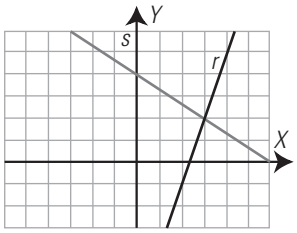
7. Sistemas de ecuaciones lineales

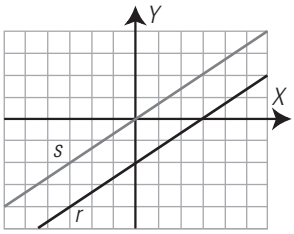
1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

PIENSA Y CALCULA

a) ¿En qué punto se cortan la gráfica roja y la azul del dibujo?



b) ¿Tienen algún punto en común las rectas del dibujo? ¿Cómo son estas rectas?



a) $P(3, 2)$ b) No. Son paralelas.

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 73,58 : 0,24

$C = 306{,}58$; $R = 0{,}0008$

APLICA LA TEORÍA

1. Comprueba que $x = 2$, $y = -3$ es solución del siguiente sistema:

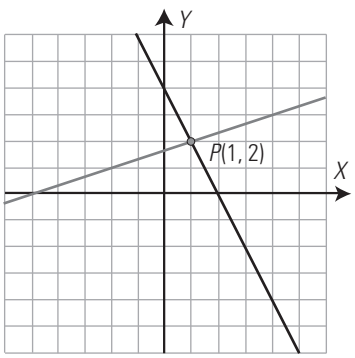
$$\left.\begin{matrix} 3x - y = 9 \\ 5x + 2y = 4 \end{matrix}\right\}$$

$3 \cdot 2 - (-3) = 6 + 3 = 9$

$5 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) = 10 - 6 = 4$

2. Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{matrix} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{matrix}\right\}$$



$x = 1$, $y = 2$

3. Aplica el criterio que relaciona los coeficientes del siguiente sistema para hallar cuántas soluciones tiene, haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

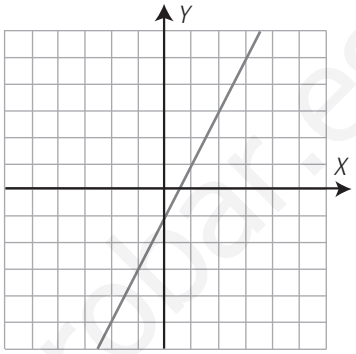
$$\left.\begin{matrix} -2x + y = -1 \\ 4x - 2y = 2 \end{matrix}\right\}$$

Criterio: $\frac{-2}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

Tiene infinitas soluciones.

Son rectas coincidentes.

Sistema compatible indeterminado.



$x_1 = 1$, $y_1 = 1$; $x_2 = 2$, $y_2 = 3$; $x_3 = 3$, $y_3 = 5$, …

4. Aplica el criterio que relaciona los coeficientes del siguiente sistema para hallar cuántas soluciones tiene, haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

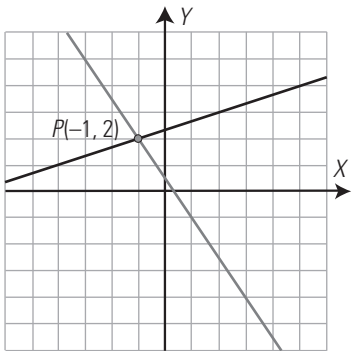
$$\left.\begin{matrix} x - 3y = -7 \\ 3x + 2y = 1 \end{matrix}\right\}$$

Criterio: $\frac{1}{3} \neq \frac{-3}{2}$

Tiene una solución.

Son rectas secantes.

Sistema compatible determinado.



$x = -1$, $y = 2$

5. Aplica el criterio que relaciona los coeficientes del siguiente sistema para hallar cuántas soluciones tiene. Haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

$$\left.\begin{matrix} 2x + y = 5 \\ 6x + 3y = 3 \end{matrix}\right\}$$

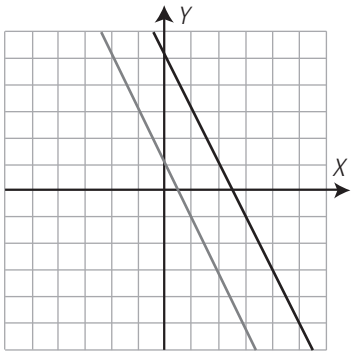
Criterio: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \neq \frac{5}{3}$

No tiene una solución.

Son rectas paralelas.

www.yoquieroaprobar.es

Sistema incompatible.



6. Escribe un sistema que tenga como solución $x = 2$, $y = -3$

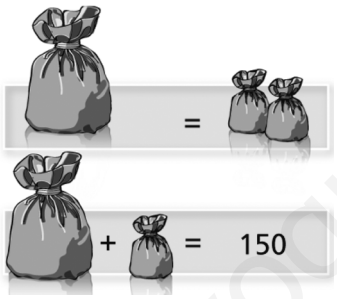
$$\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = -1 \end{array}\right\}$$

2. Métodos de sustitución e igualación

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente el siguiente sistema sustituyendo el valor de *y* de la primera ecuación en la segunda:

$$\left.\begin{array}{l} y = 2x \\ x + y = 150 \end{array}\right\}$$



$x + 2x = 150 \Rightarrow 3x = 150 \Rightarrow x = 50$
$y = 2x \Rightarrow y = 2 \cdot 50 = 100$

CARNÉ CALCULISTA

Desarrolla: $(2a - 5)^2 =$ $4a^2 - 20a + 25$
Factoriza: $x^2 - 10x + 25 =$ $(x - 5)^2$

APLICA LA TEORÍA

7. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} y = 3 - 2x \\ 3x - 4y = 10 \end{array}\right\}$$

Se sustituye el valor de y de la primera ecuación en la segunda.
$x = 2$, $y = -1$

8. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} y = 3x - 7 \\ y = 13 - 2x \end{array}\right\}$$

Se igualan los valores de la y.
$x = 4$, $y = 5$

9. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ x = 5y - 7 \end{array}\right\}$$

Se sustituye el valor de x de la segunda ecuación en la primera ecuación.
$x = 3$, $y = 2$

10. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x = 2y + 1 \\ x = -1 - 6y \end{array}\right\}$$

Se igualan los valores de la x.
$x = 1/2$, $y = -1/4$

11. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} = 11 - 3y \\ 2x - \dfrac{y}{3} = 7 \end{array}\right\}$$

Se eliminan los denominadores:

$$\left.\begin{array}{l} x = 22 - 6y \\ 6x - y = 21 \end{array}\right\}$$

Se sustituye el valor de x de la primera ecuación en la segunda.
$x = 4$, $y = 3$

12. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} y = 1 - 0{,}5x \\ y = 0{,}25x + 0{,}25 \end{array}\right\}$$

Se igualan los valores de la y.
$x = 1$, $y = 0{,}5$

3. Reducción y qué método utilizar

PIENSA Y CALCULA

Suma mentalmente las dos ecuaciones del sistema y halla el valor de *x*
Sustituye mentalmente este valor en la primera ecuación y halla el valor de *y*

$$\left.\begin{array}{l} 5x + 2y = 12 \\ 3x - 2y = 4 \end{array}\right\}$$

$8x = 16 \Rightarrow x = 2$
$5 \cdot 2 + 2y = 12 \Rightarrow y = 1$

CARNÉ CALCULISTA

Resuelve la ecuación: $\dfrac{2x - 1}{4} - \dfrac{3x + 1}{5} = \dfrac{5x - 2}{6}$

$x = \dfrac{1}{8}$

APLICA LA TEORÍA

13. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 1 \end{array}\right\}$$

Se suman las dos ecuaciones.
$x = 1$, $y = 2$

14. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 8 \\ 3x + 7y = -1 \end{array}\right\}$$

Se cambia de signo la primera ecuación y se suman.
$x = 2$, $y = -1$

www.yoquieroaprobar.es

15. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{matrix} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 5y = 3 \end{matrix}\right\}$$

Se multiplica la primera ecuación por 3 y se le resta la segunda.

