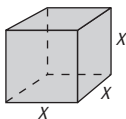


## 5. Operaciones con polinomios

### 1. POLINOMIOS. SUMA Y RESTA

#### PIENSA Y CALCULA

Dado el cubo de la figura, calcula en función de  $x$ :



- a) El área. b) El volumen.  
 a)  $A(x) = 6x^2$  b)  $V(x) = x^3$

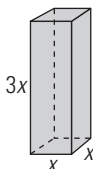
#### CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales:  $758,49 : 2,4$

$C = 316,03$ ;  $R = 0,018$

#### APLICA LA TEORÍA

1. Dado el prisma cuadrangular del dibujo, calcula en función de  $x$ :



- a) El área. b) El volumen.  
 a)  $A(x) = 2x^2 + 4 \cdot 3x \cdot x = 14x^2$  b)  $V(x) = 3x^3$

2. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios? Calcula el grado de estos.

a)  $5x^3y$  b)  $3x^2y^3$  c)  $7x^2y^5 + 3xy^2$  d)  $4a$

Son monomios: a) y d).

El grado de a) es 4

El grado de d) es 1

3. Ordena de forma decreciente, según los grados, los siguientes polinomios y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

a)  $7x^2 - 5x^3 + 4$  b)  $-9x^2 - 6x^5 - 7 + 4x^6$   
 c)  $8x^2 - 5x + 4x^5$  d)  $-7x^2 - x^8 - 7x + 9 - 4x^6$

a)  $-5x^3 + 7x^2 + 4$

Grado: 3; coeficiente principal:  $-5$

Término independiente: 4

b)  $4x^6 - 6x^5 - 9x^2 - 7$

Grado: 6; coeficiente principal: 4

Término independiente:  $-7$

c)  $4x^5 + 8x^2 - 5x$

Grado: 5; coeficiente principal: 4

Término independiente: 0

d)  $-x^8 - 4x^6 - 7x^2 - 7x + 9$

Grado: 8; coeficiente principal:  $-1$

Término independiente: 9

4. Halla el valor de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que los siguientes polinomios sean iguales:

$$P(x) = ax^4 - 8x^3 + 4x - b$$

$$Q(x) = 5x^4 - 8x^3 - cx^2 + 4x + 6$$

$$a = 5, b = -6, c = 0$$

5. Suma los siguientes polinomios:

$$P(x) = 7x^4 - 6x^3 + 5x - 3$$

$$Q(x) = x^4 + 8x^3 - x^2 + 4x + 6$$

$$P(x) + Q(x) = 8x^4 + 2x^3 - x^2 + 9x + 3$$

6. Halla el opuesto de los siguientes polinomios:

$$P(x) = 5x^5 - 7x^3 + 4x - 1$$

$$Q(x) = -x^4 + 6x^3 - x^2 + 5x + 1$$

$$P(x) = -5x^5 + 7x^3 - 4x + 1$$

$$Q(x) = x^4 - 6x^3 + x^2 - 5x - 1$$

7. Calcula  $P(x) - Q(x)$ :

$$P(x) = 5x^4 + x^3 - 2x^2 - 5$$

$$Q(x) = 7x^4 - 5x^2 + 3x + 2$$

$$P(x) - Q(x) = -2x^4 + x^3 + 3x^2 - 3x - 7$$

8. Los ingresos y los gastos de una empresa en millones de euros, en función del número de años que lleva funcionando, vienen dados por:

$$I(t) = t^2 - 3t + 5$$

$$G(t) = t^2 - 4t + 9$$

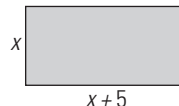
Halla la expresión  $B(t)$  de los beneficios.

$$B(t) = I(t) - G(t) = t - 4$$

### 2. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

#### PIENSA Y CALCULA

Calcula, en función de  $x$ , el área del rectángulo de la figura:



$$A(x) = (x + 5)x = x^2 + 5x$$

#### CARNÉ CALCULISTA

$$\text{Calcula: } \frac{7}{6} - \frac{5}{2} \left( \frac{4}{3} - \frac{7}{10} \right) = -\frac{5}{12}$$

#### APLICA LA TEORÍA

9. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$$

$$Q(x) = 3x^2 + x - 4$$

$$6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$$

10. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$$

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 - 4$$

$$2x^7 + x^6 - 6x^5 - 5x^4 - 9x^3 + 7x^2 - 4x + 20$$

11. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 3x^5 - x^3 - 5x + 1$$

$$Q(x) = 2x^4 + 4x^2 - 3$$

$$6x^9 + 10x^7 - 23x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 4x^2 + 15x - 3$$

