

Unidad 6. Sistemas de ecuaciones

SOLUCIONES PÁG. 131

1 Escribe la ecuación lineal con dos incógnitas que corresponde a cada enunciado verbal:

a. La suma de dos números es 27.

$$x + y = 27$$

b. El precio de 3 kg de peras y 2 kg de melocotones es de 6,30 €.

$$3x + 2y = 6,30$$

c. El perímetro de un rectángulo mide 6 m.

$$2x + 2y = 6$$

2 Indica si el par de valores $x = 0$ e $y = 2$ es solución de las siguientes ecuaciones lineales con dos incógnitas:

a. $2x + 5y = 3$

$$2 \cdot 0 + 5 \cdot 2 = 10 \neq 3 \text{ (No es solución.)}$$

b. $3x - 4y = -8$

$$3 \cdot 0 - 4 \cdot 2 = -8 \text{ (Sí es solución.)}$$

3 Escribe el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas que corresponde a cada enunciado verbal.

a. La suma de dos números es 7, y su producto, 10.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 10 \end{cases}$$

b. La edad de un padre es cuatro veces la edad de su hijo, y las edades de ambos suman 50 años.

$$\begin{cases} x = 4y \\ x + y = 50 \end{cases}$$

c. En una prueba deportiva han participado 3 120 personas. El número de mujeres superó al número de hombres en 300 personas.

$$\begin{cases} x + y = 3\,120 \\ x - y = 300 \end{cases}$$

4 Actividad resuelta.

5 Indica si el par de valores $x = 1$ e $y = 3$ es solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a.

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ -2x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + 2 \cdot 3 = 7 \\ -2 \cdot 1 + 3 = 1 \end{cases}$$

(Sí es solución.)

b.

$$\begin{cases} -4x + 3y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 5 \\ 2 \cdot 1 + 3 = 5 \neq 1 \end{cases}$$

(No es solución.)

c.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -x + 3y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 - 3 \cdot 3 = -7 \neq 1 \\ -1 + 3 \cdot 3 = 8 \neq -3 \end{cases}$$

(No es solución.)

d.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + 3 = 4 \\ 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

(Sí es solución.)

SOLUCIONES PÁG. 133

6 Actividad resuelta.

7 Analiza, en cada caso, las razones entre los coeficientes del sistema e indica el número de soluciones de este sin resolverlo:

a.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado (solución única), ya que los coeficientes de las incógnitas no son proporcionales: $\frac{5}{2} \neq \frac{2}{-3}$

b.

$$\begin{cases} 5x - 5y = 1 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

El sistema es incompatible (no tiene solución), ya que los coeficientes de las incógnitas son proporcionales pero los términos independientes no lo son:

$$\frac{5}{1} = \frac{-5}{-1} = -5 \neq \frac{1}{4}$$

8 Copia en tu cuaderno y completa los siguientes sistemas para que sean compatibles determinados y tengan la solución que se indica:

a. Solución: $x = 0, y = -1$

$$\begin{cases} x + 2y = -2 \\ 3x - \square y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = -2 \\ 3x - 5y = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3} \neq \frac{2}{-5}$$

b. Solución: $x = 1, y = 2$

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ \square x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 8x - 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{8} \neq \frac{2}{-3}$$

c. Solución: $x = 3, y = -3$

$$\begin{cases} x + \square y = -3 \\ 2x - 3y = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x - 3y = 24 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} \neq \frac{2}{-3}$$

d. Solución: $x = 2, y = \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} \square x - 4y = 4 \\ x + \square y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = 4 \\ x + 6y = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{1} \neq \frac{-4}{6}$$

9 Señala el número de soluciones de estos sistemas:

a.

$$\begin{cases} 2x + y = -5 \\ -4x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$\frac{2}{-4} = \frac{1}{-2} = \frac{-5}{10}$$

Sistema compatible indeterminado. Tiene infinitas soluciones.

b.

$$\begin{cases} -x + 2y = -7 \\ 4y = 2x + 1 \end{cases}$$

$$\frac{-1}{-2} = \frac{2}{4} \neq \frac{-7}{1}$$

Sistema incompatible. No tiene solución.

c.

$$\begin{cases} 3x - y = -2 \\ 9x - 3y = 3 \end{cases}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{-2}{3}$$

Sistema incompatible. No tiene solución.

d.

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x - 6y = 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{-2}{-6} \neq \frac{5}{1}$$

Sistema incompatible. No tiene solución.