$x = -2$, $y = 3$

16. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{matrix} 3x - 2y = 13 \\ 4x + 5y = 2 \end{matrix}\right\}$$

Se multiplica la primera ecuación por 5 y la segunda por 2 y se suman.

$x = 3$, $y = -2$

17. Resuelve el siguiente sistema por el método más sencillo:

$$\left.\begin{matrix} y = 4x - 1 \\ 2x + 3y = 25 \end{matrix}\right\}$$

Por sustitución.

$x = 2$, $y = 7$

18. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left.\begin{matrix} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 3y = -4 \end{matrix}\right\}$$

Por reducción, se suman las dos ecuaciones.

$x = 1/2$, $y = 2$

19. Resuelve el siguiente sistema por el método más sencillo:

$$\left.\begin{matrix} x = 2y - 1 \\ x = 3y - 6 \end{matrix}\right\}$$

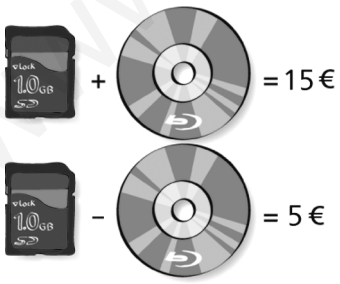
Por igualación.

$x = 9$, $y = 5$

4. PROBLEMAS DE SISTEMAS

PIENSA Y CALCULA

En el dibujo está planteado un sistema correspondiente a dos ecuaciones con dos incógnitas.



a) Suma las dos ecuaciones y halla el valor de una tarjeta.

b) Observando la primera ecuación y sabiendo el valor de una tarjeta, calcula el valor de un disco blu-ray.

a) 2 tarjetas = 20 € ⇒ 1 tarjeta = 10 €

b) 1 disco blu-ray = 5 €

CARNÉ CALCULISTA

Resuelve la ecuación: $3x^2 - 6x = 0$

$x = 0$, $x = 2$

APLICA LA TEORÍA

20. Halla dos números sabiendo que uno es el doble del otro y que entre los dos suman 51

Primer número: x

Segundo número: y

$$\left.\begin{matrix} y = 2x \\ x + y = 51 \end{matrix}\right\}$$

$x = 17$, $y = 34$

21. En un garaje hay 18 vehículos entre coches y motos. Sin contar las ruedas de repuesto hay 58 ruedas. ¿Cuántas motos y coches hay?

Número de coches: x

Número de motos: y

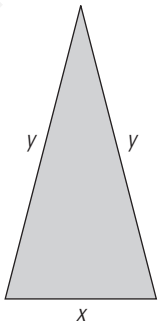
$$\left.\begin{matrix} x + y = 18 \\ 4x + 2y = 58 \end{matrix}\right\}$$

Coches: $x = 11$, motos: $y = 7$

22. El perímetro de un triángulo isósceles mide 65 m, y cada uno de los lados iguales mide el doble del lado desigual. ¿Cuánto mide cada lado?

Medida del lado desigual: x

Medida de cada uno de los lados iguales: y



$$\left.\begin{matrix} x + 2y = 65 \\ y = 2x \end{matrix}\right\}$$

Lado desigual: $x = 13$ m

Cada lado igual: $y = 26$ m

23. El doble de un número más el triple de otro número es igual a 80, y el quíntuplo del primero menos la mitad del segundo es igual a 56. ¿De qué números se trata?

Primer número: x

Segundo número: y

$$\left.\begin{matrix} 2x + 3y = 80 \\ 5x - y/2 = 56 \end{matrix}\right\}$$

$x = 13$, $y = 18$

24. Los alumnos de un centro van a ir al teatro. El precio de una entrada sin descuento es de 4,5 € y con descuento especial para colegios es de 1,5 €. Se sacan 250 entradas, unas con descuento y otras sin descuento, y en total se pagan 675 €. ¿Cuántas entradas se han comprado con descuento? ¿Y sin descuento?

Número de entradas sin descuento: x

Número de entradas con descuento: y

$$\left.\begin{matrix} x + y = 250 \\ 4{,}5x + 1{,}5y = 675 \end{matrix}\right\}$$

Entradas sin descuento: $x = 100$ entradas.

Entradas con descuento: $y = 150$ entradas.

www.yoquieroaprobar.es

25. Tres DVD y 2 CD cuestan 12 €; 4 DVD y 4 CD cuestan 18 €. Calcula cuánto cuestan cada DVD y cada CD.

Precio del DVD: x
Precio del CD: y
$\left.\begin{matrix} 3x + 2y = 12 \\ 4x + 4y = 18 \end{matrix}\right\}$
Cada DVD: $x = 3$ €
Cada CD: $y = 1{,}5$ €

26. Halla la ecuación de la recta $ax + by = 2$ sabiendo que pasa por los puntos $A(1, 2)$ y $B(3, 7)$

$\left.\begin{matrix} a + 2b = 2 \\ 3a + 7b = 2 \end{matrix}\right\}$
$a = 10$, $b = -4$
La recta es: $10x - 4y = 2 \Rightarrow 5x - 2y = 1$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. SISTEMAS LINEALES. RESOLUCIÓN GRÁFICA

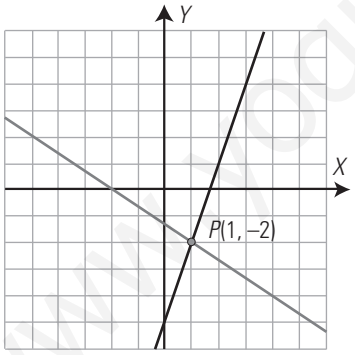
27. Comprueba que $x = -1$, $y = 5$ es solución del siguiente sistema:

$$\left.\begin{matrix} -3x + 2y = 13 \\ 4x + y = 1 \end{matrix}\right\}$$

$-3 \cdot (-1) + 2 \cdot 5 = 3 + 10 = 13$
$4 \cdot (-1) + 5 = -4 + 5 = 1$

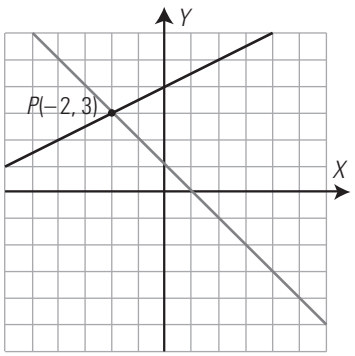
Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:

