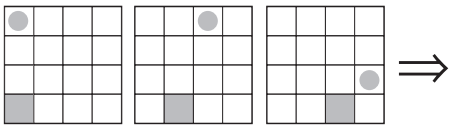
3. Sucesiones y progresiones

1. Sucesiones

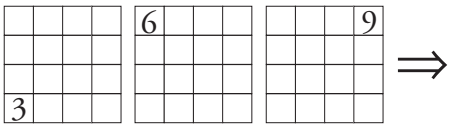
PIENSA Y CALCULA

Dibuja en tu cuaderno el siguiente elemento de las series siguientes:

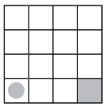
a)



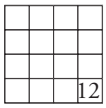
b)



a)



b)



CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 423,7 : 0,72

$C = 588{,}47$; $R = 0{,}0016$

APLICA LA TEORÍA

1. Halla los diez primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) 3, 8, 13, 18… **b) 8, 4, 0, −4…**
c) 2, −2, 2, −2… **d) 1/2, 1/4, 1/6, 1/8…**

a) 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, 48
b) 8, 4, 0, −4, −8, −12, −16, −20, −24, −28
c) 2, −2, 2, −2, 2, −2, 2, −2, 2, −2
d) 1/2, 1/4, 1/6, 1/8, 1/10, 1/12, 1/14, 1/16, 1/18, 1/20

2. Halla los diez primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) 2, 1, 2, 4, 2, 7… **b) 1, 1, 2, 3, 5, 8…**
c) 2, 1, 4, 3, 6, 5… **d) 1, −2, 4, −8…**

a) 2, 1, 2, 4, 2, 7, 2, 10, 2, 13
b) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55
c) 2, 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7, 10, 9
d) 1, −2, 4, −8, 16, −32, 64, −128, 256, −512

3. Calcula los cuatro primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 3n + 2$ **b)** $a_n = (n + 1)^2$
c) $a_n = 3 \cdot 2^n$ **d)** $a_n = (-2)^n$

a) 5, 8, 11, 14
b) 4, 9, 16, 25
c) 6, 12, 24, 48
d) −2, 4, −8, 16

4. Halla los cuatro primeros términos positivos de las sucesiones siguientes y trata de hallar mentalmente la fórmula del término general.

a) Números pares. **b) Números impares.**
c) Múltiplos de 5 **d) Cubos perfectos.**

a) 2, 4, 6, 8 $\Rightarrow a_n = 2n$
b) 1, 3, 5, 7 $\Rightarrow a_n = 2n - 1$
c) 5, 10, 15, 20 $\Rightarrow a_n = 5n$
d) 1, 8, 27, 64 $\Rightarrow a_n = n^3$

2. Progresiones aritméticas

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente la suma de los 100 primeros números naturales. Observa que la suma de los términos equidistantes de los extremos son iguales.

1 + 2 + 3 + … + 98 + 99 + 100
1 + 100 = 101, 2 + 99 = 101, 3 + 98 = 101…

$101 \cdot 50 = 5\,050$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{7}{5} \cdot \frac{5}{2} - \frac{3}{8} : \frac{9}{4} = \frac{10}{3}$

APLICA LA TEORÍA

5. Encuentra el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a) 5, 9, 13, 17… **b) 6, 3, 0, −3…**
c) 2/3, 1/3, 0, −1/3… **d) 1/2, 1, 3/2, 2…**

a) $a_1 = 5$, $d = 4$
$a_n = 5 + 4(n - 1) = 4n + 1$
b) $a_1 = 6$, $d = -3$
$a_n = 6 - 3(n - 1) = -3n + 9$
c) $a_1 = 2/3$, $d = -1/3$

$$a_n = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}(n - 1) = 1 - \frac{n}{3}$$

d) $a_1 = 1/2$, $d = 1/2$

$$a_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(n - 1) = \frac{n}{2}$$

6. Escribe el término general y los tres primeros términos de la progresión aritmética cuyo primer término es $a_1 = 6$ y $d = 2{,}5$

$a_n = a_1 + (n - 1)d$
$a_n = 6 + 2{,}5(n - 1) = 2{,}5n + 3{,}5$
6; 8,5; 11

7. En la progresión 5, 9, 13, 17…, ¿qué término vale 49?

$a_1 = 5$, $d = 4$
$a_n = 4n + 1$
$4n + 1 = 49 \Rightarrow n = 12$

8. En una progresión aritmética conocemos los términos $a_5 = 19$ y $a_8 = 28$. Calcula la diferencia y el primer término.

$a_1 + 4d = 19$
$a_1 + 7d = 28$
Restando a la 2.ª ecuación la 1.ª:
$3d = 9 \Rightarrow d = 3$
$a_1 + 4 \cdot 3 = 19 \Rightarrow a_1 = 7$

9. Calcula la suma de los 25 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es:

$a_n = 2n + 6$

www.yoquieroaprobar.es

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$a_1 = 2 + 6 = 8$

$a_{25} = 50 + 6 = 56$

$$S = \frac{8 + 56}{2} \cdot 25 = 800$$

10. Calcula la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es:

$$a_n = 3n/2 + 2$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$a_1 = 3/2 + 2 = 7/2$

$a_{12} = 18 + 2 = 20$

$$S = \frac{7/2 + 20}{2} \cdot 12 = 141$$

3. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente los dos términos siguientes de cada una de estas sucesiones:

a) 3, 6, 12, 24… **b) 20, 10, 5, 5/2…**

c) 3, 3, 3, 3… **d) 5, −5, 5, −5…**

a) 48, 96 b) 5/4, 5/8

c) 3, 3 d) 5, −5

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 34,25 : 9,6

$C = 3{,}56$; $R = 0{,}074$

APLICA LA TEORÍA

11. Encuentra el término general de las siguientes progresiones geométricas:

a) 5, 15, 45, 135… **b) 6, 3, 3/2, 3/4…**

a) $a_1 = 5$, $r = 3 \Rightarrow a_n = 5 \cdot 3^{n-1}$

b) $a_1 = 6$, $r = 1/2 \Rightarrow a_n = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

12. Dada una progresión geométrica cuyo primer término es $a_1 = 4$ y la razón $r = 5$, calcula:

a) a_6 **b) a_{10}** **c) a_n**

a) $a_6 = 4 \cdot 5^5$ b) $a_{10} = 4 \cdot 5^9$ c) $a_n = 4 \cdot 5^{n-1}$

13. Calcula la suma de los infinitos términos de las siguientes progresiones geométricas:

a) 1/5, 1/25, 1/125, 1/625…

b) 3, 2, 4/3, 8/9, 16/27…

a) $a_1 = 1/5$, $r = 1/5 \Rightarrow |1/5| < 1 \Rightarrow S = \frac{1/5}{1 - 1/5} = 1/4$

b) $a_1 = 3$, $r = 2/3 \Rightarrow |2/3| < 1 \Rightarrow S = \frac{3}{1 - 2/3} = 9$