10 Copia en tu cuaderno y completa los siguientes sistemas para que sean compatibles indeterminados:

a.

$$\begin{cases} 5x + 2y = -3 \\ \square x - 4y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = -3 \\ -10x - 4y = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{-10} = \frac{2}{-4} = \frac{-3}{6}$$

b.

$$\begin{cases} 6x + 3y = -9 \\ -2x + \square y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 3y = -9 \\ -2x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{6}{-2} = \frac{3}{1} = \frac{-9}{3}$$

c.

$$\begin{cases} 3x + \square y = 1 \\ \square x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

d.

$$\begin{cases} \square x + 3y = 6 \\ 3x - \square y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9x + 3y = 6 \\ 3x - y = -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{-9}{3} = \frac{3}{-1} = \frac{6}{-2}$$

11 Copia en tu cuaderno y completa estos sistemas para que sean incompatibles:

a.

$$\begin{cases} -2x + 4y = 3 \\ 6x - 12y = \square \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 4y = 3 \\ 6x - 12y = a \end{cases} \Rightarrow \frac{-2}{6} = \frac{4}{12} \neq \frac{3}{a}$$

Para cualquier valor de a distinto de -9.

b.

$$\begin{cases} 4x + 8y = -1 \\ \square x - 4y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 8y = -1 \\ -2x - 4y = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{-2} = \frac{8}{-4} \neq \frac{-1}{6}$$

c.

$$\begin{cases} 5x + y = \square \\ \square x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + y = b \\ -10x - 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{-10} = \frac{1}{-2} \neq \frac{b}{1}$$

Para cualquier valor de b distinto de $-\frac{1}{2}$.

d.

$$\begin{cases} \square x - 3y = -6 \\ 2x - y = \square \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 3y = -6 \\ 2x - y = c \end{cases} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{-3}{-1} \neq \frac{-6}{c}$$

Para cualquier valor de c distinto de -2.

SOLUCIONES PÁG. 134

12 Resuelve, en cada caso, el sistema de ecuaciones por sustitución:

a.

$$\begin{cases} x = 3y - 2 \\ x + 2y = 13 \end{cases}$$

$$(3y - 2) + 2y = 13 \Rightarrow 5y - 2 = 13 \Rightarrow 5y = 13 + 2 \Rightarrow y = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow y = 3$$
$$x = 3 \cdot 3 - 2 = 7$$
$$x = 7, y = 3$$

b.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -12 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

$$3x + 2(2x + 1) = -12 \Rightarrow 3x + 4x + 2 = -12 \Rightarrow 7x + 2 = -12 \Rightarrow 7x = -12 - 2 \Rightarrow$$
$$x = \frac{-14}{7} = -2$$
$$y = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$$
$$x = -2, y = -3$$

13 Resuelve por sustitución los siguientes sistemas, despejando la incógnita que tenga coeficiente 1:

a.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$x = 5 - y \Rightarrow (5 - y) - y = 3 \Rightarrow 5 - 2y = 3 \Rightarrow -2y = 3 - 5 \Rightarrow y = \frac{-2}{-2} = 1 \Rightarrow$$
$$x = 5 - 1 = 4$$
$$x = 4, y = 1$$

b.

$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases}$$

$$y = 7 - 3x \Rightarrow 5x + 2(7 - 3x) = 11 \Rightarrow 5x + 14 - 6x = 11 \Rightarrow -x + 14 = 11 \Rightarrow$$
$$-x = 11 - 14 \Rightarrow x = 3$$
$$y = 7 - 3 \cdot 3 = -2$$
$$x = 3, y = -2$$

SOLUCIONES PÁG. 135

14 Resuelve por igualación los siguientes sistemas:

a.

$$\begin{cases} x = 3y - 11 \\ x = y - 5 \end{cases}$$

$$3y - 11 = y - 5 \Rightarrow 3y - y = -5 + 11 \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2} = 3$$

$$x = 3 - 5 = -2$$

$$x = -2, y = 3$$

b.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 4 + 3x \end{cases}$$

$$2x - 1 = 4 + 3x \Rightarrow 2x - 3x = 4 + 1 \Rightarrow -x = 5 \Rightarrow x = -5$$

$$y = 2 \cdot (-5) - 1 = -11$$

$$x = -5, y = -11$$

c.