28. $\left.\begin{matrix} 3x - y = 5 \\ 2x + 3y = -4 \end{matrix}\right\}$



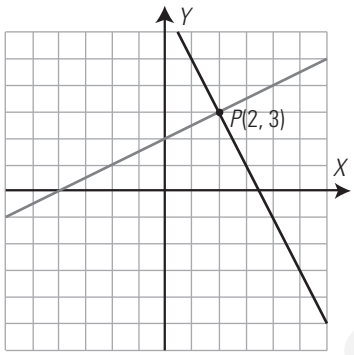
$x = 1$, $y = -2$

29. $\left.\begin{matrix} x - y = 1 \\ x + 2y = -8 \end{matrix}\right\}$



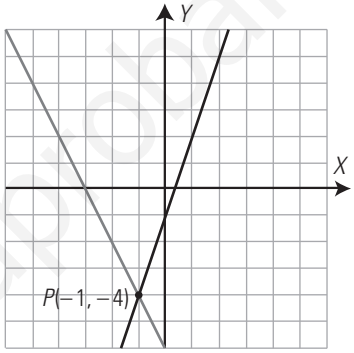
$x = -2$, $y = 3$

30. $\left.\begin{matrix} x - 2y = -4 \\ 2x + y = 7 \end{matrix}\right\}$



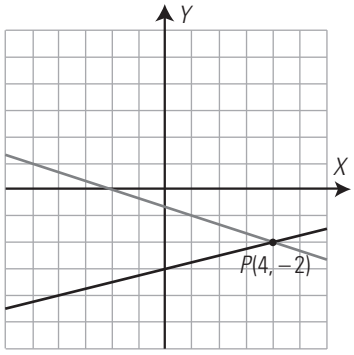
$x = 2$, $y = 3$

31. $\left.\begin{matrix} 2x + y = -6 \\ 3x - y = 1 \end{matrix}\right\}$



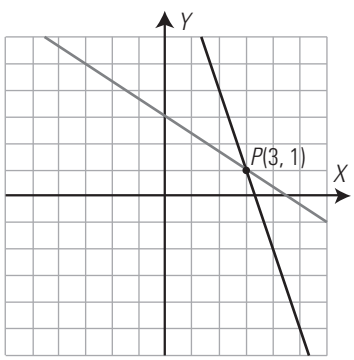
$x = -1$, $y = -4$

32. $\left.\begin{matrix} x - 4y = 12 \\ x + 3y = -2 \end{matrix}\right\}$



$x = 4$, $y = -2$

33. $\left.\begin{matrix} 3x + y = 10 \\ 2x + 3y = 9 \end{matrix}\right\}$



$x = 3$, $y = 1$

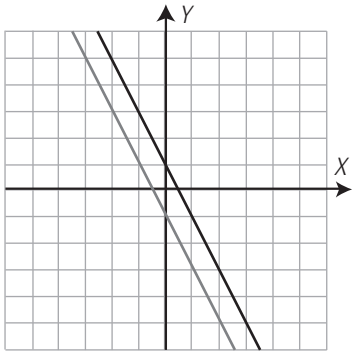
www.yoquieroaprobar.es

Aplica el criterio que relaciona los coeficientes de cada sistema para hallar cuántas soluciones tiene, haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

34. $\left.\begin{matrix} 2x + y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{matrix}\right\}$

Criterio: $\frac{2}{2} = \frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1}$

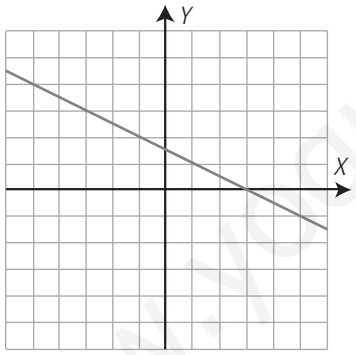
No tiene solución.
Son rectas paralelas.
Sistema incompatible.



35. $\left.\begin{matrix} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{matrix}\right\}$

Criterio: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

Tiene infinitas soluciones.
Son rectas coincidentes.
Sistema compatible indeterminado.

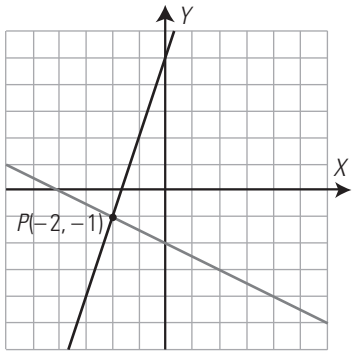


$x_1 = -1$, $y_1 = 2$; $x_2 = 3$, $y_2 = 0$; $x_3 = 5$, $y_3 = -1$…

36. $\left.\begin{matrix} 3x - y = -5 \\ x + 2y = -4 \end{matrix}\right\}$

Criterio: $\frac{3}{1} \neq \frac{-1}{2}$

Tiene una solución.
Son rectas secantes.
Sistema compatible determinado.

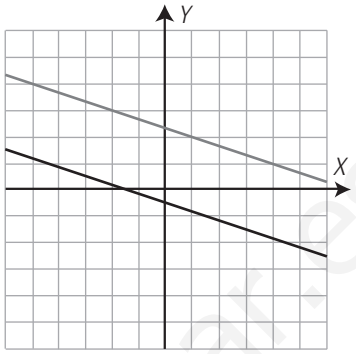


$x = -2$, $y = -1$

37. $\left.\begin{matrix} x + 3y = 7 \\ 3x + 9y = -5 \end{matrix}\right\}$

Criterio: $\frac{1}{3} = \frac{3}{9} \neq \frac{7}{-5}$

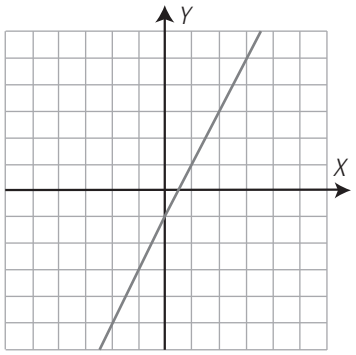
No tiene solución.
Son rectas paralelas.
Sistema incompatible.



38. $\left.\begin{matrix} -2x + y = -1 \\ 4x - 2y = 2 \end{matrix}\right\}$

Criterio: $\frac{-2}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

Tiene infinitas soluciones
Son rectas coincidentes.
Sistema compatible indeterminado.

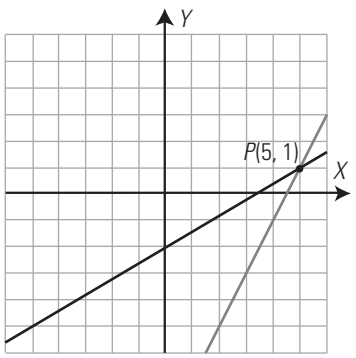


$x_1 = 0$, $y_1 = -1$; $x_2 = 1$, $y_2 = 1$; $x_3 = 2$, $y_3 = 3$…

39. $\left.\begin{matrix} 2x - y = 9 \\ 3x - 5y = 10 \end{matrix}\right\}$

Criterio: $\frac{2}{3} \neq \frac{-1}{-5}$

Tiene una solución.
Son rectas secantes.
Sistema compatible determinado.