12. Calcula mentalmente:

a)  $(x + 2)^0$

b)  $(x - 3)^1$

c)  $(x - 7)^1$

d)  $(2x + 6)^0$

e)  $(x + 5)^2$

f)  $(x - 6)^2$

g)  $(x + 9)^2$

h)  $(x - 4)^2$

i)  $(x + 3)(x - 3)$

a) 1

b)  $x - 3$

c)  $x - 7$

d) 1

e)  $x^2 + 10x + 25$

f)  $x^2 - 12x + 36$

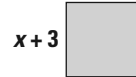
g)  $x^2 + 18x + 81$

h)  $x^2 - 8x + 16$

i)  $x^2 - 9$

**13. Desarrolla y simplifica:**

- a)  $(2x + 1/2)^2$       b)  $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$   
 c)  $(6x - 2/3)^2$       d)  $(5x + 3/4)(5x - 3/4)$   
 a)  $4x^2 + 2x + 1/4$       b)  $x^2 - 5$   
 c)  $36x^2 - 8x + 4/9$       d)  $25x^2 - 9/16$

**14. Halla el polinomio que da el área del cuadrado de la figura:**

$$A(x) = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

**15. Desarrolla los siguientes productos:**

- a)  $5x^2(2x^3 - 3x)$       b)  $-2x^3(7x^4 - 4x^2)$   
 c)  $-3x(-8x^5 - 5x^2)$       d)  $6x^4(-x^5 + 2x)$   
 a)  $10x^5 - 15x^3$       b)  $-14x^7 + 8x^5$   
 c)  $24x^6 + 15x^3$       d)  $-6x^9 + 12x^5$

**16. Opera y simplifica**

- a)  $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$       b)  $(x + 4)^2 - (x + 4)(x - 4)$   
 a)  $12x$       b)  $8x + 32$

**17. Factoriza mentalmente:**

- a)  $2x^2 + 6x$       b)  $x^2 - 6x + 9$   
 c)  $x^2 - 25$       d)  $x^2 + 8x + 16$   
 a)  $2x(x + 3)$       b)  $(x - 3)^2$   
 c)  $(x + 5)(x - 5)$       d)  $(x + 4)^2$

**18. Factoriza:**

- a)  $12x^4 + 8x^3$       b)  $5x^3 + 20x^2 + 20x$   
 c)  $x^2 - 3$       d)  $9x^2 - 30x + 25$   
 a)  $4x^3(3x + 2)$       b)  $5x(x + 2)^2$   
 c)  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$       d)  $(3x - 5)^2$

**3. DIVISIÓN DE POLINOMIOS****PIENSA Y CALCULA**

Realiza mentalmente las siguientes divisiones:

- a)  $(x^3 + 6x^2 - 7x) : x$       b)  $(x^2 + 6x + 9) : (x + 3)$   
 c)  $(x^2 - 8x + 16) : (x - 4)$       d)  $(x^2 - 25) : (x + 5)$   
 a)  $x^2 + 6x - 7$       b)  $x + 3$   
 c)  $x - 4$       d)  $x - 5$

**CARNÉ CALCULISTA**

Calcula con dos decimales:  $8,57 : 40$

$$C = 0,21; R = 0,17$$

**APLICA LA TEORÍA****19. Divide y haz la comprobación:**

$$P(x) = 2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$$

$$\text{entre } Q(x) = x^2 - 3x - 1$$

$$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$$

$$R(x) = -10x + 16$$

$$\text{Se comprueba que } C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$$

**20. Divide por Ruffini:**

$$P(x) = 2x^3 - 13x + 8$$

$$\text{entre } Q(x) = x + 3$$

$$C(x) = 2x^2 - 6x + 5$$

$$R = -7$$

**21. Divide:**

$$P(x) = 6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 20x - 25$$

entre

$$Q(x) = 2x^3 - 3x + 5$$

$$C(x) = 3x^2 + x - 4$$

$$R(x) = -12x^2 + 3x - 5$$

**22. Divide por Ruffini:**

$$P(x) = x^4 - 6x^3 + 9x + 10$$

entre

$$Q(x) = x - 3$$

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 18$$

$$R = -44$$

**23. Divide:**

$$P(x) = 2x^7 + x^6 - 9x^5 - 5x^4 + 9x^2 + 8$$

entre

$$Q(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$$

$$C(x) = 2x^3 + x^2 - 3x - 4$$

$$R(x) = 5x^2 - 11x - 12$$

**24. Divide por Ruffini:**

$$P(x) = x^5 - 4x^3 + 7x + 12$$

entre

$$Q(x) = x + 1$$

$$C(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x + 4$$

$$R = 8$$

**25. Divide por Ruffini**

$$(3x^4 - 7x^2 - 8x - 1) : (x - 2)$$

$$C(x) = 3x^3 + 6x^2 + 5x + 2$$

$$R = 3$$

**26. Halla un polinomio tal que al dividirlo entre**

$$2x^3 - 5x + 1$$

se obtenga de cociente:

$$x^2 + 3x - 4$$

y de resto:

