

1. Resuelve las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

a) $3(2x - 5) - 4x + 3 = x - 5(x - 3)$

b) $\frac{2x-3}{4} - x = 2\left(\frac{x-3}{5}\right) + 1$

c) $\frac{x-4}{3} - \frac{2x-1}{6} = \left(-x + \frac{53}{12}\right)$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

a) $2(x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1) = 4x - 1$

b) $(2x - 3)(3x - 1) = -(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

c) $(3 - 2x)(4x - 1) = 0$

3. **Factoriza** las siguientes ecuaciones **indicando claramente sus soluciones**: (3 puntos)

a) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 1 = 0$

b) $6x^3 + 7x^2 - x - 2 = 0$

c) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

4. Resuelve los siguientes sistemas por el método que se indica (**no es necesario representar las rectas**): (3 puntos)

a) Sustitución: $\begin{cases} -7x + 2y = 13 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases}$

b) Igualación: $\begin{cases} 5x - y = 9 \\ -6x + y = -10 \end{cases}$

c) Reducción: $\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ -2x + 4y = -14 \end{cases}$

1. Resuelve las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

a) $3(2x - 5) - 4x + 3 = x - 5(x - 3)$

b) $\frac{2x-3}{4} - x = 2\left(\frac{x-3}{5}\right) + 1$

c) $\frac{x-4}{3} - \frac{2x-1}{6} = \left(-x + \frac{53}{12}\right)$

a) $3(2x - 5) - 4x + 3 = x - 5(x - 3) \rightarrow 6x - 15 - 4x + 3 = x - 5x + 15 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x - 4x - x + 5x = 15 + 15 - 3 \rightarrow 6x = 27 \rightarrow x = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$

b) $\frac{2x-3}{4} - x = 2\left(\frac{x-3}{5}\right) + 1 \rightarrow \frac{2x-3}{4} - x = \frac{2(x-3)}{5} + 1 \rightarrow \text{mcm} = 20$
 $\rightarrow \frac{5(2x-3)}{20} - \frac{20x}{20} = \frac{8(x-3)}{20} + \frac{20}{20} \rightarrow \frac{10x - 15 - 20x}{20} = \frac{8x - 24 + 20}{20} \rightarrow$
 $\rightarrow 10x - 20x - 8x = -24 + 20 + 15 \rightarrow -18x = 11 \rightarrow x = \frac{-11}{18}$

c) $\frac{x-3}{3} - \frac{2x-1}{6} = \left(-x + \frac{53}{12}\right) \rightarrow \text{mcm} = 12 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{4(x-3)}{12} - \frac{2(2x-1)}{12} = \frac{-12x}{12} + \frac{53}{12} \rightarrow \frac{4(x-3) - 2(2x-1)}{12} = \frac{-12x + 53}{12} \rightarrow$
 $\rightarrow 4x - 16 - 4x + 2 = -12x + 53 \rightarrow 12x = 53 + 16 - 2 \rightarrow 12x = 67 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{67}{12}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

a) $2(x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1) = 4x - 1$

b) $(2x - 3)(3x - 1) = -(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

c) $(3 - 2x)(4x - 1) = 0$

a) $2(x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1) = 4x - 1 \rightarrow 2(x^2 - 2x + 1) - (x^2 - 1) = 4x - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 - 4x + 2 - x^2 + 1 = 4x - 1 \rightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$
 $x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{2^4 \cdot 3}}{2} = \frac{8 \pm 4\sqrt{3}}{2} =$
 $= 4 \pm 2\sqrt{3} \quad \begin{cases} x_1 = 4 - 2\sqrt{3} \\ x_2 = 4 + 2\sqrt{3} \end{cases}$

b) $(2x - 3)(3x - 1) = -(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) \rightarrow 6x^2 - 2x - 9x + 3 = -(x^2 - 3) \rightarrow$
 $\rightarrow 7x^2 - 11x = 0 \rightarrow x(7x - 11) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \quad \begin{cases} 7x - 11 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{11}{7} \end{cases}$

c) $(3 - 2x)(4x - 1) = 0 \rightarrow 12x - 3 - 8x^2 + 2x = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow -8x^2 + 14x - 3 = 0 \rightarrow 8x^2 - 14x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 8 \cdot 3}}{8 \cdot 2} =$
 $= \frac{14 \pm \sqrt{100}}{8 \cdot 2} = \frac{14 \pm 10}{16} = \begin{cases} x_1 = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \end{cases}$

Otra forma de hacerlo:

$(3 - 2x)(4x - 1) = 0$, Como están igualados a cero, son factores, por lo tanto:

$3 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

$4x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}$

3. **Factoriza** las siguientes ecuaciones indicando claramente sus soluciones: (3 puntos)

a) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 1 = 0$

b) $6x^3 + 7x^2 - x - 2 = 0$

c) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

a) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 1 = 0$

1. Posibles divisores: ± 1 .

2. Aplicamos T. del Resto:

$$P(1) = 1^4 - 3 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 1 = 0$$

3. Ruffini: $x = 1 \rightarrow x - 1$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -3 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & & 1 & -2 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & 1 & 0 \end{array} \quad x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$$

4. Posibles divisores: ± 1

5. Aplicamos T. del Resto:

$$P(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 1 + 1 = 1 \neq 0.$$

$$P(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 + (-1) + 1 = -1 - 2 - 1 + 1 = -3 \neq 0.$$

$\nexists x_0 \in \mathbb{Z} / P(x_0) = 0$.

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 1 = (x-1)(x^3 - 2x^2 + x + 1)$$

b) $6x^3 + 7x^2 - x - 2 = 0$

1. Posibles divisores: $\pm 2, \pm 1$.

2. Aplicamos T. del Resto:

$$P(-1) = 6(-1)^3 + 7(-1)^2 - (-1) - 2 = -6 + 7 + 1 - 2 = 0$$

3. Ruffini: $x = -1 \rightarrow x + 1$.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & 7 & -1 & -2 \\ -1 & & -6 & -1 & 2 \\ \hline & 6 & 1 & -2 & 0 \end{array} \quad 6x^2 + x - 2 = 0$$

4. Resolvemos la ecuación de 2 grado:

$$6x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(6)(-2)}}{6 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{-1 \pm 7}{12} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ x = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3} \end{array} \right.$$

Soluciones: $x = -1$; $x = \frac{1}{2}$; $x = -\frac{2}{3}$

$$P(x) = 6x^3 + 7x^2 - x - 2 = 6(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) = (x+1)(2x-1)(3x+2)$$

$$\begin{array}{l} c) \quad x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \\ \quad \quad \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 = t \\ x^4 = t^2 \end{array} \right. \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} t^2 - 3t + 2 = 0 \rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2}}{2} = \\ = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{array} \right.$$

• Para $t_1 = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{array} \right.$

• Para $t_2 = 2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_3 = \sqrt{2} \\ x_4 = -\sqrt{2} \end{array} \right.$

4. Resuelve los siguientes sistemas por el método que se indica (no es necesario representar las rectas): (3 puntos)

a) Sustitución: $\begin{cases} -7x + 2y = 13 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases}$

b) Igualación: $\begin{cases} 5x - y = 9 \\ -6x + y = -10 \end{cases}$

c) Reducción: $\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ -2x + 4y = -14 \end{cases}$

a) $\begin{cases} -7x + 2y = 13 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases} \rightarrow 2y = 13 + 7x \rightarrow y = \frac{13 + 7x}{2}$

Sustituyendo en la Ecuación 2:

$$4x - 2 \cdot \frac{13 + 7x}{2} = -10 \rightarrow 4x - 13 - 7x = -10 \rightarrow 4x - 7x = -10 + 13 \rightarrow$$

$$\rightarrow -3x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{-3} = -1.$$

Como $\begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{13 + 7x}{2} \end{cases} \rightarrow y = \frac{13 + 7(-1)}{2} = \frac{13 - 7}{2} = \frac{6}{2} = 3.$

Solución: $x = -1$; $y = 3$.

b) $\begin{cases} 5x - y = 9 \\ -6x + y = -10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y = 9 - 5x \rightarrow y = -9 + 5x \\ y = -10 + 6x \end{cases} \rightarrow -9 + 5x = -10 + 6x$

$$\rightarrow 5x - 6x = -10 + 9 \rightarrow -x = -1 \rightarrow x = 1$$

Como $\begin{cases} x = 1 \\ y = -9 + 5x \end{cases} \rightarrow y = -9 + 5 = -4$

Solución: $x = 1$; $y = -4$

c) $\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ -2x + 4y = -14 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} 4x - 2y = 16 \\ (-2x + 4y = -14) \cdot 2 \\ \hline -4x + 8y = -28 \end{array} \rightarrow \frac{6y}{6} = \frac{-12}{6} \rightarrow y = -2$

Como $\begin{cases} y = -2 \\ 4x - 2y = 16 \end{cases} \rightarrow 4x - 2(-2) = 16 \rightarrow 4x + 4 = 16 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$

Solución: $x = 3$; $y = -2$.