$x = 5$, $y = 1$

www.yoquieroaprobar.es

40. Escribe un sistema que tenga como solución:

$$x = -1,\ y = 2$$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 1 \\ -x + y = 3 \end{array}\right\}$$

2. MÉTODOS DE SUSTITUCIÓN E IGUALACIÓN

Resuelve por el método más sencillo:

41. $\left.\begin{array}{l} x = -2y \\ 3x + 7y = 1 \end{array}\right\}$

Se sustituye el valor de x de la primera ecuación en la segunda ecuación.
$x = -2$, $y = 1$

42. $\left.\begin{array}{l} 7x + 2y = 4 \\ y = 1 - 5x \end{array}\right\}$

Se sustituye el valor de y de la segunda ecuación en la primera ecuación.
$x = -2/3$, $y = 13/3$

43. $\left.\begin{array}{l} y = 3x - 5 \\ y = 1 - 2x \end{array}\right\}$

Se igualan los valores de la y.
$x = 6/5$, $y = -7/5$

44. $\left.\begin{array}{l} y = -2x + 3 \\ y = 5x - 4 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de y.
$x = 1$, $y = 1$

45. $\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 1 \\ y = 7 - 3x \end{array}\right\}$

Se sustituye el valor de y de la segunda ecuación en la primera ecuación.
$x = 2$, $y = 1$

46. $\left.\begin{array}{l} x = 3 - 0{,}75y \\ x = 0{,}5y + 5 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de x.
$x = 4{,}2$, $y = -1{,}6$

3. REDUCCIÓN Y QUÉ MÉTODO UTILIZAR

Resuelve por el método más sencillo:

47. $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 17 \\ -3x + 5y = 11 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se suman las dos ecuaciones.
$x = 3$, $y = 4$

48. $\left.\begin{array}{l} y = 3 - 2x \\ 3x - 4y = 10 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de sustitución.
Se sustituye el valor de y de la primera ecuación en la segunda ecuación.
$x = 2$, $y = -1$

49. $\left.\begin{array}{l} 4x - 5y = 22 \\ 3x - 5y = 19 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se cambia de signo la segunda ecuación y se suman.
$x = 3$, $y = -2$

50. $\left.\begin{array}{l} x = 2y + 3 \\ 3x + 4y = 5 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de sustitución.
Se sustituye el valor de x de la primera ecuación en la segunda ecuación.
$x = 11/5$, $y = -2/5$

51. $\left.\begin{array}{l} 3x - 4y = 3 \\ 5x + 6y = 5 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
m.c.m. (4, 6) = 12
Se multiplica la primera por 3 y la segunda por 2 y se suman.
$x = 1$, $y = 0$

52. $\left.\begin{array}{l} y = 3x + 1 \\ y = 4x - 2 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de y de las dos ecuaciones.
$x = 3$, $y = 10$

53. $\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 9 \\ 5x + 4y = 11 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica la primera ecuación por 4 y la segunda por 3 y se suman.
$x = 3$, $y = -1$

54. $\left.\begin{array}{l} y = 2x + 8 \\ y = -x - 1 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de y
$x = -3$, $y = 2$

55. $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 5 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{4} = 1 \end{array}\right\}$

Se eliminan denominadores.

$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 30 \\ 2x - y = 4 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de sustitución.
Se despeja y de la segunda ecuación y se sustituye en la primera.
$x = 21/4$, $y = 13/2$

56. $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x - 2}{4} + \dfrac{y}{5} = \dfrac{1}{2} \\ 3(x - 1) + 2(y + 3) = 4 \end{array}\right\}$

Se eliminan denominadores:

$\left.\begin{array}{l} 5x - 4y = 20 \\ 3x + 2y = 1 \end{array}\right\}$

Se resuelve por reducción multiplicando la segunda ecuación por 2 y sumando.
$x = 2$, $y = -5/2$

www.yoquieroaprobar.es

4. PROBLEMAS DE SISTEMAS

57. Halla dos números sabiendo que uno es el cuádruplo del otro y que entre los dos suman 55

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{array}{l} y = 4x \\ x + y = 55 \end{array}\right\}$$

$x = 11$, $y = 44$

58. Dos hogazas de pan y 8 barras pesan 6 kg y 12 barras y una hogaza pesan 4 kg. ¿Cuánto pesa cada barra de pan y cada hogaza?

Peso de la hogaza: x
Peso de la barra: y

$$\left.\begin{array}{l} 2x - 8y = 6 \\ x + 12y = 4 \end{array}\right\}$$

Peso hogaza: $x = 2{,}5$ kg
Peso de la barra: $y = 0{,}125$ kg $= 125$ g

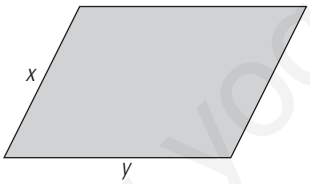
59. El triple de un número menos el doble de otro número es igual a 45 y el doble del primero menos la cuarta parte del segundo es igual a 43. ¿De qué números se trata?

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 45 \\ 2x + y/4 = 43 \end{array}\right\}$$

$x = 23$, $y = 12$

60. El perímetro de un romboide mide 42 m y un lado mide 7 metros más que el otro. ¿Cuánto mide cada lado?

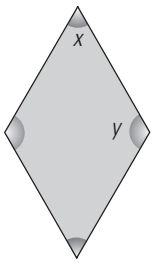


Lado menor: x
Lado mayor: y

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 2y = 42 \\ y = x + 7 \end{array}\right\}$$

$x = 7$ m, $y = 14$ m

61. Un ángulo de un rombo mide el doble que el otro. ¿Cuánto mide cada ángulo?



Ángulo menor: x
Ángulo mayor: y

$$\left.\begin{array}{l} y = 2x \\ x + y = 180 \end{array}\right\}$$

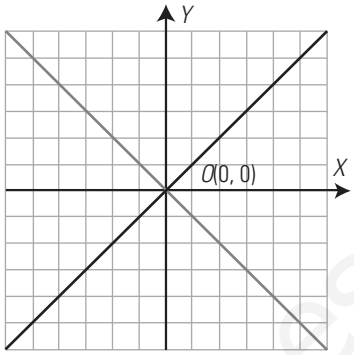
$x = 60°$, $y = 120°$

PARA AMPLIAR

62. Resuelve gráficamente los sistemas:

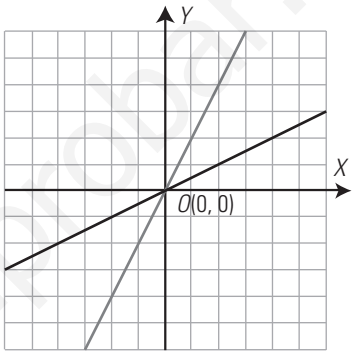
a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} 2x - y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{array}\right\}$

a)