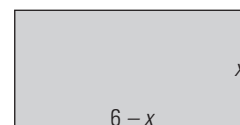
$$-7x^2 + x + 8$$

$$(2x^3 - 5x + 1)(x^2 + 3x - 4) - 7x^2 + x + 8 =$$

$$= 2x^5 + 6x^4 - 13x^3 - 21x^2 + 24x + 4$$

**4. TEOREMA DEL RESTO Y DEL FACTOR****PIENSA Y CALCULA**

Tenemos un rectángulo de 12 m de perímetro, luego la base más la altura medirán 6 m. Si la altura mide  $x$  metros, la base medirá  $6 - x$  m. La fórmula del área será:



$$A(x) = (6 - x)x \Rightarrow A(x) = 6x - x^2$$

Completa en tu cuaderno la tabla de la derecha y halla cuándo el área es máxima.

| $x$               | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------------|---|---|---|---|---|
| $A(x) = 6x - x^2$ |   |   |   |   |   |

| $x$               | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------------|---|---|---|---|---|
| $A(x) = 6x - x^2$ | 5 | 8 | 9 | 8 | 5 |

El área es máxima cuando  $x = 3$  m

### CARNÉ CALCULISTA

Calcula:  $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{7}{6} : \frac{5}{4} = -\frac{1}{10}$

### APLICA LA TEORÍA

27. Calcula mentalmente el valor numérico del siguiente polinomio  $P(x) = x^5 - 3x^4 + 6x^2 - 8$  para los valores que se indican:

a) Para  $x = 0$                       b) Para  $x = 1$

a)  $P(0) = -8$                       b)  $P(1) = -4$

28. Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 2$$

a) Para  $x = 3$                       b) Para  $x = -3$

a)  $P(3) = 13$                       b)  $P(-3) = 145$

29. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir el polinomio  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5$  entre  $x - 2$

Se aplica el teorema del resto:

$$R = P(2) = -11$$

30. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir el polinomio  $P(x) = x^4 + 3x^3 - 5x - 7$  entre  $x + 3$

Se aplica el teorema del resto:

$$R = P(-3) = 8$$

31. Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$$

Se aplica el teorema del resto:

$$P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$$

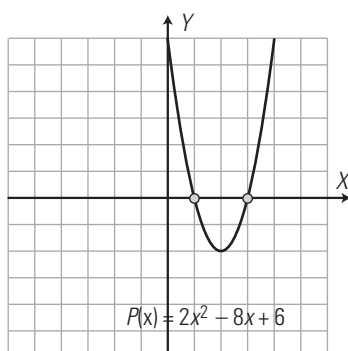
32. ¿Cuál de los números, 3 o -3, es raíz del polinomio  $P(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$ ?

Se aplica el teorema del factor:

$$R = P(3) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ es raíz}$$

$$R = P(-3) = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ es raíz}$$

33. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio  $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$



$$x_1 = 1, x_2 = 3$$

34. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$  es divisible entre  $x + 1$

Se aplica el teorema del factor:

$$R = P(-1) = 0 \Rightarrow \text{sí es divisible.}$$

35. Halla el valor de  $k$  para que el polinomio:

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + kx + 10$$

sea divisible entre  $x - 1$

Se aplica el teorema del factor:

$$R = P(1) = 0 \Rightarrow 7 + k = 0 \Rightarrow k = -7$$

36. ¿El polinomio  $x^2 + 9$  tiene alguna raíz real? Razona la respuesta.

No, porque  $x^2$  siempre es mayor o igual que cero y al sumarle 9, siempre es positivo; por tanto, nunca puede ser cero.

### EJERCICIOS Y PROBLEMAS

#### 1. POLINOMIOS. SUMA Y RESTA

37. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios? Calcula el grado de estos.

a)  $5x^4 + x^3y$     b)  $5x^2y^3$     c)  $x^2y^5 - 4xy^2$     d) 7

Son monomios: b) y d).