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = -3 + x \end{cases}$$

$$2x - 7 = -3 + x \Rightarrow 2x - x = -3 + 7 \Rightarrow x = 4$$

$$y = -3 + 4 = 1$$

$$x = 4, y = 1$$

d.

$$\begin{cases} y = x - \frac{1}{3} \\ y = \frac{x}{3} + 1 \end{cases}$$

$$x - \frac{1}{3} = \frac{x}{3} + 1 \Rightarrow x - \frac{1}{3} - 1 = \frac{x}{3} \Rightarrow x - \frac{4}{3} = \frac{x}{3} \Rightarrow 3\left(x - \frac{4}{3}\right) = x \Rightarrow 3x - 4 = x \Rightarrow 3x - x = 4$$

$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$$

$$y = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$x = 2, y = \frac{5}{3}$$

e.

$$\begin{cases} x = 2y - 3 \\ x = 1 + \frac{6y}{5} \end{cases}$$

$$2y - 3 = 1 + \frac{6y}{5} \Rightarrow 2y - 3 - 1 = \frac{6y}{5} \Rightarrow 5 \cdot (2y - 4) = 6y \Rightarrow 10y - 6y = 20$$

$$\Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{4} = 5$$

$$x = 2 \cdot 5 - 3 = 7$$

$$x = 7, y = 5$$

f.

$$\begin{cases} y = \frac{x-1}{2} \\ y = 2 - \frac{3x}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{2} &= 2 - \frac{3x}{4} \Rightarrow x-1 = 2 \cdot \left(2 - \frac{3x}{4}\right) \Rightarrow x-1 = 4 - \frac{3x}{2} \Rightarrow x-5 = \frac{-3x}{2} \\ \Rightarrow 2(x-5) &= -3x \Rightarrow 2x-10 = -3x \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{5} = 2 \\ y &= \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \\ x &= 2, y = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

15 Calcula por igualación estos sistemas, despejando la incógnita que tenga coeficiente 1:

a.

$$\begin{cases} -2x + y = 3 \\ 3x + y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= 3 + 2x \\ y &= 8 - 3x \\ 3 + 2x &= 8 - 3x \Rightarrow 2x + 3x = 8 - 3 \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{5} = 1 \\ y &= 3 + 2 \cdot 1 = 5 \\ x &= 1, y = 5 \end{aligned}$$

b.

$$\begin{cases} -2x + 3y = 14 \\ 3x - y = -14 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{14+2x}{3} \\ y &= 14 + 3x \\ \frac{14+2x}{3} &= 14 + 3x \Rightarrow 14 + 2x = 3 \cdot (14 + 3x) \Rightarrow 14 + 2x = 42 + 9x \\ \Rightarrow 2x - 9x &= 42 - 14 \Rightarrow -7x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{-7} = -4 \\ y &= 14 + 3 \cdot -4 = 2 \\ x &= -4, y = 2 \end{aligned}$$

c.

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= 6 - 2x \\ y &= \frac{14-4x}{3} \\ 6 - 2x &= \frac{14-4x}{3} \Rightarrow 3 \cdot (6 - 2x) = 14 - 4x \Rightarrow 18 - 6x = 14 - 4x \Rightarrow -6x + 4x = 14 - 18 \\ \Rightarrow -2x &= -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y &= 6 - 2 \cdot 2 = 2 \\ x &= 2, y = 2 \end{aligned}$$

d.

$$\begin{cases} x - 3y = -4 \\ -x + 4y = 6 \end{cases}$$

$$x = -4 + 3y$$

$$x = -6 + 4y$$

$$-4 + 3y = -6 + 4y \Rightarrow 3y - 4y = -6 + 4 \Rightarrow -y = -2 \Rightarrow y = 2$$

$$x = -4 + 3 \cdot 2 = 2$$

$$x = 2, y = 2$$

e.

$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 4x + 3y = -6 \end{cases}$$

$$x = 2 + 2y$$

$$x = \frac{-6 - 3y}{4}$$

$$2 + 2y = \frac{-6 - 3y}{4} \Rightarrow 4 \cdot (2 + 2y) = -6 - 3y \Rightarrow 8 + 8y = -6 - 3y \Rightarrow 8y + 3y = -6 - 8 \Rightarrow$$

$$11y = -14 \Rightarrow y = \frac{-14}{11}$$

$$x = 2 + 2 \cdot \frac{-14}{11} = \frac{-6}{11}$$

$$x = \frac{-6}{11}, y = \frac{-14}{11}$$

f.

$$\begin{cases} 5x - 5y = 1 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$x = \frac{1 + 5y}{5} = \frac{1}{5} + y$$

$$x = 4 + y$$

$$\frac{1}{5} + y = 4 + y \Rightarrow y - y = 4 - \frac{1}{5} \Rightarrow 0 \neq \frac{19}{5}$$

No tiene solución.