14. En la progresión geométrica 2, 4, 8, 16, 32…, ¿qué término vale 1 024?

$a_1 = 2$, $r = 2$ y $a_n = 2 \cdot 2^{n-1}$

$2 \cdot 2^{n-1} = 1\,024$

$2^n = 2^{10}$

$n = 10$

15. Encuentra la razón de la progresión geométrica que tiene $a_4 = 135$ y $a_6 = 1\,215$

$$\left.\begin{array}{l} a_1 \cdot r^3 = 135 \\ a_1 \cdot r^5 = 1\,215 \end{array}\right\}$$

Dividiendo la 2.ª ecuación entre la 1.ª:

$r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3$

16. Calcula la suma de los 10 primeros términos de las siguientes progresiones geométricas:

a) 2, 14, 98, 686… **b) 3, −6, 12, −24…**

a) $a_1 = 2$, $r = 7$, $a_{10} = 2 \cdot 7^9$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot 7^9 \cdot 7 - 2}{7 - 1} = 94\,158\,416$$

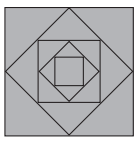
b) $a_1 = 3$, $r = -2$, $a_{10} = 3 \cdot (-2)^9$

$$S_{10} = \frac{3 \cdot (-2)^9 \cdot (-2) - 3}{(-2) - 1} = -1\,023$$

17. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es 6 y su primer término es 4. Halla la razón.

$$\frac{4}{1 - r} = 6 \Rightarrow r = 1/3$$

18. Si en un cuadrado de área 8 m² se unen los puntos medios, se obtiene otro cuadrado, y así sucesivamente. Calcula la sucesión de las áreas de dichos cuadrados. ¿Qué tipo de progresión es?



8, 4, 2, 1… Es una progresión geométrica decreciente de razón: $r = 1/2$

4. APLICACIONES: INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

PIENSA Y CALCULA

Si se depositan en una libreta de ahorro 1 000 € y se paga un 5% de interés anual, ¿cuánto dinero producen al cabo de un año?

50 €

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{2}{15} : \left(\frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) = \frac{16}{5}$

APLICA LA TEORÍA

19. En un depósito de una entidad financiera ofrecen un 6% de interés simple anual. Si se depositan 7 500 € durante 2 años y Hacienda retiene el 18%, calcula el capital acumulado al finalizar el período.

Tanto por uno final: $0{,}06 \cdot 0{,}82 = 0{,}0492$

$I = c \cdot r \cdot t$

$I = 7\,500 \cdot 0{,}0492 \cdot 2 = 738$ €

$C = 7\,500 + 738 = 8\,238$ €

www.yoquieroaprobar.es

20. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 5 000 € al 3,5% de interés si se han generado 700 € de intereses, sin el descuento de Hacienda.

$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \dfrac{I}{c \cdot r}$

$t = \dfrac{700}{5\,000 \cdot 0{,}035} = 4$ años

21. Calcula el rédito al que se han depositado 18 000 € a interés simple durante 5 años si, una vez retenido el 18% de Hacienda, los intereses generados son de 2 952 €

$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow r = \dfrac{I}{c \cdot t}$

$r = \dfrac{2\,952}{18\,000 \cdot 5} = 0{,}0328$

El rédito bruto:

$r = 0{,}0328 : 0{,}82 = 0{,}04 \Rightarrow R = 4\%$

22. Se depositan 6 500 € al 5% de interés compuesto durante 4 años. Hacienda retiene el 18% de los intereses cuando se recupera el capital. Calcula el capital final si los intereses se abonan anualmente.

$C = c(1 + r)^t \Rightarrow C = 6\,500 \cdot 1{,}05^4 = 7\,900{,}79$ €

Los intereses son: 7 900,79 – 6 500 = 1 400,79 €

Hacienda retiene: 1 400,79 · 0,18 = 252,14 €

El capital final neto será:

7 900,79 – 252,14 = 7 648,65 €

23. Se depositan 35 500 € al 4% de interés compuesto con abono de intereses diarios durante 2 años. Calcula el capital final si Hacienda retiene el 18% al finalizar el plazo.

$C = c\left(1 + \dfrac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$

$C = 35\,500\left(1 + \dfrac{0{,}04}{360}\right)^{360 \cdot 2} = 38\,456{,}52$ €

Los intereses son: 38 456,52 – 35 500 = 2 956,52 €

Hacienda retiene: 2 956,52 · 0,18 = 532,17 €

El capital final neto será:

38 456,52 – 532,17 = 37 924,35 €

24. ¿Qué capital inicial es necesario para que, a interés compuesto durante 4 años al 5% anual y con períodos de capitalización anuales, se acumule un capital final de 15 558,48 €?

$C = c(1 + r)^t \Rightarrow c = \dfrac{C}{(1 + r)^t} \Rightarrow c = \dfrac{15\,558{,}48}{1{,}05^4}$

$c = 12\,800$ €

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. SUCESIONES

25. Escribe los seis primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) 1, 9, 17, 25…

b) 2, –4, 8, –16…

c) Los múltiplos de 5

d) Los inversos de los cuadrados de los números naturales.

a) 1, 9, 17, 25, 33, 41

b) 2, –4, 8, –16, 32, –64

c) 0, 5, 10, 15, 20, 25

d) 1, 1/4, 1/9, 1/16, 1/25, 1/36

26. Halla los diez primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) x, $2x$, $4x$, $8x$…

b) 1, 3, 4, 3, 9…

c) 3, 3, 6, 9, 15…

d) El triple de los números naturales.

a) x, $2x$, $4x$, $8x$, $16x$, $32x$, $64x$, $128x$, $256x$, $512x$

b) 1, 3, 4, 3, 9, 3, 16, 3, 25, 3

c) 3, 3, 6, 9, 15, 24, 39, 63, 102, 165

d) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27

27. Calcula los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = -4n + 2$ **b) $a_n = n^2 + 1$**

c) $a_n = 2^{-n}$ **d) $a_n = (n - 2)^n$**

a) –2, –6, –10, –14, –18

b) 2, 5, 10, 17, 26

c) 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32

d) –1, 0, 1, 16, 243

2. PROGRESIONES ARITMÉTICAS

28. Encuentra el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a) 7, 11, 15… **b) 3, –2, –7…**

c) –7, –3, 1… **d) 1/2, 3/4, 1…**

a) $a_1 = 7$, $d = 4 \Rightarrow a_n = 7 + 4(n - 1) = 4n + 3$

b) $a_1 = 3$, $d = -5 \Rightarrow a_n = 3 - 5(n - 1) = -5n + 8$

c) $a_1 = -7$, $d = 4 \Rightarrow a_n = -7 + 4(n - 1) = 4n - 11$

d) $a_1 = \dfrac{1}{4}$, $d = 1/4 \Rightarrow a_n = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4}(n - 1) = \dfrac{n + 1}{4}$