El grado del b) es 5

El grado del d) es 0

38. Clasifica las siguientes expresiones algebraicas en monomios, binomios o trinomios.

a)  $x + y + z$                       b)  $-7x^5y^3$   
c)  $x - y$                               d)  $3x^2 - 3$

a) Trinomio

b) Monomio

c) Binomio

d) Binomio

39. Calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente de los siguientes polinomios:

a)  $5x^4 - 2x^3 + 1$                       b)  $-4x^7 - 5x^4 - 7x^3 - 1$

c)  $5x^2 - 4x + 3$                       d)  $-6x^{10} - x^8 - 3x^6 + 8x - 7$

a) Grado: 4; coeficiente principal: 5

Término independiente: 1

b) Grado: 7; coeficiente principal: -4

Término independiente: -1

c) Grado: 2; coeficiente principal: 5

Término independiente: 3

d) Grado: 10; coeficiente principal: -6

Término independiente: -7

40. Suma los siguientes polinomios:

$$P(x) = 7x^5 - 5x^3 + 3x^2 - 1$$

$$Q(x) = -3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + 1$$

$$7x^5 - 3x^4 - x^2 + 3x$$

41. Calcula  $P(x) - Q(x)$ :

$$P(x) = 4x^5 + 7x^3 - x - 2$$

$$Q(x) = 5x^4 - 3x^3 + 7x + 2$$

$$4x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 8x - 4$$

#### 2. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

42. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3$$

$$Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$$

$$2x^6 - 4x^5 - 5x^4 + 17x^3 - 2x^2 - 15x + 3$$

**43. Multiplica los polinomios:**

$$P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 5x + 1$$

$$Q(x) = x^3 - 2x + 7$$

$$2x^7 - 4x^6 - 4x^5 + 17x^4 - 27x^3 + 10x^2 - 37x + 7$$

**44. Multiplica los polinomios:**

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 1$$

$$Q(x) = x^4 - 5x^2 + 2$$

$$x^9 - 7x^7 + 3x^6 + 12x^5 - 16x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 2$$

**45. Desarrolla mentalmente:**

$$a) (x+3)^2$$

$$b) (x+1)(x-1)$$

$$c) (x/2 - 2/3)^2$$

$$d) (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$$

$$a) x^2 + 6x + 9$$

$$b) x^2 - 1$$

$$c) x^2/4 - 2x/3 + 4/9$$

$$d) x^2 - 2$$

**46. Desarrolla los siguientes productos:**

$$a) 4x(5x^4 - 6x)$$

$$b) -7x^2(5x^3 - 3x^2)$$

$$c) -3x^3(-6x^2 - 1)$$

$$d) 5x^4(-x^2 + 5x)$$

$$a) 20x^5 - 24x^2$$

$$b) -35x^5 + 21x^4$$

$$c) 18x^5 + 3x^3$$

$$d) -5x^6 + 25x^5$$

**47. Opera y simplifica:**

$$a) (2x+5)^2 - (2x+5)(2x-5)$$

$$b) (x-1/3)^2 + (x+1/3)$$

$$a) 20x + 50$$

$$b) x^2 + 2/9$$

**48. Factoriza mentalmente:**

$$a) 8x^3 + 12x^2$$

$$b) x^2 + 10x + 25$$

$$c) x^2 - 5$$

$$d) x^2 - 14x + 49$$

$$a) 4x^2(2x+3)$$

$$b) (x+5)^2$$

$$c) (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$$

$$d) (x-7)^2$$

**3. DIVISIÓN DE POLINOMIOS****49. Divide y haz la comprobación:**

$$P(x) = 2x^5 - 6x^4 + 20x^2 - 38x + 12$$

$$\text{entre } Q(x) = x^3 - 5x + 3$$

$$C(x) = 2x^2 - 6x + 10$$

$$R(x) = -16x^2 + 30x - 18$$

Hay que hacer la comprobación:

$$Q(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ tiene que dar } P(x)$$

**50. Divide y haz la comprobación:**

$$P(x) = 4x^6 - 12x^4 + 8x^3 + 9$$

$$\text{entre } Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$$

$$C(x) = 2x^3 - x + 3$$

$$R(x) = -5x^2 + 16x + 6$$

Hay que hacer la comprobación:

