los siguientes logaritmos aplicando la definición de logaritmo: (1,5 puntos).
 - a) $\log_2(2\sqrt{2}) = a$
 - b) $\log_a 125 = -3$
 - c) $\log_2(4a) = 3$
4. Opera aplicando las propiedades de los logaritmos hasta agruparlos en uno solo: (2 puntos)
 - a) $\frac{1}{2}\log x - \log y + \frac{1}{2}\log z$
 - b) $x^2 + x - \ln x + \frac{1}{2}\ln y$
5. Opera aplicando las propiedades de los logaritmos desarrollando las siguientes expresiones: (2 puntos)
 - a) $\log \sqrt[3]{\left(\frac{100 \cdot x}{y \cdot z}\right)^2}$
 - b) $\ln \frac{e^{7 \cdot y}}{x^2 \cdot \sqrt{z}}$

1. Opera simplificando los resultado y racionalizando si fuera necesario: (1,5 puntos)

a) $\sqrt{6} - \sqrt{27} + 2\sqrt{24} + \frac{1}{5}\sqrt{75}$

b) $\sqrt{6^{-3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{12}{2 \cdot 3^2}}$

c) $\frac{4^{-2} \cdot 20^3 \cdot 81}{(-2)^{-2} \cdot 9^3 \cdot 5^{-1}}$

a) $\sqrt{6} - \sqrt{27} + 2\sqrt{24} + \frac{1}{5}\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 2} - \sqrt{3^3} + 2\sqrt{2^3 \cdot 3} + \frac{1}{5}\sqrt{5^2 \cdot 3} =$
 $= \sqrt{3 \cdot 2} - 3\sqrt{3} + 2 \cdot 2\sqrt{2 \cdot 3} + \frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{3} = (1+4)\sqrt{6} + (-3+1)\sqrt{3} =$
 $= 5\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{6^{-3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{12}{2 \cdot 3^2}} = \left[\text{mcm}(2,3) = 6 \right] = \sqrt[6]{(6^{-3})^3} \cdot \sqrt[6]{\left(\frac{12}{2 \cdot 3^2}\right)^2} = \sqrt[6]{6^{-9}} \cdot \sqrt[6]{\frac{12^2}{(2 \cdot 3^2)^2}} =$
 $= \sqrt[6]{6^{-9} \cdot \frac{12^2}{2^2 \cdot 3^4}} = \sqrt[6]{\frac{12^2}{6^9 \cdot 2^2 \cdot 3^4}} = \sqrt[6]{\frac{(2^2 \cdot 3)^2}{(3 \cdot 2)^9 \cdot 2^2 \cdot 3^4}} = \sqrt[6]{\frac{2^4 \cdot 3^2}{3^9 \cdot 2^9 \cdot 2^2 \cdot 3^4}} = \sqrt[6]{\frac{2^4 \cdot 3^2}{2^{11} \cdot 3^{13}}} =$
 $= \sqrt[6]{2^{-7} \cdot 3^{-11}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2^7 \cdot 3^{11}}} = \frac{1}{2 \cdot 3 \sqrt[6]{2 \cdot 3^5}} = \frac{1}{6 \sqrt[6]{486^5}} = \frac{\sqrt[6]{486^5}}{6 \cdot 486} =$
 $= \frac{\sqrt[6]{(2 \cdot 3^5)^5}}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3^5} = \frac{\sqrt[6]{2^5 \cdot 3^{25}}}{2^2 \cdot 3^6} = \frac{3^4 \cdot \sqrt[6]{2^5 \cdot 3}}{2^2 \cdot 3^6} = \frac{\sqrt[6]{2^5 \cdot 3}}{2^2 \cdot 3^2}$

OTRA FORMA: $\frac{1}{6 \sqrt[6]{2 \cdot 3^5}} \cdot \frac{\sqrt[6]{2^5 \cdot 3}}{\sqrt[6]{2^5 \cdot 3}} = \frac{\sqrt[6]{2^5 \cdot 3}}{6 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{\sqrt[6]{2^5 \cdot 3}}{2^2 \cdot 3^2}$

c) $\frac{4^{-2} \cdot 20^3 \cdot 81}{(-2)^{-2} \cdot 9^3 \cdot 5^{-1}} = \frac{(2^2)^{-2} \cdot (2^2 \cdot 5)^3 \cdot 3^4}{2^{-2} \cdot (3^2)^3 \cdot 5^{-1}} = \frac{2^{-4} \cdot 2^6 \cdot 5^3 \cdot 3^4}{2^{-2} \cdot 3^6 \cdot 5^{-1}} =$
 $= \frac{2^6 \cdot 5^3 \cdot 3^4 \cdot 2^2 \cdot 5}{3^6 \cdot 2^4} = \frac{2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^4}{3^6 \cdot 2^4} = 2^4 \cdot 3^{-2} \cdot 5^4 = \frac{2^4 \cdot 5^4}{3^2}$