29. Escribe el término general y los tres primeros términos de la progresión aritmética cuyo primer término es $a_1 = 3$ y cuya diferencia es $d = -15/4$

$a_n = 3 - \dfrac{15}{4}(n - 1) = \dfrac{-15n + 27}{4}$

3, –3/4, –9/2

30. En una progresión aritmética, $a_{11} = 3$ y la diferencia es $d = 2/7$. Calcula el primer término.

$a_{11} = 3$, $d = 2/7$

$a_1 + \dfrac{2}{7}(11 - 1) = 3 \Rightarrow a_1 = 1/7$

31. En una progresión aritmética el primer término vale 3 y el sexto término vale 8. Calcula la diferencia.

$a_1 = 3$, $a_6 = 8$

$a_6 = a_1 + d(6 - 1)$

$8 = 3 + 5d$

$d = 1$

32. En las siguientes progresiones aritméticas, calcula el término que ocupa el último valor:

a) 4, 6, 8…, 30

b) 7/2, 5/2, 3/2… , –21/2

www.yoquieroaprobar.es

a) $a_1 = 4$, $d = 2$, $a_n = 30$
$a_n = a_1 + d(n-1)$
$30 = 4 + 2(n-1)$
$n = 14$

b) $a_1 = 7/2$, $d = -1$, $a_n = -21/2$
$a_n = a_1 + d(n-1)$
$-21/2 = 7/2 - (n-1)$
$n = 15$

33. En una progresión aritmética conocemos los términos $a_5 = 7$ y $a_7 = 25/3$. Calcula la diferencia y el primer término.

$a_n = a_1 + (n-1)d$
$7 = a_1 + (5-1)d \Rightarrow a_1 + 4d = 7$

$25/3 = a_1 + (7-1)d \Rightarrow a_1 + 6d = \dfrac{25}{3}$

Restando a la 2.ª ecuación la 1.ª:

$2d = \dfrac{4}{3} \Rightarrow d = \dfrac{2}{3}$

$a_1 + 4 \cdot \dfrac{2}{3} = 7 \Rightarrow a_1 = \dfrac{13}{3}$

34. Calcula la suma de los 15 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es $a_n = 3n + 12$

$a_1 = 3 + 12 = 15$
$a_{15} = 3 \cdot 15 + 12 = 57$

$S_{15} = \dfrac{15 + 57}{2} \cdot 15 = 540$

35. Calcula la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es $a_n = n/3 + 4/3$

$a_1 = 1/3 + 4/3 = 5/3$
$a_{12} = 12/3 + 4/3 = 16/3$

$S_{12} = \dfrac{5/3 + 16/3}{2} \cdot 12 = 42$

3. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

36. Encuentra el término general de las siguientes progresiones geométricas:

a) 6, 12, 24… **b) 1/3, 1, 3…**
c) −3, 6, −12… **d) 3/4, −1/2, 1/3…**

a) $a_1 = 6$, $r = 2$, $a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$

b) $a_1 = \dfrac{1}{3}$, $r = 3$, $a_n = \dfrac{1}{3} \cdot 3^{n-1} = 3^{n-2}$

c) $a_1 = -3$, $r = -2$, $a_n = -3 \cdot (-2)^{n-1}$

d) $a_1 = \dfrac{3}{4}$, $r = -2/3$, $a_n = \dfrac{3}{4} \cdot \left(-\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$

37. Dada una progresión geométrica cuyo primer término es $a_1 = 8$ y cuya razón es $r = 3/4$, calcula:

a) a_6 **b) a_{10}**
c) a_{20} **d) a_n**

a) $a_6 = 8 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^5$ b) $a_{10} = 8 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^9$

c) $a_{20} = 8 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^{19}$ d) $a_n = 8 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1}$

38. En una progresión geométrica, $a_7 = 64/81$ y la razón $r = 2/3$. Calcula el primer término.

$a_7 = a_1 \cdot r^{7-1}$

$\dfrac{64}{81} = a_1 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^6 \Rightarrow \dfrac{2^6}{3^4} = a_1\left(\dfrac{2}{3}\right)^6$

$a_1 = 3^2 = 9$

39. En la progresión geométrica −5, 10, −20…, ¿qué término vale 640?

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
$a_1 = -5$, $r = -2$
$640 = -5 \cdot (-2)^{n-1}$
$-128 = (-2)^{n-1}$
$(-2)^7 = (-2)^{n-1}$
$n - 1 = 7 \Rightarrow n = 8$

40. En una progresión geométrica el primer término es 1/3 y el séptimo término es 243. Calcula la razón.

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
$243 = 1/3 \cdot r^{7-1}$
$r^6 = 729$
$r^6 = 3^6$
$r = \pm 3$

41. Encuentra la razón de la progresión geométrica que tiene $a_1 = 27/64$ y $a_8 = 2/81$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$\dfrac{2}{81} = \dfrac{27}{64} \cdot r^{8-1}$

$r^7 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^7$

$r = \dfrac{2}{3}$

42. Calcula la suma de los 12 primeros términos de las siguientes progresiones:

a) 4, −8, 16…
b) 1/10, 1/5, 2/5…

a) $a_1 = 4$, $r = -2$
$a_{12} = 4 \cdot (-2)^{11}$

$S_{12} = \dfrac{4 \cdot (-2)^{11} \cdot (-2) - 4}{-2 - 1} = -5\,460$

b) $a_1 = \dfrac{1}{10}$, $r = 2$

$a_{12} = \dfrac{1}{10} \cdot 2^{11}$

$S_{12} = \dfrac{1/10 \cdot 2^{11} \cdot 2 - 1/10}{2 - 1} = \dfrac{819}{2}$

43. Calcula la suma de los infinitos términos de las siguientes progresiones:

a) 9, 3, 1…
b) 9/4, 3/2, 1…

a) $a_1 = 9$, $r = \dfrac{1}{3}$

$S = \dfrac{9}{1 - (1/3)} = \dfrac{27}{2}$

www.yoquieroaprobar.es

b) $a_1 = \frac{9}{4}$, $r = \frac{2}{3}$

$$S = \frac{9/4}{1-(2/3)} = \frac{27}{4}$$

44. ¿Cuántos términos hay que tomar de la siguiente progresión: 5, 10, 20… para que la suma sea 2 555?

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1}$$

$a_1 = 5$, $r = 2$

$a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$

$$\frac{5 \cdot 2^{n-1} \cdot 2 - 5}{2-1} = 2\,555$$

$5(2^n - 1) = 2\,555$

$2^n = 512$

$2^n = 2^9$

$n = 9$

45. La suma de los infinitos términos de una progresión es 12 y su razón $r = 1/2$. Halla el primer término.

$$S_n = \frac{a_1}{1-r}$$

$$12 = \frac{a_1}{1-1/2}$$

$a_1 = 6$

4. APLICACIONES: INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

46. En un depósito ofrecen un 3,5% de interés simple por 4 años. Si se depositan 12 000 € y Hacienda retiene el 18% de los intereses, calcula el capital acumulado al finalizar el período.