$$Q(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ tiene que dar } P(x)$$

**51. Divide  $P(x) = 6x^6 - 13x^5 - 20x^3 + 50x^2 - 4$** 

$$\text{entre } Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

$$C(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x - 16$$

$$R(x) = 4x^2 + 3x + 12$$

**52. Divide por Ruffini:**

$$P(x) = x^4 - 6x^2 + 4x + 5$$

$$\text{entre } Q(x) = x + 2$$

$$C(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 8$$

$$R = -11$$

**53. Divide por Ruffini:**

$$P(x) = x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 3$$

$$\text{entre } Q(x) = x - 1$$

$$C(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x + 2$$

$$R = 5$$

**54. Divide por Ruffini:**

$$P(x) = x^6 - 4x^4 + 6x^3 + 1$$

$$\text{entre } Q(x) = x - 2$$

$$C(x) = x^5 + 2x^4 + 6x^2 + 12x + 24$$

$$R = 49$$

**4. TEOREMA DEL RESTO Y DEL FACTOR****55. Calcula mentalmente el valor numérico del polinomio  $P(x) = 4x^7 - 5x^3 + 9x^2 - 6$  para los valores que se indican:**

$$a) \text{ Para } x = 0$$

$$b) \text{ Para } x = 1$$

$$a) P(0) = -6$$

$$b) P(1) = 2$$

**56. Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:**

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 4x - 1$$

$$a) \text{ Para } x = 2$$

$$b) \text{ Para } x = -1$$

$$a) P(2) = 23$$

$$b) P(-1) = -4$$

**57. ¿Cuál de los números, 2 o -2, es raíz del polinomio**

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2?$$

$$R = P(2) = 12 \Rightarrow \text{No es raíz.}$$

$$R = P(-2) = 0 \Rightarrow \text{Sí es raíz.}$$

**58. Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea -11**

$$P(x) = x^3 + kx^2 + 7 \text{ entre } x - 3$$

Se aplica el teorema del resto:

$$P(3) = -11 \Rightarrow k = -5$$

**59. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir**

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + 7x - 3 \text{ entre } x + 2$$

Se aplica el teorema del resto:

$$R = P(-2) = 15$$

**60. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio**

$$P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9 \text{ es divisible entre } x - 3$$

Se aplica el teorema del factor:

$$R = P(3) = 0 \Rightarrow \text{Sí es divisible.}$$

**61. Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 7:**

$$(x^4 + kx^2 - 5x + 6) : (x + 1)$$

Se aplica el teorema del resto:

$$P(-1) = 7 \Rightarrow k + 12 = 7 \Rightarrow k = -5$$

**PARA AMPLIAR****62. Halla el valor de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que los siguientes polinomios sean iguales:**

$$P(x) = 6x^5 - bx^3 + 3x - 4$$

$$Q(x) = ax^5 + 3x - c$$

$$a = 6, b = 0, c = 4$$

## 63. Calcula mentalmente:

- a)  $(2x/3 + 5)^0$       b)  $(3x - 25)^1$   
 c)  $(7x - 3/5)^1$       d)  $(5x + 13)^0$   
 a) 1      b)  $3x - 25$   
 b)  $7x - 3/5$       d) 1

## 64. Factoriza:

- a)  $24x^3 - 18x^2$       b)  $2x^3 + 12x^2 + 18x$   
 c)  $9x^2 - 4$       d)  $5x^4 - 10x^3 + 5x^2$   
 a)  $6x^2(4x - 3)$       b)  $2x(x + 3)^2$   
 c)  $(3x + 2)(3x - 2)$       d)  $5x^2(x - 1)^2$

## 65. Opera y simplifica:

- a)  $(2x + 3/2)(2x - 3/2)^2 - (2x - 3/2)^2$   
 b)  $(x/2 - 2/3)^2 - (x/2 + 2/3)^2$   
 a)  $3x - 9/2$       b)  $-4x/3$

66. Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 13:

$$(x^5 + kx^3 - 7x^2 + 4) : (x - 1)$$

Se aplica el teorema del resto:

$$P(1) = 13 \Rightarrow k - 2 = 13 \Rightarrow k = 15$$

67. Halla el valor de  $k$  para que el polinomio:

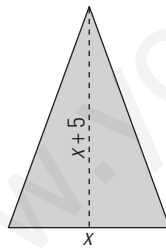
$$P(x) = x^3 + 5x^2 + kx - 8$$

sea divisible entre  $x + 2$

Se aplica el teorema del factor:

$$P(-2) = 0 \Rightarrow 4 - 2k = 0 \Rightarrow k = 2$$

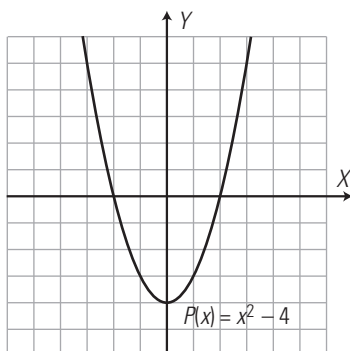
## 68. Halla el polinomio que da el área del siguiente triángulo:



$$A(x) = \frac{x(x+5)}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{5x}{2}$$

## 69. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio

$$P(x) = x^2 - 4$$



$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

## PROBLEMAS

## 70. Escribe en forma de polinomio, en una variable, cada uno de los enunciados siguientes:

- a) El cuadrado de un número, menos dicho número, más 5  
 b) El cubo de un número, más el doble del cuadrado del número, menos el triple del número, más 4  
 c) El área de un cuadrado de lado  $x$   
 d) El área de un rombo en el que una diagonal es el doble de la otra.