SOLUCIONES PÁG. 136

16 Resuelve por reducción los siguientes sistemas:

a.

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ -4x - 9y = 2 \end{cases}$$

(Multiplica la primera ecuación por 4).

$$\begin{cases} 4 \cdot (x + 2y = 1) \\ -4x - 9y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 8y = 4 \\ -4x - 9y = 2 \end{cases}$$

$$y = -6$$

$$x + 2 \cdot (-6) = 1 \Rightarrow x = 13$$

$$x = 13, y = -6$$

b.

$$\begin{cases} 2x - 2y = 8 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

(Multiplica la segunda ecuación por -2).

$$\begin{cases} 2x - 2y = 8 \\ -2 \cdot (3x - y = 4) \\ 2x - 2y = 8 \\ -6x + 2y = -8 \end{cases}$$

$$-4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$3 \cdot 0 - y = 4 \Rightarrow y = -4$$

$$x = 0, y = -4$$

c.

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x + 2y = -7 \end{cases}$$

(Multiplica la segunda ecuación por -3).

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ -3 \cdot (x + 2y = -7) \\ 3x + y = 4 \\ -3x - 6y = 21 \end{cases}$$

$$-5y = 25 \Rightarrow y = -5$$

$$3x + (-5) = 4 \Rightarrow 3x - 5 = 4 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 3, y = -5$$

17 Resuelve por reducción los siguientes sistemas:

a.

$$\begin{cases} 2x + 9y = -3 \\ -3x - 8y = 10 \end{cases}$$

(Multiplica la primera ecuación por 3 y la segunda por 2).

$$\begin{cases} 3 \cdot (2x + 9y = -3) \\ 2 \cdot (-3x - 8y = 10) \\ 6x + 27y = -9 \\ -6x - 16y = 20 \end{cases}$$

$$11y = 11 \Rightarrow y = 1$$

$$2x + 9 \cdot 1 = -3 \Rightarrow 2x + 9 = -3 \Rightarrow x = -6$$

$$x = -6, y = 1$$

b.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 6x + 2y = 1 \end{cases}$$

(Multiplica la primera ecuación por -3).

$$\begin{cases} -3 \cdot (2x - 3y = 4) \\ 6x + 2y = 1 \\ -6x + 9y = -12 \\ 6x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$11y = -11 \Rightarrow y = -1$$

$$2x - 3 \cdot (-1) = 4 \Rightarrow 2x + 3 = 4 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}, y = -1$$

c.

$$\begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ -8x + 5y = 3 \end{cases}$$

(Multiplica la primera ecuación por 5 y la segunda por 2).

$$\begin{cases} 5 \cdot (5x - 2y = -3) \\ 2 \cdot (-8x + 5y = 3) \\ 25x - 10y = -15 \\ -16x + 10y = 6 \end{cases}$$

$$9x = -9 \Rightarrow x = -1$$

$$5 \cdot (-1) - 2y = -3 \Rightarrow -5 - 2y = -3 \Rightarrow y = -1$$

$$x = -1, y = -1$$

SOLUCIONES PÁG. 137

18 Resuelve por sustitución los siguientes sistemas, despejando la incógnita más conveniente:

a.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$$

$$x = \frac{12 + 3y}{2}$$

$$5 \cdot \left(\frac{12 + 3y}{2} \right) + 2y = 11 \Rightarrow \frac{60 + 15y}{2} + 2y = 11 \Rightarrow \frac{60 + 15y + 4y}{2} = \frac{22}{2}$$

$$\Rightarrow 60 + 15y + 4y = 22 \Rightarrow 15y + 4y = 22 - 60 \Rightarrow 19y = -38 \Rightarrow y = -2$$

$$x = \frac{12 + 3 \cdot (-2)}{2} = 3$$

$$x = 3, y = -2$$

b.

$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ -6x + 15y = -3 \end{cases}$$

$$x = \frac{1 + 5y}{2}$$

$$-6 \cdot \left(\frac{1 + 5y}{2} \right) + 15y = -3 \Rightarrow \frac{-6 - 30y}{2} + 15y = -3 \Rightarrow \frac{-6 - 30y + 30y}{2} = \frac{-6}{2}$$

$$\Rightarrow -6 - 30y + 30y = -6 \Rightarrow -30y + 30y = -6 + 6 \Rightarrow 0y = 0$$

Infinitas soluciones.

c.