El tanto por uno final: 0,035 · 0,82 = 0,0287

$I = c \cdot r \cdot t$

$I = 12\,000 \cdot 0{,}0287 \cdot 4 = 1\,377{,}60$ €

$C = 12\,000 + 1\,377{,}60 = 13\,377{,}60$ €

47. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 25 500 € al 6% de interés si, realizada la retención de Hacienda del 18%, se han generado 5 018,40 € de intereses.

Interés bruto: 5 018,40 : 0,82 = 6 120 €

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \frac{I}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{6\,120}{25\,500 \cdot 0{,}06} = 4 \text{ años}$$

48. Calcula el rédito o tanto por ciento al que se han depositado 20 000 € a interés simple durante 2 años si, una vez retenido el 18% de Hacienda, los intereses generados son de 1 640 €

Interés bruto: 1 640 : 0,82 = 2 000 €

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow r = \frac{I}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{2\,000}{20\,000 \cdot 2} = 0{,}05 \Rightarrow R = 5\%$$

49. Calcula el capital que hay que depositar durante 2 años al 3,25% de interés simple para que generen unos intereses netos, es decir, descontado el 18% de la retención de Hacienda, de 1 332,50 €

1 332,50 : 0,82 = c = 0,0325 · 2

$$c = \frac{1\,625}{0{,}065} = 25\,000 \text{ €}$$

50. Una entidad financiera ofrece un 3,5% anual por un depósito renovable todos los meses. Si los intereses no se acumulan en el depósito y este se renueva 5 meses, ¿qué interés se obtendrá por 18 000 € una vez descontado el 18% de retención de Hacienda?

Tanto por uno final: 0,035 · 0,82 = 0,0287

$$I = c \cdot r \cdot \frac{t}{n}$$

$I = 18\,000 \cdot 0{,}0287 \cdot 5/12 = 215{,}25$ €

51. ¿Qué capital se acumula si se colocan 31 000 € al 5% de interés compuesto durante 3 años si los intereses se abonan trimestralmente y Hacienda retiene el 18% al finalizar el período?

$$C = c\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

$$C = 31\,000\left(1 + \frac{0{,}05}{4}\right)^{4 \cdot 3} = 35\,983{,}39 \text{ €}$$

Los intereses son: 35 983,39 – 31 000 = 4 983,39 €

Hacienda retiene: 4 983,39 · 0,18 = 897,01 €

El capital final neto será:

35 983,39 – 897,01 = 35 086,38 €

52. ¿Qué capital inicial es necesario tener depositado para que, a interés compuesto durante 5 años al 6% anual y con períodos de capitalización mensuales, se acumule un capital final de 26 977 €?

$$C = c\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

$$c\left(1 + \frac{0{,}06}{12}\right)^{12 \cdot 5} = 26\,977$$

$1{,}005^{60}\ c = 26\,977$

$c = 26\,977 : 1{,}005^{60}$

$c = 20\,000$ €

PARA AMPLIAR

53. Estudia si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas o geométricas y encuentra el término general:

a) –3/5, 3/10, 6/5…

b) 11/3, 35/12, 13/6…

c) 5/6, 1/2, 3/10…

d) 3/4, –1/2, 1/3…

a) $a_1 = -3/5$, $d = 9/10$

Progresión aritmética de término general:

$$a_n = -\frac{3}{5} + \frac{9}{10}(n-1) = \frac{9n-15}{10}$$

b) $a_1 = 11/3$, $d = -3/4$

Progresión aritmética de término general:

$$a_n = \frac{11}{3} - \frac{3}{4}(n-1) = \frac{53-9n}{12}$$

www.yoquieroaprobar.es

c) $a_1 = 5/6$, $r = 3/5$
Progresión geométrica de término general:
$a_n = 5/6 \cdot (3/5)^{n-1}$
d) $a_1 = 3/4$, $r = -2/3$
Progresión geométrica de término general:
$a_n = 3/4 \cdot (-2/3)^{n-1}$

54. Escribe el término general y los tres primeros términos de la progresión aritmética cuyo primer término es $a_1 = 3/4$ y cuya diferencia es $d = 0{,}5$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = 3/4 + 0{,}5(n-1) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}(n-1)$

$a_n = \frac{2n+1}{4}$

3/4, 5/4, 7/4

55. Calcula el término que ocupa el lugar 100 en la progresión:

$-5, -13/3, -11/3\ldots$

$a_n = -5$, $d = 2/3$
$a_{100} = -5 + (100-1)2/3 = -5 + 66 = 61$
$a_{100} = 61$

56. Calcula el primer término y la diferencia en las progresiones aritméticas en las que:
a) $a_3 = 70$ y $a_6 = 115$ b) $a_5 = 6$ y $a_9 = 7$

a) $\left.\begin{matrix} a_1 + 2d = 70 \\ a_1 + 5d = 115 \end{matrix}\right\}$

Restando a la 2.ª ecuación la 1.ª:

$3d = 45 \Rightarrow d = 15$
$a_1 + 2 \cdot 15 = 70 \Rightarrow a_1 = 70 - 30 = 40$

b) $\left.\begin{matrix} a_1 + 4d = 6 \\ a_1 + 8d = 7 \end{matrix}\right\}$

Restando a la 2.ª ecuación la 1.ª:

$4d = 1 \Rightarrow d = 1/4$

$a_1 + 4 \cdot \frac{1}{4} = 6 \Rightarrow a_1 = 5$

57. Calcula la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es $a_n = 5n/2 + 1/2$

$a_1 = 3$
$a_{12} = 30 + 1/2 = 61/2$

$S = \frac{3 + 61/2}{2} \cdot 12 = 201$

58. Dada una progresión geométrica cuyo primer término es $a_1 = 3/8$ y cuya razón es $r = 4/3$, calcula:
a) a_5
b) a_{15}
c) a_{30}
d) a_n

a) $a_5 = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3$

b) $a_{15} = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{14} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{13}$

c) $a_{30} = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{29} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{28}$

d) $a_n = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-2}$

59. Calcula la suma de los cinco primeros términos de las siguientes progresiones:
a) 12, 4, 4/3…
b) 9/4, 3/2, 1…

a) $a_1 = 12$, $r = 1/3$
$a_5 = 12 \cdot (1/3)^4$

$S_5 = \frac{12(1/3)^4 \cdot 1/3 - 12}{1/3 - 1} = \frac{484}{27}$

b) $a_1 = 9/4$, $r = 2/3$
$a_5 = 9/4 \cdot (2/3)^4 = 4/9$

$S_5 = \frac{4/9 \cdot 2/3 - 9/4}{2/3 - 1} = \frac{211}{36}$

60. Calcula la suma de los infinitos términos de las siguientes progresiones:
a) 5, 5/4, 5/16… b) $\sqrt{2}$, 1, $1/\sqrt{2}$ …

a) $a_1 = 5$, $r = 1/4$

$S = \frac{5}{1 - 1/4} = \frac{20}{3}$

b) $a_1 = \sqrt{2}$, $r = 1/\sqrt{2}$

$S = \frac{\sqrt{2}}{1 - 1/\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2} - 1}$

61. En una progresión geométrica $a_4 = 125$ y $a_6 = 3\,125$. Calcula el primer término y la razón.

$a_n = a_k \cdot r^{n-k}$
$a_6 = a_4 \cdot r^{6-4}$
$3\,125 = 125 \cdot r^2$
$r^2 = 25 \Rightarrow r = \pm 5$
Si $r = 5 \Rightarrow a_1 = 1$
Si $r = -5 \Rightarrow a_1 = -1$

62. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 28 500 € al 4,5% de interés simple si se han generado 5 258,25 € una vez retenido el 18% de Hacienda.