- a)  $P(x) = x^2 - x + 5$       b)  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$   
 c)  $A(x) = x^2$       d)  $A(x) = x \cdot 2x/2 = x^2$

## 71. ¿Qué polinomio tenemos que sumar a

$$P(x) = 5x^3 - 9x + 8$$

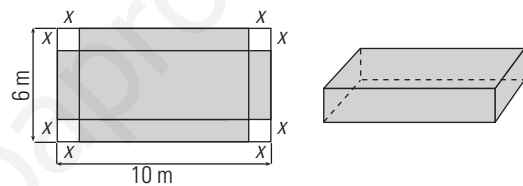
para obtener el polinomio

$$Q(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 1?$$

$$Q(x) - P(x) = -3x^3 - 4x^2 + 14x - 7$$

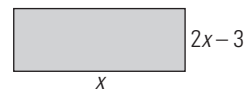
72. Dada una caja sin tapa y su desarrollo, calcula en función de  $x$ :

- a) El área.      b) El volumen.



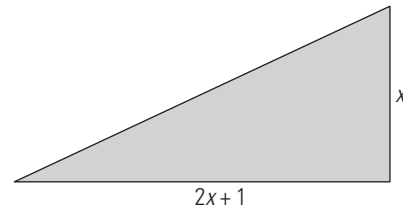
- a)  $A(x) = (10 - 2x)(6 - 2x) + 2x(10 - 2x) + 2x(6 - 2x) = 60 - 4x^2$   
 $A(x) = 60 - 4x^2$   
 b)  $V(x) = (10 - 2x)(6 - 2x)x = 4x^3 - 32x^2 + 60x$

## 73. Halla el polinomio que da el área del siguiente rectángulo:



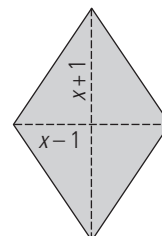
$$A(x) = x(2x - 3) = 2x^2 - 3x$$

## 74. Halla el polinomio que da el área del siguiente triángulo rectángulo:



$$A(x) = (2x + 1)x/2 = x^2 + x/2$$

## 75. Halla el polinomio que da el área del siguiente rombo:



$$A(x) = (x + 1)(x - 1)/2 = x^2/2 - 1/2$$

76. Halla un polinomio tal que al dividirlo entre  $x^3 - 3x + 1$  se obtenga de cociente  $2x^2 + 5x - 3$  y de resto  $5x^2 - 3x + 9$

$$\begin{aligned}(x^3 - 3x + 1)(2x^2 + 5x - 3) + 5x^2 - 3x + 9 &= \\ &= 2x^5 + 5x^4 - 9x^3 - 8x^2 + 11x + 6\end{aligned}$$

77. Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x - 2)$$

Se aplica el teorema del resto:

$$P(2) = 5 \Rightarrow 4k + 4 = 5 \Rightarrow k = 1/4$$

78. Halla el valor de  $k$  para que el polinomio

$$P(x) = x^4 - x^3 - 19x^2 + kx + 30$$

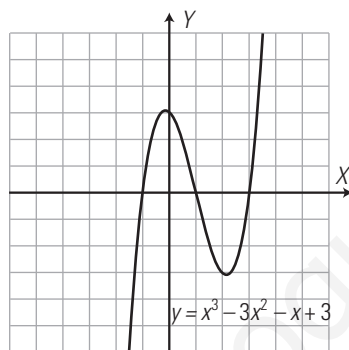
sea divisible entre  $x + 3$

Se aplica el teorema del factor:

$$P(-3) = 0 \Rightarrow -3k - 33 = 0 \Rightarrow k = -11$$

79. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio

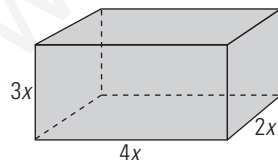
$$P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$



$$x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 3$$

#### PARA PROFUNDIZAR

80. Dado el siguiente paralelepípedo:

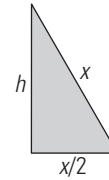
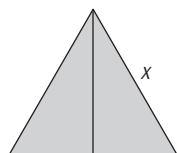


calcula en función de  $x$  el área y el volumen.