$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ -3x - 7y = 3 \end{cases}$$

$$x = \frac{-2 - 3y}{2}$$

$$-3 \cdot \left(\frac{-2 - 3y}{2} \right) - 7y = 3 \Rightarrow \frac{6 + 9y}{2} - 7y = 3 \Rightarrow \frac{6 + 9y - 14y}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow 6 + 9y - 14y = 6$$

$$\Rightarrow +9y - 14y = 6 - 6 \Rightarrow -5y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$x = \frac{-2 - 3 \cdot 0}{2} = -1$$

$$x = -1, y = 0$$

d.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ -2x - 4y = 6 \end{cases}$$

$$x = \frac{7 + 2y}{3}$$

$$-2 \cdot \left(\frac{7 + 2y}{3} \right) - 4y = 6 \Rightarrow \frac{-14 - 4y}{3} - 4y = 6 \Rightarrow \frac{-14 - 4y - 12y}{3} = \frac{18}{3}$$

$$\Rightarrow -14 - 4y - 12y = 18 \Rightarrow -4y - 12y = 18 + 14 \Rightarrow -16y = 32 \Rightarrow y = -2$$

$$x = \frac{7 + 2 \cdot (-2)}{3} = 1$$

$$x = 1, y = -2$$

e.

$$\begin{cases} -2x + 4y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

$$x = \frac{4 + 5y}{3}$$

$$-2 \cdot \left(\frac{4 + 5y}{3} \right) + 4y = 7 \Rightarrow \frac{-8 - 10y}{3} + 4y = 7 \Rightarrow \frac{-8 - 10y + 12y}{3} = \frac{21}{3}$$

$$\Rightarrow -8 - 10y + 12y$$

$$= 21 \Rightarrow -10y + 12y = 21 + 8 \Rightarrow 2y = 29 \Rightarrow y = \frac{29}{2}$$

$$x = \frac{4 + 5 \cdot \frac{29}{2}}{3} = \frac{4 + \frac{145}{2}}{3} = \frac{8 + 145}{2 \cdot 3} = \frac{153}{6} = \frac{51}{2}$$

$$x = \frac{51}{2}, y = \frac{29}{2}$$

f.

$$\begin{cases} -5x - y = 4 \\ 10x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$x = \frac{7 - 2y}{10}$$

$$-5 \cdot \left(\frac{7 - 2y}{10} \right) - y = 4 \Rightarrow \frac{-35 + 10y}{10} - y = 4 \Rightarrow \frac{-35 + 10y - 10y}{10} = \frac{40}{10}$$

$$\Rightarrow -35 + 10y - 10y = 40 \Rightarrow +10y - 10y = 40 + 35 \Rightarrow 0y = 75$$

No tiene solución.

g.

$$\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$x = \frac{6 - 3y}{2}$$

$$-5 \cdot \left(\frac{6 - 3y}{2} \right) + 2y = 4 \Rightarrow \frac{-30 + 15y}{2} + 2y = 4 \Rightarrow \frac{-30 + 15y + 4y}{2} = \frac{8}{2}$$

$$\Rightarrow -30 + 15y + 4y = 8 \Rightarrow +15y + 4y = 8 + 30 \Rightarrow 19y = 38 \Rightarrow y = 2$$

$$x = \frac{6 - 3 \cdot 2}{2} = 0$$

$$x = 0, y = 2$$

h.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 3x + 5y = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{4 - 2y}{2}$$

$$3 \cdot \left(\frac{4 - 2y}{2} \right) + 5y = 0 \Rightarrow \frac{12 - 6y}{2} + 5y = 0 \Rightarrow \frac{12 - 6y + 10y}{2} = \frac{0}{2} \Rightarrow 12 - 6y + 10y = 0$$

$$\Rightarrow -6y + 10y = -12 \Rightarrow 4y = -12 \Rightarrow y = -3$$

$$x = \frac{4 - 2 \cdot (-3)}{2} = 5$$

$$x = 5, y = -3$$

19 Soluciona por sustitución los siguientes sistemas:

a.