Interés bruto: 5 258,25 : 0,82 = 6 412,50 €

$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \frac{I}{c \cdot r}$

$t = \frac{6\,412{,}50}{28\,500 \cdot 0{,}045} = 5$ años

63. Calcula el rédito al que se han depositado 15 000 € a interés simple durante 3 años si, una vez retenido el 18% de Hacienda, los intereses generados son de 1 660,50 €

Interés bruto: 1 660,50 : 0,82 = 2 025 €

$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow r = \frac{I}{c \cdot t}$

$r = \frac{2\,025}{15\,000 \cdot 3} = 0{,}045 \Rightarrow R = 4{,}5\%$

www.yoquieroaprobar.es

64. Una entidad financiera ofrece un 4,25% anual por un depósito renovable todos los meses. Si los intereses no se acumulan en el depósito y este se renueva 3 meses, ¿qué interés se obtiene por 24 000 € con la retención del 18% de Hacienda?

Tanto por uno final: 0,0425 · 0,82 = 0,03485

$I = c \cdot r \cdot \frac{t}{n}$

$I = 24\,000 \cdot 0{,}03485 \cdot 3/12 = 209{,}10$ €

65. El primer término de una progresión geométrica es 225, y el cuarto término es 72/5. Calcula la suma de sus infinitos términos.

$225 \cdot r^3 = 72/5$

$r^3 = 8/125 = (2/5)^3$

$r = 2/5$

$S = \frac{225}{1 - 2/5} = 375$

66. Calcula el capital bruto que se acumula si se colocan 40 500 € al 4,5% de interés compuesto durante 4 años si los intereses se abonan según las modalidades siguientes:

a) Anualmente.

b) Mensualmente.

a) $C = c(1 + r)^t$

$C = 40\,500 \cdot 1{,}045^4 = 48\,297$ €

b) $C = c\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$

$C = 40\,500\left(1 + \frac{0{,}045}{12}\right)^{12 \cdot 4} = 48\,470{,}98$ €

CON CALCULADORA

67. Calcula los cinco siguientes términos de las progresiones:

a) 3,27; 3,45; 3,63… **b) 1 000, 1 200, 1 440…**

a) $a_1 = 3{,}27$; $d = 0{,}18$

3,27; 3,45; 3,63; 3,81; 3,99; 4,17; 4,35; 4,53…

b) $a_1 = 1\,000$; $r = 1{,}2$

1 000; 1 200; 1 440; 1 728; 2 073,6; 2 488,32; 2 985,984; 3 583,1 808

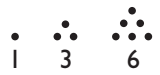
68. Calcula los tres siguientes términos de la progresión 3,5; 4,2; 5,04…

6,048; 7,2576; 8,70912

PROBLEMAS

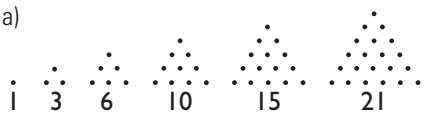
69. Continúa las siguientes series de números figurados, hasta obtener tres términos más:

a)

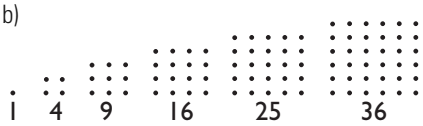


b)

a)



b)



70. Calcula la suma de los 15 primeros múltiplos positivos de 6

6, 12, 18…

$a_1 = 6$, $d = 6$

$a_{15} = 6 + 6(15 - 1) = 90$

$S_{15} = \frac{6 + 90}{2} \cdot 15 = 720$

71. Calcula la suma de los primeros 100 números impares.

1, 3, 5, 7…

$a_1 = 1$, $d = 2$

$a_{100} = 1 + (100 - 1) \cdot 2 = 199$

$S_{100} = \frac{1 + 199}{2} \cdot 100 = 10\,000$

72. Un móvil avanza 5 metros en un segundo y sigue avanzando de forma que cada segundo avanza 2 metros más que en el segundo anterior. ¿Cuánto recorrerá en un minuto?

5, 7, 9…

$a_1 = 5$, $d = 2$

$a_{60} = 5 + (60 - 1) \cdot 2 = 123$ m

$S_{60} = \frac{5 + 123}{2} \cdot 60 = 3\,840$ m

73. Un dependiente recibe el primer día de trabajo una gratificación de 10 €. En los días sucesivos, esta gratificación va aumentando en 1,5 €, de manera que, en su última jornada, cobra 143,5 €. ¿Cuántos días trabajó y cuánto cobró en total por las gratificaciones?

$a_1 = 10$ €, $d = 1{,}5$ €

$10 + 1{,}5(n - 1) = 143{,}5$

$1{,}5n + 8{,}5 = 143{,}5$

$n = 90$ días

$S_{90} = \frac{10 + 143{,}5}{2} \cdot 90 = 6\,907{,}5$ €

74. El precio de la primera entrega de una colección de minerales es de 2 €. En las siguientes entregas el precio sube 0,03 € más que en la anterior. Si la colección consta de 100 ejemplares, ¿cuánto se pagará por el total de la colección?

$a_1 = 2$ €, $d = 0{,}03$ €

$a_{100} = 2 + 99 \cdot 0{,}03 = 4{,}97$ €

$S_{100} = \frac{2 + 4{,}97}{2} \cdot 100 = 348{,}5$ €

75. Jorge cobra 18 € semanales de paga y decide ahorrar 1,8 € el primer mes y aumentar cada mes 0,75 € más que el anterior. ¿Cuánto ahorrará en un año?

$a_1 = 1{,}8$ €, $d = 0{,}75$ €

$a_{12} = 1{,}8 + 11 \cdot 0{,}75 = 10{,}05$ €

$S_{12} = \frac{1{,}8 + 10{,}05}{2} \cdot 12 = 71{,}1$ €

www.yoquieroaprobar.es

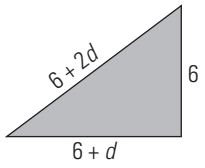
76. Se ha hecho un pozo de 40 m de profundidad. Por el primer metro se han pagado 7,5 € y por cada metro sucesivo se han pagado 2,3 € más que por el anterior. ¿Cuál es el coste del pozo?