$$A(x) = 2 \cdot 4x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 2x + 2 \cdot 3x \cdot 2x = 52x^2$$

$$V(x) = 4x \cdot 3x \cdot 2x = 24x^3$$

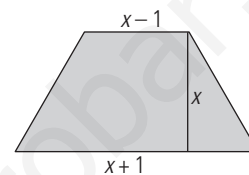
81. Halla el monomio que da el área de un triángulo equilátero en el que el lado mide  $x$



$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

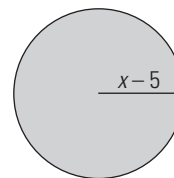
$$A(x) = \frac{1}{2} x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

82. Halla el polinomio que da el área del siguiente trapecio:



$$A(x) = \frac{x+1+x-1}{2} \cdot x = x^2$$

83. Halla el polinomio que da el área del siguiente círculo:



$$A(x) = \pi(x-5)^2 = \pi x^2 - 10\pi x + 25\pi$$

84. Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 9:

$$(x^4 - x^3 - 13x^2 - x + k) : (x - 4)$$

Se aplica el teorema del factor:

$$P(4) = 9 \Rightarrow k - 20 = 9 \Rightarrow k = 29$$

85. Halla el valor de  $k$  para que el polinomio

$$P(x) = x^4 + 8x^3 + kx^2 - 8x - 15$$

sea divisible entre  $x + 5$

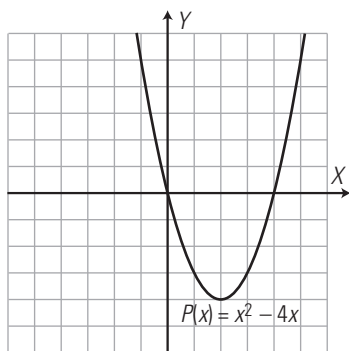
Se aplica el teorema del resto:

$$P(-5) = 0 \Rightarrow 25k - 350 = 0 \Rightarrow k = 14$$

86. ¿El polinomio  $x^2 + 25$  tiene alguna raíz real? Razona la respuesta.

$x^2$  es siempre positivo o cero y al sumarle 25 es positivo. Por tanto, nunca se puede hacer cero. No tiene raíces reales.

87. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio  $P(x) = x^2 - 4x$



$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

### APLICA TUS COMPETENCIAS

88. Calcula el polinomio que define un movimiento uniformemente acelerado en el que:

$$a = 6 \text{ m/s}^2, v_0 = 8 \text{ m/s y } e_0 = 3 \text{ m}$$

$$e(t) = 3t^2 + 8t + 3$$

89. Calcula el espacio que lleva recorrido cuando hayan pasado 5 s

$$e(5) = 118 \text{ m}$$

90. Calcula el espacio que recorre entre el segundo 10 y el segundo 20

$$e(20) - e(10) = 1363 - 383 = 980 \text{ m}$$

### COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Enuncia el teorema del resto y pon un ejemplo.

El resto que se obtiene al dividir el polinomio  $P(x)$  entre el binomio  $x - a$  es el valor numérico del polinomio para  $x = a \Rightarrow R = P(a)$

Ejemplo:

Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$$P(x) = x^3 - 7x + 15$$

entre  $x + 3$

$$R = P(-3) = (-3)^3 - 7 \cdot (-3) + 15 = -27 + 21 + 15 = 9$$

2. Ordena el siguiente polinomio de forma decreciente según los grados y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

$$5x^3 - 6x^7 - 5x + 9$$

$$-6x^7 + 5x^3 - 5x + 9$$

Grado: 7

Coeficiente principal: -6

Término independiente: 9

3. Desarrolla mentalmente los apartados a) y b) y factoriza los apartados c) y d):

a)  $(2x - 5)^2$

b)  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

c)  $3x^3 + 12x^2 + 12x$

d)  $x^2 - 5$

a)  $4x^2 - 20x + 25$

b)  $x^2 - 3$

c)  $3x(x + 2)^2$

d)  $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

4. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3 \quad Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

$$15x^5 - 13x^4 + 22x^3 + 5x^2 - 6x + 12$$

5. Divide  $P(x) = 8x^5 - 16x^4 + 21x^2 - 19x + 10$  entre  $Q(x) = 2x^2 - 5x + 4$ . Haz la comprobación.

$$C(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x - 1$$

$$R(x) = -12x + 14$$

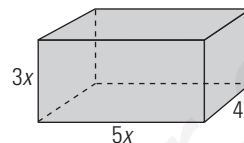
$$\text{Se comprueba que } Q(x) \cdot C(x) + R(x) = P(x)$$