$x = 0$, $y = 0$

b)



$x = 0$, $y = 0$

Resuelve por el método más sencillo los siguientes sistemas:

63. $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 2 \\ 5x - 4y = 40 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica la primera ecuación por 2 y se suman.
$x = 4$, $y = -5$

64. $\left.\begin{array}{l} x = 16 - y \\ x = y - 2 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de x
$x = 7$, $y = 9$

65. $\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica la primera ecuación por 2, la segunda por 3 y se suman.
$x = 3$, $y = 2$

66. $\left.\begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ y = 7 - 2x \end{array}\right\}$

Se aplica el método de sustitución.
Se sustituye y de la segunda ecuación y se sustituye en la primera.
$x = 3$, $y = 1$

67. $\left.\begin{array}{l} x = y - 7 \\ x = 5 - 2y \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de x
$x = -3$, $y = 4$

www.yoquieroaprobar.es

68. $\left.\begin{matrix} 5x + 3y = 11 \\ 3x + 5y = 13 \end{matrix}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica la primera ecuación por 5, la segunda por –3 y se suman.
$x = 1$, $y = 2$

69. $\left.\begin{matrix} \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{4} \\ 2x + 3y = 9 \end{matrix}\right\}$

Se eliminan denominadores.

$\left.\begin{matrix} 4x = 3y \\ 2x + 3y = 9 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 4x - 3y = 0 \\ 2x + 3y = 9 \end{matrix}\right\}$

Se aplica el método de reducción. Se suman las ecuaciones.
$x = 3/2$, $y = 2$

70. $\left.\begin{matrix} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 3 \\ 5x + 2y = 4x + 10 \end{matrix}\right\}$

Se eliminan denominadores y se simplifica.

$\left.\begin{matrix} 3x + 2y = 18 \\ x + 2y = 10 \end{matrix}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se le resta a la primera ecuación la segunda.
$x = 4$, $y = 3$

71. $\left.\begin{matrix} \dfrac{x + 2y}{5} = 3 \\ 2x + 5y - 8 = 4(y + 1) \end{matrix}\right\}$

Se eliminan los denominadores, paréntesis y se simplifica.

$\left.\begin{matrix} x + 2y = 15 \\ 2x + y = 12 \end{matrix}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica por –2 la segunda ecuación y se suman.
$x = 3$, $y = 6$

72. $\left.\begin{matrix} 0{,}25x + 0{,}5y = 2 \\ 0{,}75x - 0{,}5y = 5 \end{matrix}\right\}$

Se aplica el método de reducción. Se suman las ecuaciones
$x = 7$, $y = 0{,}5$

73. Escribe un sistema que tenga la solución:

$$x = 3,\ y = -1$$

$\left.\begin{matrix} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{matrix}\right\}$

74. Calcula el valor de k para que $x = 2$, $y = 1$ sea solución del sistema:

$$\left.\begin{matrix} x + 2y = 4 \\ kx - y = 9 \end{matrix}\right\}$$

$2 + 2 \cdot 1 = 2 + 2 = 4$
$2k - 1 = 9 \Rightarrow k = 5$

75. Calcula dos números sabiendo que suman 92 y que su diferencia es 22

Primer número: x
Segundo número: y

$\left.\begin{matrix} x + y = 92 \\ x - y = 22 \end{matrix}\right\}$

$x = 57$, $y = 35$

76. Para una fiesta se compran refrescos a 0,85 € y bolsas de frutos secos a 1,25 €. Por cada refresco se compran tres bolsas de frutos secos y en total se pagan 230 €. ¿Cuántos refrescos y bolsas se han comprado?

N.º de refrescos: x
N.º de bolsas de frutos secos: y

$\left.\begin{matrix} 0{,}85x + 1{,}25y = 230 \\ y = 3x \end{matrix}\right\}$

N.º de refrescos: $x = 50$
N.º de bolsas de frutos secos: $y = 150$

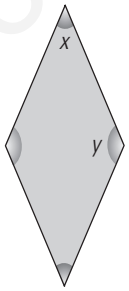
77. Halla dos números cuya suma sea 12 y el primero más el doble del segundo sea igual a 19

Primer número: x
Segundo número: y

$\left.\begin{matrix} x + y = 12 \\ x + 2y = 19 \end{matrix}\right\}$

$x = 5$, $y = 7$

78. Un ángulo de un rombo mide el triple que el otro. ¿Cuánto mide cada ángulo?



Ángulo menor: x
Ángulo mayor: y

$\left.\begin{matrix} y = 3x \\ x + y = 28 \end{matrix}\right\}$

$x = 45°$, $y = 135°$

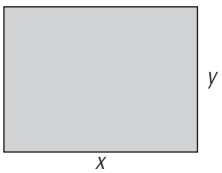
79. Halla la edad de un padre y la de su hijo sabiendo que la edad del padre es el triple de la del hijo y la diferencia de las edades es de 28 años.

Edad del hijo: x
Edad del padre: y

$\left.\begin{matrix} y = 3x \\ y - x = 28 \end{matrix}\right\}$

Edad del hijo: $x = 14$ años.
Edad del padre: $y = 42$ años.

80. Halla los lados de un rectángulo sabiendo que el perímetro mide 130 m y que la base es 3/2 de la altura.



Base: x
Altura: y

$\left.\begin{matrix} 2x + 2y = 130 \\ x = 3y/2 \end{matrix}\right\}$

Base: $x = 39$ m
Altura: $y = 26$ m

www.yoquieroaprobar.es

81. Un pantalón y una camisa cuestan 60 € y he pagado por ellos 52,8 €. Si en el pantalón me han hecho el 10% de descuento y en la camisa, el 15%, ¿cuánto costaba cada prenda?

Precio del pantalón: x
Precio de la camisa: y

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 60 \\ 0{,}9x + 0{,}85y = 52{,}8 \end{array}\right\}$$

Coste del pantalón: $x = 36$ €
Coste de la camisa: $y = 24$ €

82. Halla dos números cuya suma es 72 y son proporcionales a 5 y 3

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 72 \\ \dfrac{x}{5} = \dfrac{y}{3} \end{array}\right\}$$

Primer número: $x = 45$
Segundo número: $y = 27$

PROBLEMAS

83. Se mezcla café de calidad extra de 12 €/kg con café normal de 7 €/kg para obtener una mezcla de 40 kg a 9 €/kg. ¿Cuántos kilos hemos mezclado de cada clase?

	Café extra	Café normal	Mezcla
Precio (€/kg)	12	7	9
Peso (kg)	x	y	40

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 40 \\ 12x + 7y = 40 \cdot 9 \end{array}\right\}$$

Café extra de 12 €/kg: $x = 16$ kg
Café de 7 €/kg: $y = 24$ kg

84. Halla la ecuación de la recta $y = ax + b$ sabiendo que pasa por los puntos $A(1, 5)$ y $B(-1, 1)$

$$\left.\begin{array}{l} a + b = 5 \\ -a + b = 1 \end{array}\right\}$$

$a = 2$, $b = 3$
La recta es: $y = 2x + 3$

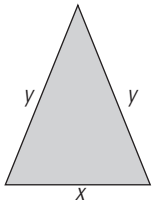
85. José ha comprado en el mercado 3 kg de manzanas y 2 kg de higos y ha pagado 14 € por toda la fruta. Sabiendo que el precio del kilo de higos es el doble que el de manzanas, halla el precio del kilo de manzanas y del kilo de higos.