$a_1 = 7{,}5$ €, $d = 2{,}3$ €

$a_{40} = 7{,}5 + 39 \cdot 2{,}3 = 97{,}2$ €

$$S_{40} = \frac{7{,}5 + 97{,}2}{2} \cdot 40 = 2\,094 \text{ €}$$

77. Calcula los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que están en progresión aritmética y que el menor de ellos mide 6 cm



$a_1 = 6$
$a_2 = 6 + d$
$a_3 = 6 + 2d$

$(6 + 2d)^2 = (6 + d)^2 + 6^2$

$3d^2 + 12d - 36 = 0 \Rightarrow d^2 + 4d - 12 = 0$

$d = 2$

$d = -6$ (Solución no válida)

Los lados son: 6 cm, 8 cm, 10 cm

78. Se quiere saldar semanalmente una deuda. La primera semana se pagan 5 € y en cada una de las semanas siguientes se van pagando 4 € más que en la anterior. Si se paga en 30 semanas, ¿a cuánto asciende el importe de la deuda?

$a_1 = 5$ €, $d = 4$ €

$a_{30} = 5 + 29 \cdot 4 = 121$ €

$$S_{30} = \frac{5 + 121}{2} \cdot 30 = 1\,890 \text{ €}$$

79. Los ángulos de un hexágono están en progresión aritmética, y el menor de ellos mide 40°. Calcula los demás.

$a_1 = 40°$

$a_6 = 40 + 5d$

$$S_6 = \frac{40 + 40 + 5d}{2} \cdot 6$$

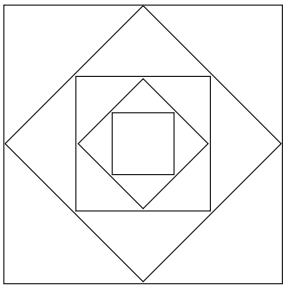
$$\frac{80 + 5d}{2} \cdot 6 = 720$$

$240 + 15d = 720$

$d = 32°$

Los ángulos son:
40°, 72°, 104°, 136°, 168°, 200°

80. En un cuadrado se unen los puntos medios de sus lados y se obtiene otro cuadrado inscrito. En este último cuadrado se repite la operación, obteniéndose otro cuadrado inscrito. Si el lado del primer cuadrado mide 2 cm, calcula la suma de las áreas de todos los cuadrados.



La sucesión de áreas es: 4, 2, 1, 1/2…

$a_1 = 4$, $r = 1/2$

$$S = \frac{4}{1 - 1/2} = 8 \text{ cm}^2$$

81. Una persona gana en su establecimiento un 7% más de lo que ganó el año anterior. Si el primer año ganó 28 000 €, ¿cuánto habrá obtenido en media docena de años?

$a_1 = 28\,000$ €

$r = 1{,}07$

$a_6 = 28\,000 \cdot 1{,}07^5 = 39\,271{,}45$ €

$$S_6 = \frac{39\,271{,}45 \cdot 1{,}07 - 28\,000}{1{,}07 - 1} = 200\,292{,}16 \text{ €}$$

82. Se deja caer una pelota desde una altura de 52 cm. Después de cada bote en el suelo, sube 3/4 cm de la altura de la que cae. ¿Qué longitud recorrerá la pelota antes de llegar al reposo?

Recorre en la bajada:

$a_1 = 52$ cm, $r = 3/4$

$$S = \frac{52}{1 - 3/4} = 208 \text{ m}$$

Recorre en la subida:

$a_1 = 39$ cm, $r = 3/4$

$$S = \frac{39}{1 - 3/4} = 156 \text{ m}$$

Recorre en total: 208 + 156 = 364 cm = 3,64 m

83. Se forma una sucesión de círculos concéntricos en los que cada radio es la mitad del radio del círculo anterior. Si el primer círculo tiene un diámetro de 4 cm, halla la suma de las áreas de todos lo círculos.

$a_1 = 4\pi \text{ cm}^2$

$a_2 = \pi \text{ cm}^2$

$a_3 = \pi/4 \text{ cm}^2$

Se obtiene una progresión geométrica de razón:

$r = 1/4$

$$S = \frac{4\pi}{1 - 1/4} = 16\pi/3 \text{ cm}^2 = 16{,}76 \text{ cm}^2$$

84. ¿Qué capital inicial es necesario tener depositado para que, a interés compuesto durante 3 años al 5% anual y con períodos de capitalización trimestrales, se acumule un capital final bruto de 29 692,10 €?

$$C = c\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t} \Rightarrow c = \frac{C}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t}}$$

$$c = \frac{29\,692{,}1}{\left(1 + \frac{0{,}05}{4}\right)^{4 \cdot 3}} = \frac{29\,692{,}1}{1{,}0125^{12}}$$

$c = 25\,580$ €

85. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 45 000 € al 6,5% de interés simple si, una vez hecha la retención del 18% de Hacienda, se han generado 7 195,50 €

www.yoquieroaprobar.es

Interés bruto: 7 195,50 : 0,82 = 8 775 €

$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \dfrac{I}{c \cdot r}$

$t = \dfrac{8\,775}{45\,000 \cdot 0{,}065} = 3$ años

86. Una entidad financiera paga el 7,5% del dinero depositado si este se mantiene 3 años. Calcula, en los siguientes casos, cuánto se ganará al finalizar los tres años por una imposición de 10 000 € si Hacienda retiene el 18%:
a) Los intereses se ingresan en una cuenta distinta.
b) Los intereses se ingresan en la misma cuenta.

a) El interés es simple.
El tanto por uno final: 0,075 · 0,82 = 0,0615
$I = c \cdot r \cdot t$
$I = 10\,000 \cdot 0{,}0615 \cdot 3 = 1\,845$ €
b) El interés es compuesto.
$C = c(1 + r)^t$
$C = 10\,000 \cdot 1{,}075^3 = 12\,423$
Los intereses son: 12 423 − 10 000 = 2 423 €
Con la retención de Hacienda:
2 423 · 0,82 = 1 986,86 €

87. Calcula el rédito al que se han depositado 12 000 € a interés simple durante 18 meses si los intereses generados, con la retención de Hacienda descontada, han sido de 664,20 €

Interés bruto: 664,20 : 0,82 = 810 €

$I = c \cdot r \cdot \dfrac{t}{n} \Rightarrow r = \dfrac{I \cdot n}{c \cdot t}$

$r = \dfrac{810 \cdot 12}{12\,000 \cdot 18} = 0{,}045 \Rightarrow R = 4{,}5\%$

PARA PROFUNDIZAR

88. Comprueba que las siguientes expresiones están en progresión aritmética y calcula el séptimo término: $x^2 - 2x + 1$, $x^2 + 1$ y $x^2 + 2x + 1$

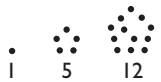
$d = a_2 - a_1 = x^2 + 1 - (x^2 - 2x + 1) = 2x$
$d = a_3 - a_2 = x^2 + 2x + 1 - (x^2 + 1) = 2x$
Están en progresión aritmética de diferencia: $d = 2x$
$a_7 = a_1 + 6d = x^2 - 2x + 1 + 12x = x^2 + 10x + 1$

89. En una progresión aritmética, el primer término y el décimocuarto suman 342. ¿Cuánto suman el quinto y el décimo término?