6. Divide por Ruffini  $P(x) = x^4 - 10x^2 + 12$  entre  $Q(x) = x + 3$

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

$$R = 3$$

7. Dado el siguiente paralelepípedo:



Calcula en función de  $x$ :

a) El área.

b) El volumen.

a)  $A(x) = 2 \cdot 5x \cdot 4x + 2 \cdot 5x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 3x = 94x^2$

b)  $V(x) = 3x \cdot 4x \cdot 5x = 60x^3$

8. Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 5:  $(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$

Se aplica el teorema del resto y se tiene que verificar que:

$$P(2) = 5$$

$$2^3 + 2k - 6 = 5$$

$$8 + 2k - 6 = 5$$

$$2k = 3$$

$$k = 3/2$$

### WINDOWS/LINUX



### PASO A PASO

91. Dados los polinomios:

$$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3 \text{ y } Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

Calcula:

$$P(x) + Q(x), P(x) - Q(x), P(x) \cdot Q(x)$$

Resuelto en el libro del alumnado.

92. Desarrolla  $(5x + 3/7)^2$

Resuelto en el libro del alumnado.

93. Factoriza  $x^3 + 10x^2 + 25x$

Resuelto en el libro del alumnado.

94. Divide  $D(x) = 6x^5 - 30x^2 - 48$  entre  $d(x) = 3x^3 + 6$

Resuelto en el libro del alumnado.

95. Calcula el valor numérico del polinomio

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 17$$

para  $x = 2, x = 0, x = 1$

Resuelto en el libro del alumnado.

96. Representa la parábola  $y = x^2 - 2x - 3$  y, observando la gráfica calcula las raíces del polinomio  $P(x) = x^2 - 2x - 3$

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris:

97. Halla el valor de  $k$  para que el resto de la división  $(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$  sea 5

Resuelto en el libro del alumnado.

### PRACTICA

98. Desarrolla:

a)  $4x^3(2x + 3)^2$

b)  $(x + 3)(x - 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

a)  $16x^5 + 48x^4 + 36x^3$

b)  $x^4 - 12x^2 + 27$

99. Factoriza:

a)  $x^3 - 9x$

b)  $x^2 - 5$

a)  $x(x + 3)(x - 3)$

b)  $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

100. Dados los polinomios:

$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$

$Q(x) = 3x^2 + x - 4$

Calcula:

$P(x) + Q(x)$ ;  $P(x) - Q(x)$ ;  $P(x) \cdot Q(x)$

$P(x) + Q(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

$P(x) - Q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4x + 9$

$P(x) \cdot Q(x) = 6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$

101. Divide y haz la comprobación:

$2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$  entre  $x^2 - 3x - 1$

$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$

$R(x) = -10x + 16$

Se comprueba que  $C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$

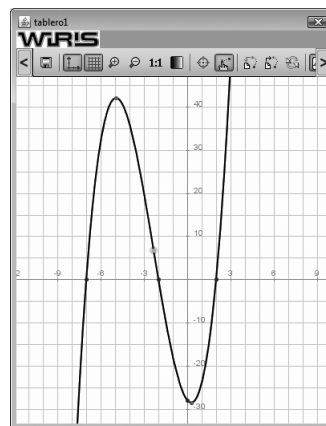
102. Divide  $6x^3 - 13x + 5$  entre  $x + 2$

$C(x) = 6x^2 - 12x + 11$

$R = -17$

103. Halla gráficamente las raíces del polinomio:

$P(x) = x^3 + 7x^2 - 4x - 28$



$x_1 = -7, x_2 = -2, x_3 = 2$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

104. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$x^3 - 6x^2 + 5$

entre  $x - 2$

Se aplica el teorema del resto:

$R = P(2) = -11$

105. Halla un polinomio sabiendo que al dividirlo entre  $x^2 - 3x + 5$  da de cociente  $2x^2 + 7x - 4$ , y de resto,  $8x - 9$ .

Se aplica la prueba de la división:

$2x^4 + x^3 - 15x^2 + 55x - 29$

106. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio  $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$  es divisible entre  $x - 3$

Se aplica el teorema del factor:

$R = P(3) = 0 \Rightarrow$  Sí es divisible.

107. Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 5:  $(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$

Se aplica el teorema del resto:

$P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$

108. Halla el valor de  $k$  para que  $x^3 + 5x + k$  sea divisible entre  $x + 2$

Se aplica el teorema del factor:  $k = 18$