2. Racionaliza simplificando al máximo las fracciones resultantes: (3 puntos)

a) $\frac{2}{\sqrt[5]{2^2}}$

a) $\frac{2}{\sqrt[5]{2^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[5]{2^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{2^3}}{2} = \sqrt[5]{2^3}$

b) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{3} =$
 $= \frac{5 + 2 + 2\sqrt{5 \cdot 2}}{3} = \frac{7 + 2\sqrt{10}}{3}$

c) $\frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2} \cdot \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} - 2} = \frac{(\sqrt{3} - 2)^2}{(\sqrt{3})^2 - 2^2} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 2^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2}{-1} = -(3 + 4 - 4\sqrt{3}) =$
 $= -7 + 4\sqrt{3}$

3. Calcula el valor de a en los siguientes logaritmos aplicando la definición de logaritmo: (1,5 puntos).

a) $\log_2(2\sqrt{2}) = a$

b) $\log_a 125 = -3$

c) $\log_2(4a) = 3$

$$\log_a N = x \iff a^x = N$$

a) $\log_2(2\sqrt{2}) = a \iff 2^a = 2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^3} = 2^{3/2} \rightarrow$

Como $2^a = 2^{3/2} \rightarrow a = \frac{3}{2}$

b) $\log_a 125 = -3 \iff a^{-3} = 125 \rightarrow \frac{1}{a^3} = 5^3 \rightarrow a^3 = \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$

Por lo tanto: $a = 1/5$

c) $\log_2(4a) = 3 \iff 2^3 = 4a \rightarrow a = \frac{2^3}{4} = 2$

4. Opera aplicando las propiedades de los logaritmos hasta agruparlos en uno solo: (2 puntos)

a) $\frac{1}{2} \log x - \log y + \frac{1}{2} \log z$

b) $x^2 + x - \ln x + \frac{1}{2} \ln y$

a) $\frac{1}{2} \log x - \log y + \frac{1}{2} \log z = \log x^{1/2} - \log y + \log z^{1/2} = \log \sqrt{x} - \log y + \log \sqrt{z}$
 $+ \log \sqrt{z} = \log \frac{\sqrt{x}}{y} + \log \sqrt{z} = \log \frac{\sqrt{x \cdot z}}{y}$

b) $x^2 + x - \ln x + \frac{1}{2} \ln y = (x^2 + x) \ln e - \ln x + \ln y^{1/2} = \ln e^{x^2 + x} - \ln x + \ln \sqrt{y}$
 $= \ln \frac{e^{x^2 + x}}{x} + \ln \sqrt{y} = \ln \frac{e^{x^2 + x} \cdot \sqrt{y}}{x}$

5. Opera aplicando las propiedades de los logaritmos desarrollando las siguientes expresiones: (2 puntos)

a) $\log \sqrt[3]{\left(\frac{100 \cdot x}{y \cdot z}\right)^2}$

b) $\ln \frac{e^7 \cdot y}{x^2 \cdot \sqrt{z}}$

a) $\log \sqrt[3]{\left(\frac{100 \cdot x}{y \cdot z}\right)^2} = \log \left(\frac{100 \cdot x}{y \cdot z}\right)^{2/3} = \frac{2}{3} \log \frac{100 \cdot x}{y \cdot z} = \frac{2}{3} [\log(100 \cdot x) - \log(y \cdot z)]$
 $= \frac{2}{3} [\log 10^2 + \log x - (\log y + \log z)] = \frac{2}{3} [2 \cdot \log 10 + \log x - \log y - \log z]$
 $= \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \log x - \frac{2}{3} \log y - \frac{2}{3} \log z$

b) $\ln \frac{e^7 \cdot y}{x^2 \cdot \sqrt{z}} = \ln(e^7 \cdot y) - \ln(x^2 \sqrt{z}) = \ln e^7 + \ln y - (\ln x^2 + \ln \sqrt{z})$
 $= 7 \ln e + \ln y - 2 \ln x - \frac{1}{2} \ln z = 7 + \ln y - 2 \ln x - \frac{1}{2} \ln z$