$$\begin{cases} x = \frac{2y}{5} \\ 2x \cdot (x - 2y) = x - 9 \end{cases}$$
$$2 \cdot \frac{2y}{5} \cdot \left(\frac{2y}{5} - 2y \right) = \frac{2y}{5} - 9 \Rightarrow \frac{4y}{5} \cdot \left(\frac{2y}{5} - 2y \right) = \frac{2y}{5} - 9 \Rightarrow \frac{4y}{5} \cdot \left(\frac{2y - 10y}{5} \right) = \frac{2y}{5} - 9$$
$$\Rightarrow \frac{4y}{5} \cdot \left(\frac{-8y}{5} \right) = \frac{2y}{5} - 9 \Rightarrow \frac{-32y^2}{25} = \frac{2y - 45}{5} \Rightarrow \frac{-32y^2}{25} = \frac{5 \cdot (2y - 45)}{25}$$
$$-32y^2 = 10y - 225 \Rightarrow 32y^2 + 10y - 225 = 0 \Rightarrow y = \frac{160}{64} = \frac{5}{2}$$
$$x = \frac{2 \cdot \frac{5}{2}}{5} = 1$$
$$x = 1, y = \frac{5}{2}$$

b.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{2y}{5} \\ 3 \cdot (1 - 2y) = -4x - 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 5x = 6y \\ 3 - 6y = -4x - 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 5x = 6y \\ -6y + 4x = -6 \end{cases}$$
$$x = \frac{6y}{5}$$
$$-6y + 4 \cdot \frac{6y}{5} = -6 \Rightarrow -6y + \frac{24y}{5} = -6 \Rightarrow \frac{-30y + 24y}{5} = \frac{-30}{5} \Rightarrow -30y + 24y = -30$$
$$\Rightarrow -6y = -30 \Rightarrow y = 5$$
$$x = \frac{6 \cdot 5}{5} = 6$$
$$x = 6, y = 5$$

c.

$$\begin{cases} 6y = 4x \\ 5y = 2x + \frac{2}{3} \end{cases}$$
$$y = \frac{4x}{6}$$
$$5 \cdot \frac{4x}{6} = 2x + \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{20x}{6} = 2x + \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{20x}{6} = \frac{12x + 4}{6} \Rightarrow 20x = 12x + 4 \Rightarrow 20x - 12x = 4$$
$$\Rightarrow 8x = 4 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$
$$y = \frac{4 \cdot \frac{1}{2}}{6} = \frac{1}{3}$$
$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$$

d.

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ \frac{2+3y}{4} = \frac{x}{2} - 4 \end{cases}$$

$$x = 2 - 2y$$

$$\begin{aligned} \frac{2+3y}{4} &= \frac{2-2y}{2} - 4 \Rightarrow \frac{2+3y}{4} = \frac{2 \cdot (2-2y) - 16}{4} \Rightarrow 2+3y = 4-4y-16 \\ &\Rightarrow +3y+4y \\ &= 4-16-2 \Rightarrow 7y = -14 \Rightarrow y = -2 \\ x &= 2 - 2 \cdot (-2) = 6 \\ x &= 6, y = -2 \end{aligned}$$

20 Resuelve por igualación estos sistemas:

a.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ -6x + 12y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{2-2x}{3}; y = \frac{1+6x}{12} \\ \frac{2-2x}{3} &= \frac{1+6x}{12} \Rightarrow 12 \cdot (2-2x) = 3 \cdot (1+6x) \Rightarrow 24-24x = 3+18x \\ &\Rightarrow -24x-18x = 3-24 \Rightarrow -42x = -21 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ y &= \frac{2-2 \cdot \frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{3} \\ x &= \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ -3x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1-5x}{2}; y = \frac{5+3x}{3} \\ \frac{1-5x}{2} &= \frac{5+3x}{3} \Rightarrow 3 \cdot (1-5x) = 2 \cdot (5+3x) \Rightarrow 3-15x = 10+6x \\ &\Rightarrow -15x-6x = 10-3 \Rightarrow -21x = 7 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \\ y &= \frac{1-5 \cdot -\frac{1}{3}}{2} = \frac{4}{3} \\ x &= -\frac{1}{3}, y = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

c.

$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 4x - 10y = 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{1+5y}{2}; x = \frac{2+10y}{4}$$

$$\frac{1+5y}{2} = \frac{2+10y}{4} \Rightarrow 4 \cdot (1+5y) = 2 \cdot (2+10y) \Rightarrow 4+20y = 4+20y$$

Infinitas soluciones.

d.