Precio del kilo de manzanas: x
Precio del kilo de higos: y

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 14 \\ y = 2x \end{array}\right\}$$

Precio del kilo de manzanas: $x = 2$ €
Precio del kilo de higos: $y = 4$ €

86. El perímetro de un triángulo isósceles mide 27,5 m y cada uno de los lados iguales mide 2,5 m más que el desigual. ¿Cuánto mide cada lado?



Medida del lado desigual: x
Medida de cada uno de los lados iguales: y

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 27{,}5 \\ y = x + 2{,}5 \end{array}\right\}$$

Medida del lado desigual: $x = 7{,}5$ m
Medida de cada uno de los lados iguales: $y = 10$ m

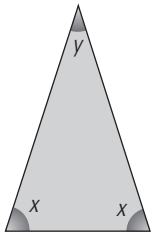
87. Por una camisa y un pantalón se han pagado 120 €, y por dos camisas y tres pantalones se han pagado 312 €. ¿Cuánto cuestan cada camisa y cada pantalón?

Coste de una camisa: x
Coste de un pantalón: y

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 120 \\ 2x + 3y = 312 \end{array}\right\}$$

Coste de una camisa: $x = 48$ €
Coste de un pantalón: $y = 72$ €

88. El ángulo desigual de un triángulo isósceles mide la mitad de cada uno de los iguales. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos?



Ángulo igual: x
Cada ángulo desigual: y

$$\left.\begin{array}{l} y = x/2 \\ 2x + y = 180 \end{array}\right\}$$

Cada uno de los ángulos iguales: $x = 72°$
El ángulo desigual: $y = 36°$

89. Pedro y María van a comprar cuadernos y bolígrafos. Pedro paga 30 € por 5 cuadernos y 6 bolígrafos, y María paga 34 € por 7 cuadernos y 2 bolígrafos. ¿Cuánto cuestan cada cuaderno y cada bolígrafo?

Precio de un cuaderno: x
Precio de un bolígrafo: y

$$\left.\begin{array}{l} 5x + 6y = 30 \\ 7x + 2y = 34 \end{array}\right\}$$

Precio de un cuaderno: $x = 4{,}5$ €
Precio de un bolígrafo: $y = 1{,}25$ €

90. Una fábrica hace bicicletas del tipo A, que llevan 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, y otras del tipo B, que llevan 2 kg de acero y 2 kg de aluminio. Si la empresa tiene 240 kg de acero y 360 kg de aluminio, ¿cuántas bicicletas puede construir de cada modelo?

Bicicletas del tipo A: x
Bicicletas del tipo B: y

www.yoquieroaprobar.es

$\left.\begin{matrix} x + 2y = 240 \\ 3x + 2y = 360 \end{matrix}\right\}$

Bicicletas del tipo A: $x = 60$

Bicicletas del tipo B: $y = 90$

91. Se mezcla aceite puro de oliva de 3,5 € el litro con aceite de orujo de 2,5 € el litro, para obtener 400 litros de mezcla a 2,75 € el litro. ¿Cuántos litros hemos mezclado de cada aceite?

	Aceite puro	Aceite orujo	Mezcla
Precio (€/L)	3,5	2,5	2,75
Capacidad (L)	x	y	400

$\left.\begin{matrix} x + y = 400 \\ 3{,}5x + 2{,}5y = 400 \cdot 2{,}75 \end{matrix}\right\}$

Aceite de oliva: $x = 100$ litros

Aceite de orujo: $y = 300$ litros

92. Halla dos números sabiendo que al dividir el mayor entre el menor se obtiene de cociente 2 y de resto 3, y que la suma de los dos números es 39

Número menor: x

Número mayor: y

$\left.\begin{matrix} x + y = 39 \\ y = 2x + 3 \end{matrix}\right\}$

Número menor: $x = 12$

Número mayor: $y = 27$

93. Entre conejos y gallinas hay 48 animales en un corral. Sabiendo que en total hay 86 patas, ¿cuántos conejos y gallinas hay? Interpreta el resultado.

Cantidad de conejos: x

Cantidad de gallinas: y

$\left.\begin{matrix} x + y = 48 \\ 4x + 2y = 86 \end{matrix}\right\}$

Cantidad de conejos: $x = -5$

Cantidad de gallinas: $y = 53$

Interpretación: el número de conejos no puede ser negativo, por lo que el problema no tiene solución.

94. El triple de un número más otro número es igual a 29 y el doble del primero menos la mitad del segundo es igual a 10. ¿De qué números se trata?

Primer número: x

Segundo número: y

$\left.\begin{matrix} 3x + y = 29 \\ 2x - y/2 = 10 \end{matrix}\right\}$

$x = 7$, $y = 8$

95. Reparte 55 € proporcionalmente a 2 y 3

Primera cantidad: x

Segunda cantidad: y

$\left.\begin{matrix} x + y = 55 \\ \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} \end{matrix}\right\}$

$x = 22$, $y = 33$

96. En una tienda, 2 pares de zapatos y 3 pares de deportivos cuestan 170 €, y se han pagado por ellos 132 €. Si en los zapatos han hecho el 25% de descuento y en los deportivos el 20%, ¿cuánto costaba cada par?

Pares de zapatos: x

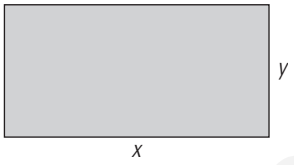
Pares de deportivos: y

$\left.\begin{matrix} 2x + 3y = 170 \\ 2x \cdot 0{,}75 + 3y \cdot 0{,}8 = 132 \end{matrix}\right\}$

Pares de zapatos: $x = 40$

Pares de deportivos: $y = 30$

97. El perímetro de un rectángulo mide 21 m y uno de los lados mide el doble del otro. ¿Cuánto mide cada lado?



Base: x

Altura: y

$\left.\begin{matrix} 2x + 2y = 21 \\ x = 2y \end{matrix}\right\}$

Base: $x = 7$ m

Altura: $y = 3{,}5$ m

98. Dos revistas deportivas y una de automóviles cuestan 6 €. Cuatro revistas deportivas y dos de automóviles cuestan 12 €. Calcula cuánto cuesta cada revista deportiva y cada revista de automóviles. Interpreta el resultado que se obtiene.

Cantidad de revistas deportivas: x

Cantidad de revistas de automóviles: y

$\left.\begin{matrix} 2x + y = 6 \\ 4x + 2y = 12 \end{matrix}\right\}$

Los coeficientes de la segunda ecuación son el doble de los de la primera. El sistema es compatible indeterminado, es decir, tiene infinitas soluciones.