Los términos equidistantes de una progresión aritmética suman lo mismo. Luego sumarán 342

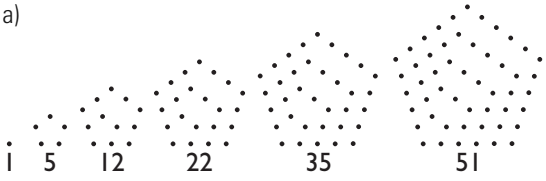
90. Continúa las siguientes series de números figurados hasta obtener tres términos más:

a)

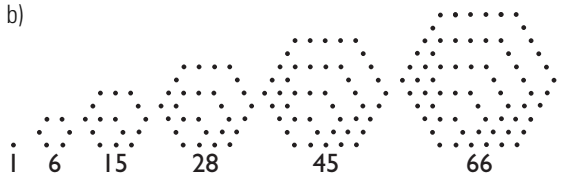


b)

a)



b)



91. En una progresión aritmética el primer término es 2 y el undécimo es 52. Razona lo que vale el sexto término.

1 + 11 = 12; 12 : 2 = 6
El sexto término es el término central del primero y el undécimo. Luego:

$a_6 = \dfrac{2 + 52}{2} = 27$

92. La suma de los infinitos términos de una progresión decreciente es 6 y la suma de sus dos primeros términos es 16/3. Calcula el primer término.

$6 = \dfrac{a_1}{1 - r} \Rightarrow a_1 = 6(1 - r)$

$a_1 + a_1 \cdot r = 16/3 \Rightarrow a_1(1 + r) = 16/3$

Sustituyendo a_1 en la 2.ª ecuación:

$6(1 - r)(1 + r) = 16/3$
$6(1 - r^2) = 16/3$
$r^2 = 1/9$
$r = \pm 1/3$
Si $r = 1/3 \Rightarrow a_1 = 4$
Si $r = -1/3 \Rightarrow a_1 = 8$

93. De un vaso lleno de leche se vacía la mitad y se rellena de agua. Se retira la mitad del nuevo contenido y se vuelve a rellenar con agua. Si este proceso se repite seis veces, ¿qué parte de agua contiene el vaso?

La cantidad de leche y de agua que hay en el vaso es:

Leche	1	1/2	1/4	1/8	…
Agua	0	1/2	3/4	7/8	…

La cantidad de leche sigue una progresión geométrica de razón 1/2
$a_6 = 1 \cdot (1/2)^5 = 1/32$
La cantidad de agua es: 31/32

94. Un depósito ofrece un 4% de interés simple anual, renovable mensualmente y sin acumular los intereses en el depósito. ¿Cuánto tiempo se deben depositar 12 000 € para generar unos intereses netos, es decir, descontando el 18% de Hacienda, de 984 €?

Interés bruto: 984 : 0,82 = 1 200 €

$I = c \cdot r \cdot \dfrac{t}{n} \Rightarrow t = \dfrac{I \cdot n}{c \cdot r}$

$t = \dfrac{1\,200 \cdot 12}{12\,000 \cdot 0{,}04} = 30$ meses

95. Calcula el capital inicial que se debe depositar al 6% de interés compuesto con períodos de capitalización mensual para que, al cabo de 10 años, se conviertan en 33 204 € brutos.

www.yoquieroaprobar.es

$C = c\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$

$c\left(1 + \frac{0{,}06}{12}\right)^{12 \cdot 10} = 33\,204$

$1{,}005^{120}\, c = 33\,204$

$c = 33\,204 : 1{,}005^{120}$

$c = 18\,250$ €

96. Calcula el tiempo que hay que tener un capital depositado en un banco al 5% con interés simple para que el capital se duplique.

$I = c$

$c \cdot r \cdot t = c$

$r \cdot t = i$

$t = \frac{i}{r}$

$t = \frac{1}{0{,}05} = 20$ años

APLICA TUS COMPETENCIAS

97. Calcula la cuota mensual que hay que pagar por una hipoteca de 10 000 € al 3,50% y contratada a 12 años.

Cuota mensual: $8{,}51 \cdot 10 = 85{,}1$ €

98. Calcula la cuota mensual que hay que pagar por una hipoteca de 25 000 € al 4,25% y contratada a 15 años.

Cuota mensual: $7{,}52 \cdot 25 = 188$ €

99. Calcula la hipoteca que se amortiza al 5,25% durante 10 años pagando 268,25 € de mensualidad.

Hipoteca: $268{,}25 : 10{,}73 = 25 \Rightarrow 25\,000$ €

100. Calcula la hipoteca que se amortiza al 5% durante 18 años pagando 210,9 € de mensualidad.

Hipoteca: $210{,}9 : 7{,}03 = 30 \Rightarrow 30\,000$ €

COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Define progresión aritmética y pon un ejemplo.

Una **progresión aritmética** es una sucesión en la que cada término se halla sumando al término anterior un número constante que se llama **diferencia** y que se representa con la letra d

La diferencia ***d*** de una progresión aritmética se calcula restando dos términos consecutivos.

Ejemplo:

La sucesión 3, 7, 11, 15… es una progresión aritmética.

2. Encuentra el término general de las progresiones siguientes:

a) 7, 11, 15…

b) 3, −12, 48…

a) $a_1 = 7$, $d = 4$

$a_n = 7 + 4(n-1) = 4n + 3$

b) $a_1 = 3$, $r = -4$

$a_n = 3 \cdot (-4)^{n-1}$

3. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 25 500 € al 6% de interés simple si, realizada la retención de Hacienda del 18%, se han generado 5 018,40 € de intereses.

Interés bruto: $5\,018{,}40 : 0{,}82 = 6\,120$ €

$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow t = \frac{I}{c \cdot r}$

$t = \frac{6\,120}{25\,500 \cdot 0{,}06} = 4$ años

4. Calcula la suma de los 25 primeros términos de la progresión cuyo término general es $a_n = 4n - 3$

Es una progresión aritmética:

$a_1 = 1$, $d = 4$

$a_{25} = 4 \cdot 25 - 3 = 97$

$S_{25} = \frac{1 + 97}{2} \cdot 25 = 1\,225$

5. Halla la razón y el primer término de una progresión geométrica en la que el segundo término vale 6 y el quinto 162

$a_5 = r^{5-2} \Rightarrow \frac{162}{6} = r^3$

$r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$

$a_n = a_1 r^{n \cdot 1}$ para $n = 2$

$a_2 = a_1 \cdot 3^{2-1} \Rightarrow 6 = a_1 \cdot 3 \Rightarrow a_1 = 2$

6. Calcula la suma de los infinitos términos de la siguiente progresión: 1/10, 1/100…

$a_1 = 1/10$, $r = 1/10$

$S = \frac{1/10}{1 - 1/10} = 1/9$

7. Se depositan 6 500 € al 5% de interés compuesto durante 4 años. Hacienda retiene el 18% de los intereses cuando se recupera el capital. Calcula el capital final si los intereses se abonan anualmente.