$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ -6x + 15y = -3 \end{cases}$$

$$x = \frac{1+5y}{2}; x = \frac{3+15y}{6}$$

$$\frac{1+5y}{2} = \frac{3+15y}{6} \Rightarrow 6 \cdot (1+5y) = 2 \cdot (3+15y) \Rightarrow 6+30y = 6+30y$$

Infinitas soluciones.

e.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 3x + 5y = 4 \end{cases}$$

$$x = \frac{10-2y}{4}; x = \frac{4-5y}{3}$$

$$\frac{10-2y}{4} = \frac{4-5y}{3} \Rightarrow 3 \cdot (10-2y) = 4 \cdot (4-5y) \Rightarrow 30-6y = 16-20y$$

$$\Rightarrow -6y + 20y = 16 - 30 \Rightarrow 14y = -14 \Rightarrow y = -1$$

$$x = \frac{10-2 \cdot (-1)}{4} = 3$$

$$x = 3, y = -1$$

f.

$$\begin{cases} 2x - 5y = 0 \\ 6x - 10y = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{5y}{2}; x = \frac{1+10y}{6}$$

$$\frac{5y}{2} = \frac{1+10y}{6} \Rightarrow 6 \cdot 5y = 2 \cdot (1+10y) \Rightarrow 30y = 2+20y \Rightarrow 30y-20y = 2 \Rightarrow 10y = 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{5 \cdot \frac{1}{5}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{5}$$

g.

$$\begin{cases} 3x - 7y = 2 \\ -6x + 5y = -4 \end{cases}$$

$$x = \frac{2 + 7y}{3}; x = \frac{4 + 5y}{6}$$

$$\frac{2 + 7y}{3} = \frac{4 + 5y}{6} \Rightarrow 6 \cdot (2 + 7y) = 3 \cdot (4 + 5y) \Rightarrow 12 + 42y = 12 + 15y \Rightarrow 42y - 15y$$

$$= 12 - 12 \Rightarrow 27y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$x = \frac{2 + 7 \cdot 0}{3} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}, y = 0$$

h.

$$\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$y = \frac{4 + 5x}{2}; y = \frac{6 - 2x}{3}$$

$$\frac{4 + 5x}{2} = \frac{6 - 2x}{3} \Rightarrow 3 \cdot (4 + 5x) = 2 \cdot (6 - 2x) \Rightarrow 12 + 15x = 12 - 4x \Rightarrow 15x + 4x$$

$$= 12 - 12 \Rightarrow 19x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$y = \frac{4 + 5 \cdot 0}{2} = 2$$

$$x = 0, y = 2$$

21 Opera y resuelve por igualación.

a.

$$\begin{cases} \frac{x+3}{y} = 5 \\ 2 \cdot (x-3y) = 9-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3=5y \\ 2x-6y=9-x \\ x+3=5y \\ 3x=9+6y \\ x=5y-3; x=\frac{9+6y}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5y-3 &= \frac{9+6y}{3} \Rightarrow 3 \cdot (5y-3) = 9+6y \Rightarrow 15y-9 = 9+6y \Rightarrow 15y-6y = 9+9 \Rightarrow 9y \\ &= 18 \Rightarrow y = 2 \\ x &= 5 \cdot 2 - 3 = 7 \\ x &= 7, y = 2 \end{aligned}$$

b.

$$\begin{cases} y = 5 + \frac{x-1}{3} \\ 3 \cdot (1-y) = -3 \cdot (x+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5 + \frac{x-1}{3} \\ 3-3y = -3x-3 \\ y = 5 + \frac{x-1}{3} \\ -3y = -3x-3-3 \\ y = 5 + \frac{x-1}{3}; y = \frac{6+3x}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5 + \frac{x-1}{3} &= \frac{6+3x}{3} \Rightarrow \frac{15+x-1}{3} = \frac{6+3x}{3} \Rightarrow 15+x-1 = 6+3x \Rightarrow x-3x = 6-14 \\ \Rightarrow -2x &= -8 \Rightarrow x = 4 \\ y &= \frac{6+3 \cdot 4}{3} = 6 \\ x &= 4, y = 6 \end{aligned}$$

c.

$$\begin{cases} 5y+x=2 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2-5y \\ \frac{2x+3y}{6} = \frac{18}{6} \\ x=2-5y \\ 2x+3y=18 \\ x=2-5y; x=\frac{18-3y}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2-5y &= \frac{18-3y}{2} \Rightarrow 2 \cdot (2-5y) = 18-3y \Rightarrow 4-10y = 18-3y \Rightarrow -10y+3y \\ &= 18-4 \Rightarrow -7y = 14 \Rightarrow y = -2 \\ x &= 2-5 \cdot (-2) = 12 \\ x &= 12, y = -2 \end{aligned}$$

d.