PARA PROFUNDIZAR

99. Halla dos números tales que su suma sea 25 y la sexta parte del primero más cinco veces el segundo sea igual a 38

Primer número: x

Segundo número: y

$\left.\begin{matrix} x + y = 25 \\ x/6 + 5y = 38 \end{matrix}\right\}$

$x = 18$, $y = 7$

100. Entre Juan y Antonio hacen un trabajo por el que cobran 654 €. Si Juan ha hecho los 2/3 del trabajo que ha hecho Antonio, ¿cuánto tiene que cobrar cada uno?

Cantidad que cobra Juan: x

Cantidad que cobra Antonio: y

$\left.\begin{matrix} x + y = 654 \\ x = 2y/3 \end{matrix}\right\}$

Juan cobra: $x = 261{,}6$ €

Antonio cobra: $y = 392{,}4$ €

101. En un puesto se venden melones y sandías por unidades. Por la compra de 3 melones y 2 sandías se pagan 8 €, y por la compra de 6 melones y 4 sandías se pagan 15 €. Calcula el precio de cada melón y de cada sandía e interpreta el resultado que obtengas.

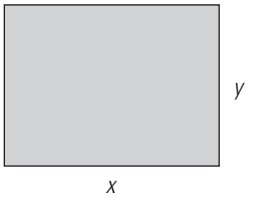
www.yoquieroaprobar.es

Precio de un melón: x
Precio de una sandía: y

$$\left.\begin{matrix} 3x + 2y = 8 \\ 6x + 4y = 15 \end{matrix}\right\}$$

Los coeficientes de las incógnitas de la segunda ecuación son el doble que los de la primera y, sin embargo, el segundo miembro no es el doble. El sistema es incompatible, no tiene solución.

102. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro es 306 m y cuya altura mide los 3/4 de la base.



Base: x
Altura: y

$$\left.\begin{matrix} 2x + 2y = 306 \\ y = 3x/4 \end{matrix}\right\}$$

Base: $x = 612/7 = 87{,}43$ m
Altura: $y = 459/7 = 65{,}57$ m

103. Se mezcla cebada de 0,15 €/kg con trigo de 0,2 €/kg para obtener 500 kg de pienso para animales a 0,17 €/kg. ¿Cuántos kilos de cebada y de trigo hemos mezclado?

	Cebada	Trigo	Mezcla
Precio (€/kg)	0,15	0,2	0,17
Masa (kg)	x	y	500

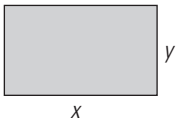
$$\left.\begin{matrix} x + y = 500 \\ 0{,}15x + 0{,}2y = 500 \cdot 0{,}17 \end{matrix}\right\}$$

Cebada: $x = 300$ kg
Trigo: $y = 200$ kg

104. El perímetro de un rectángulo mide 24 m y la suma de dos lados contiguos mide 12 m. Calcula la longitud de los lados del rectángulo e interpreta el resultado que obtengas.

Base: x
Altura: y

$$\left.\begin{matrix} 2x + 2y = 24 \\ x + y = 12 \end{matrix}\right\}$$



El sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones, porque los coeficientes de la segunda ecuación son la mitad que los de la primera.

105. Halla dos números directamente proporcionales a 5 y 7 cuya suma sea 36

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{matrix} \dfrac{x}{5} = \dfrac{y}{7} \\ x + y = 36 \end{matrix}\right\}$$

$x = 15$, $y = 21$

106. La suma de las edades de un padre y su hijo es de 75 años y la diferencia es de 45 años. ¿Qué edad tienen el padre y el hijo?

Edad del padre: x
Edad del hijo: y

$$\left.\begin{matrix} x + y = 75 \\ x - y = 45 \end{matrix}\right\}$$

Edad del padre: $x = 60$ años.
Edad del hijo: $x = 15$ años.

107. Un número está compuesto de dos cifras que suman 6 unidades. Si cambiamos las dos cifras de orden, el número aumenta en 18 unidades. ¿De qué número se trata?

Cifra de las unidades: x
Cifra de las decenas: y

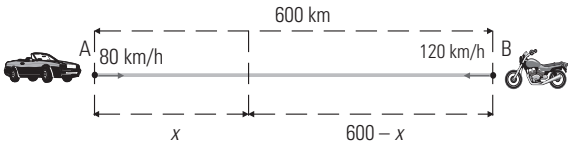
$$\left.\begin{matrix} x + y = 6 \\ 10x + y = x + 10y + 18 \end{matrix}\right\}$$

$x = 4$, $y = 2$
El número es 24

APLICA TUS COMPETENCIAS

108. Dos ciudades, A y B, distan entre sí 600 km. De la ciudad A sale hacia la ciudad B un coche a 80 km/h. Al mismo tiempo sale de la ciudad B hacia la ciudad A una moto a 120 km/h. Calcula el tiempo que tardarán en encontrarse y la distancia que ha recorrido cada vehículo.

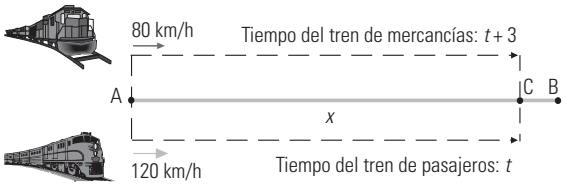
El tiempo t es el mismo para los dos y hay que aplicar la fórmula $e = v \cdot t$



$$\left.\begin{matrix} x = 80t \\ 600 - x = 120t \end{matrix}\right\}$$

$t = 3$ h, $x = 240$ km
El tiempo es el mismo para los dos: 3 h
El espacio que recorre el coche que sale de A es de 240 km
El espacio que recorre la moto que sale de B es de $600 - 240 = 360$ km

109. Dos ciudades, A y B, distan entre sí 800 km. De la ciudad A sale hacia la ciudad B un tren de mercancías a 80 km/h. Tres horas más tarde sale de la misma estación A otro tren de pasajeros a 120 km/h. Calcula el tiempo que tardará el segundo tren en alcanzar al primero y la distancia que han recorrido los dos trenes.



$$\left.\begin{matrix} x = 80(t + 3) \\ x = 120t \end{matrix}\right\}$$

$t = 6$ h, $x = 720$ km

www.yoquieroaprobar.es

COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Clasifica un sistema a partir del número de soluciones y pon un ejemplo de un sistema incompatible.

Un sistema lineal se puede clasificar, según el número de soluciones en:

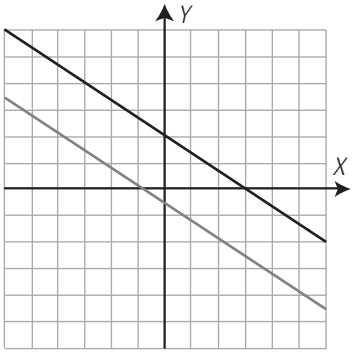
a) **Compatible determinado:** el sistema **tiene una solución** y las dos rectas se cortan en un punto.

b) **Incompatible:** el sistema **no tiene solución** y las dos rectas son paralelas.

c) **Compatible indeterminado:** el sistema **tiene infinitas soluciones** y las dos rectas son la misma.