$C = c(1 + r)^t$

$C = 6\,500 \cdot 1{,}05^4 = 7\,900{,}79$ €

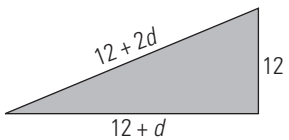
Los intereses son: $7\,900{,}79 - 6\,500 = 1\,400{,}79$ €

Hacienda retiene: $1\,400{,}79 \cdot 0{,}18 = 252{,}14$ €

El capital final neto será:

$7\,900{,}79 - 252{,}14 = 7\,648{,}65$ €

8. Los lados de un triángulo rectángulo están en progresión aritmética. Calcula su longitud sabiendo que el menor mide 12 cm



$(12 + 2d)^2 = (12 + d)^2 + 12^2$

$3d^2 + 24d - 144 = 0$

$d^2 + 8d - 48 = 0$

$d = 4$ ($d = -12$ no es válida)

Los lados son:

12, 16 y 20

www.yoquieroaprobar.es

WINDOWS/LINUX WIRIS

PASO A PASO

101. Calcula los cinco primeros términos de la siguiente sucesión:

$$a_n = 4n - 1$$

Resuelto en el libro del alumnado.

102. Dada la sucesión 3, 7, 11…

Calcula si es aritmética o geométrica, halla la diferencia o razón y el término general.

Resuelto en el libro del alumnado.

103. Dada la siguiente sucesión, calcula la suma de los 25 primeros términos: $a_n = 7n - 5$

Resuelto en el libro del alumnado.

104. Calcula los 5 primeros términos de la sucesión: $a_n = 3 \cdot 4^{n-1}$

Resuelto en el libro del alumnado.

105. Dada la sucesión 3, 6, 12…

Calcula si es aritmética o geométrica, halla la diferencia o razón y e término general.

Resuelto en el libro del alumnado.

106. Dada la sucesión $a_n = 3 \cdot 2^n$, calcula la suma de los siete primeros términos.

Resuelto en el libro del alumnado.

107. Dada la siguiente sucesión, calcula la suma de todos sus términos: 3, 1, 1/3…

Resuelto en el libro del alumnado.

108. En la progresión $a_n = 3n + 4$, ¿qué término vale 52?

Resuelto en el libro del alumnado.

109. En una progresión geométrica, $a_3 = 18$ y $a_7 = 1\,458$. Halla el primer término y la razón de la progresión.

Resuelto en el libro del alumnado.

110. Se depositan 1 000 € al 5% de interés compuesto durante 3 años. ¿Qué capital tendremos al finalizar ese tiempo?

Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

111. Calcula los ocho primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 4^n + 2$ **b)** $a_n = 3n^2 - 5n + 2$

c) $a_n = 4 \cdot (-2/3)^n$ **d)** $a_n = (-2)^n$

a) 6, 18, 66, 258, 1 026, 4 098, 16 386, 65 538

b) 0, 4, 14, 30, 52, 80, 114, 154

c) $-8/3$, $16/9$, $-32/27$, $64/81$, $-128/243$, $256/729$, $-512/2\,187$, $1\,024/6\,561$

d) -2, 4, -8, 16, -32, 64, -128, 256

112. En las siguientes sucesiones calcula si son aritméticas o geométricas, halla la diferencia o razón y el término general.

a) 12, 20, 28… **b) 14, 4, –6…**

c) 5, 15, 45… **d) 6, 3, 3/2…**

a) Aritmética, $d = 8$, $a_n = 8n + 4$

b) Aritmética, $d = -10$, $a_n = -10n + 24$

c) Geométrica, $r = 3$, $a_n = 5 \cdot 3^{n-1}$

d) Geométrica, $r = 1/2$, $a_n = 6 \cdot (1/2)^{n-1}$

113. Calcula la suma de los 125 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es $a_n = 4n/5 + 2/3$

$S = 19\,150/3$

114. Calcula la suma de los siete primeros términos de la progresión geométrica cuyo término general es $a_n = 3 \cdot 2^n$

$S_{11} = 762$

115. Calcula la suma de los infinitos términos de la siguiente progresión:

8, 4, 2…

$S = 16$

116. En una progresión geométrica $a_4 = 135$ y $a_6 = 1\,215$. Halla el primer término y la razón de la progresión.

$$\frac{a_6}{a_4} = r^{6-2} \Rightarrow \frac{1\,215}{135} = r^2 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3$$

$a_4 = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow 135 = a_1 \cdot (-3)^3 \Rightarrow a_1 = -5$

$a_4 = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow 135 = a_1 \cdot 3^3 \Rightarrow a_1 = 5$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

117. ¿Qué término vale –47 en la siguiente progresión?

9, 5, 1…

$a_n = -4n + 13$

$-4n + 13 = -47$

$n = 15$

118. En una progresión aritmética conocemos los términos $a_6 = 23/6$ y $a_9 = 35/6$. Calcula la diferencia y el primer término.

$\left.\begin{matrix} a + 5d = 23/6 \\ a + 8d = 35/6 \end{matrix}\right\}$

$a_1 = 1/2$

$d = 2/3$

119. ¿Qué término vale 1/2 048 en la siguiente progresión geométrica?

8, 2, 1/2…

$a_1 = 8$, $r = \dfrac{1}{4}$

$8(1/4)^{n-1} = 1/2\,048 \Rightarrow n = 8$

120. Encuentra la razón de la progresión geométrica que tiene los siguientes términos:

$a_4 = 32/9$ y $a_6 = 512/81$

$r^2 = (512/81)/(32/9)$

$r = \pm 4/3$

www.yoquieroaprobar.es

121. Se depositan 2 000 € durante 3 años a un 5% de interés simple. Si Hacienda retiene un 18% de los intereses, ¿qué interés se obtiene al acabar dicho período?

El tanto por uno será: 0,05 · 0,82 = 0,041

$I = c \cdot r \cdot t = 2\,000 \cdot 0{,}041 \cdot 3 = 246$ €

122. Se depositan 3 000 € a un interés compuesto del 7% durante 3 años con períodos de capitalización mensuales. Si Hacienda retiene el 18% cuando se recupera el capital, calcula el capital final.

El capital final será:

$$C = c\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t} \Rightarrow C = 3\,698{,}78 \text{ €}$$

Los intereses son:

3 698,78 – 3 000 = 698,78 €

Hacienda retiene:

698,78 · 0,18 = 125,78 €

El capital final neto será:

3 698,78 – 125,78 = 3 573 €

www.yoquieroaprobar.es