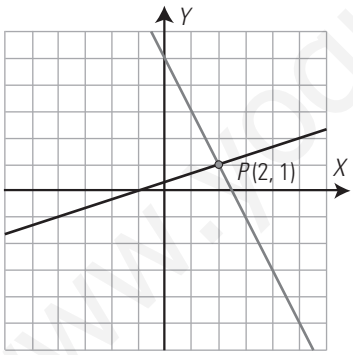
Ejemplo:

$\left.\begin{matrix} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{matrix}\right\}$



2. Resuelve gráficamente el sistema:

$$\left.\begin{matrix} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{matrix}\right\}$$



$x = 2$, $y = 1$

3. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$\left.\begin{matrix} y = -3x \\ 2x - 3y = 11 \end{matrix}\right\}$

Se resuelve por sustitución. Se sustituye el valor de y en la segunda ecuación.

$x = 1$, $y = -3$

4. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$\left.\begin{matrix} y = 2 - 2x \\ 3x - y = -7 \end{matrix}\right\}$

Se resuelve por sustitución.

Se sustituye el valor de y en la segunda ecuación.

$x = -1$, $y = 4$

5. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$\left.\begin{matrix} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 6y = 4 \end{matrix}\right\}$

Se resuelve por reducción. Se multiplica la primera por 2 y se suman.

$x = 2$, $y = 1$

6. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$\left.\begin{matrix} x = 2y - 1 \\ x = 3y - 6 \end{matrix}\right\}$

Se resuelve por igualación.

$x = 9$, $y = 5$

7. Ana tiene el triple de dinero que Julio y entre los dos tienen 800 €. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Dinero que tiene Ana: x

Dinero que tiene Julio: y

$\left.\begin{matrix} x = 3y \\ x + y = 800 \end{matrix}\right\}$

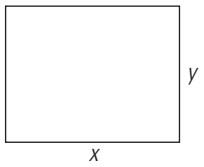
Se resuelve por sustitución.

$x = 600$, $y = 200$

Ana tiene: 600 €

Julio tiene: 200 €

8. Un prado tiene forma rectangular. La altura del rectángulo mide 5 m menos que la base, y el perímetro mide 82 m. Halla el área del prado.



Base: x

Altura: y

$\left.\begin{matrix} y = x - 5 \\ 2x + 2y = 82 \end{matrix}\right\}$

Base: $x = 23$ m, altura: $y = 18$ m

Área $= 23 \cdot 18 = 414$ m^2

WINDOWS/LINUX WIRIS

PASO A PASO

110. Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible determinado, halla la solución.

$\left.\begin{matrix} 2x + y = 9 \\ x - 3y = 1 \end{matrix}\right\}$

Resuelto en el libro del alumnado.

111. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$\left.\begin{matrix} x + 2y = 8 \\ 3x - y = 3 \end{matrix}\right\}$

Resuelto en el libro del alumnado.

112. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$\left.\begin{matrix} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{matrix}\right\}$

Resuelto en el libro del alumnado.

www.yoquieroaprobar.es

113. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$$\left.\begin{array}{l} 3x - y = -1 \\ -9x + 3y = 3 \end{array}\right\}$$

Resuelto en el libro del alumnado.

114. En un rectángulo, la suma de las longitudes de la base y de la altura es 35 m, y la longitud de la base menos la longitud de la altura es 7 m. ¿Cuánto mide cada lado?

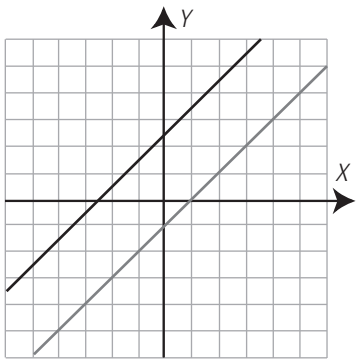
Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

115. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas, clasifícalos y, si es compatible determinado, halla la solución.

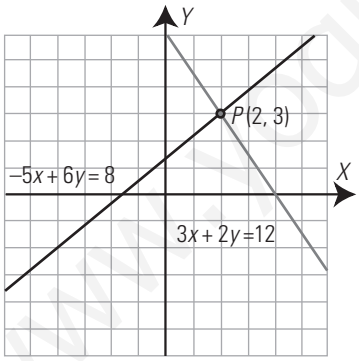
a) $\left.\begin{array}{l} x - y = 1 \\ -2x + 2y = 5 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 12 \\ -5x + 6y = 8 \end{array}\right\}$

a)



Sistema incompatible.

b)



Sistema compatible determinado.
$x = 2$, $y = 3$

116. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y clasifícalos a la vista del resultado:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} 4x - 6y = 3 \\ -2x + 3y = 5 \end{array}\right\}$

a) $x = 3$, $y = 1$
Sistema compatible determinado.

b) No tiene solución.
Sistema incompatible.

117. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y clasifícalos a la vista del resultado:

a) $\left.\begin{array}{l} 9x - 6y = 12 \\ -3x + 2y = -4 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} 5x + y = 15 \\ y = 3x - 1 \end{array}\right\}$

a) $3x - 2y = 4$
Sistema compatible indeterminado.

b) $x = 2$, $y = 5$
Sistema compatible determinado.

118. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y clasifícalos a la vista del resultado:

a) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{4} \\ \dfrac{5x}{2} - \dfrac{7y}{6} = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} 0{,}5x + y = 1 \\ 0{,}25x - y = -0{,}25 \end{array}\right\}$

a) $x = 3$, $y = 6$
Sistema compatible determinado.

b) $x = 1$, $y = 0{,}5$
Sistema compatible determinado.

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

119. Ana tiene el triple de dinero que Julio y entre los dos tienen 800 €. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{l} x = 3y \\ x + y = 800 \end{array}\right\}$$

Solución:
Ana tiene: 600 €
Julio tiene: 200 €

120. En un rectángulo, el perímetro mide 21 m y la base es el doble que la altura. ¿Cuánto mide cada lado?

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 2y = 21 \\ y = 2x \end{array}\right\}$$

Solución:
La base mide 7 m
La altura mide 3,5 m

121. En una tienda de informática el precio de un ordenador más el de una impresora es de 800 €. Si hacen un descuento en el ordenador del 10% y en la impresora del 15%, el valor es de 710 €. ¿Cuánto costaba el ordenador y la impresora?

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 800 \\ 0{,}9x + 0{,}85y = 710 \end{array}\right\}$$

Solución:
El ordenador cuesta 600 €
La impresora cuesta 200 €

122. Halla dos números que sean proporcionales a 2 y 3 y cuya suma sea 60

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} \\ x + y = 60 \end{array}\right\}$$

Solución:
$x = 24$, $y = 36$

123. En un corral hay 110 animales entre gallinas y conejos. El número de patas que hay en total es 320. ¿Cuántas gallinas y conejos hay?

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 110 \\ 2x + 4y = 320 \end{array}\right\}$$

Solución:
Número de gallinas: 60
Número de conejos: 50

www.yoquieroaprobar.es