$$\begin{cases} 5y + \frac{x+1}{3} = 0 \\ 3x + \frac{y}{2} = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{15y + x + 1}{3} = 0 \\ \frac{6x + y}{2} = \frac{-6}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15y + x + 1 = 0 \\ 6x + y = -6 \end{cases}$$

$$x = -1 - 15y; x = \frac{-6 - y}{6}$$

$$-1 - 15y = \frac{-6 - y}{6} \Rightarrow 6 \cdot (-1 - 15y) = -6 - y \Rightarrow -6 - 90y = -6 - y$$

$$\Rightarrow -90y + y = -6 + 6 \Rightarrow -89y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$x = -1 - 15 \cdot 0 = -1$$

$$x = -1, y = 0$$

e.

$$\begin{cases} \frac{x-3y}{2} = -\frac{1}{2} \\ x - \frac{6}{5}y = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\frac{x-3y}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$x - \frac{6}{5}y + \frac{2}{5} = 0$$

$$x = -1 + 3y; x = \frac{-2 + 6y}{5}$$

$$-1 + 3y = \frac{-2 + 6y}{5} \Rightarrow -5 + 15y = -2 + 6y \Rightarrow 15y - 6y = -2 + 5 \Rightarrow 9y = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$x = -1 + 3 \cdot \frac{1}{3} = 0$$

$$x = 0, y = \frac{1}{3}$$

f.

$$\begin{cases} \frac{5}{3}x + 3y = 2 \\ -2 \cdot (x + 2y) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5x + 9y}{3} = \frac{6}{3} \\ -2x - 4y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 9y = 6 \\ -2x - 4y = -1 \end{cases}$$

$$y = \frac{6 - 5x}{9}; y = \frac{1 - 2x}{4}$$

$$\frac{6 - 5x}{9} = \frac{1 - 2x}{4} \Rightarrow 4 \cdot (6 - 5x) = 9 \cdot (1 - 2x) \Rightarrow 24 - 20x = 9 - 18x$$

$$\Rightarrow -20x + 18x$$

$$= 9 - 24 \Rightarrow -2x = -15 \Rightarrow x = \frac{15}{2}$$

$$y = \frac{6 - 5 \cdot \frac{15}{2}}{9} = -\frac{63}{18} = -\frac{7}{2}$$

$$x = \frac{15}{2}, y = -\frac{7}{2}$$

22 Soluciona por reducción los siguientes sistemas:

a.

$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 7x + 4y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \cdot (2x + y = -1) \\ 7x + 4y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8x - 4y = 4 \\ 7x + 4y = -1 \end{cases}$$

$$-x = 3 \Rightarrow x = -3$$

$$7 \cdot (-3) + 4y = -1 \Rightarrow 4y = -1 + 21 \Rightarrow y = 5$$

$$x = -3, y = 5$$

b.

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \cdot (x - y = 5) \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 2y = -10 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$$

$$x = 3$$

$$3 - y = 5 \Rightarrow y = -2$$

$$x = 3, y = -2$$

c.

$$\begin{cases} 5x - y = 7 \\ -4x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \cdot (5x - y = 7) \\ -4x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -15x + 3y = -21 \\ -4x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$-19x = -19 \Rightarrow x = 1$$

$$5 \cdot 1 - y = 7 \Rightarrow y = -2$$

$$x = 1, y = -2$$

d.

$$\begin{cases} x + 2y = -6 \\ 5x + 6y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5 \cdot (x + 2y = -6) \\ 5x + 6y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x - 10y = 30 \\ 5x + 6y = 2 \end{cases}$$

$$-4y = 32 \Rightarrow y = -8$$

$$x + 2 \cdot (-8) = -6 \Rightarrow x = 10$$

$$x = 10, y = -8$$

e.

$$\begin{cases} 4x + 5y = -3 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = -3 \\ -4 \cdot (x + 2y = 6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = -3 \\ 4x - 8y = -24 \end{cases}$$
$$-3y = -27 \Rightarrow y = 9$$
$$x + 2 \cdot 9 = 6 \Rightarrow x = -12$$
$$x = -12, y = 9$$

f.

$$\begin{cases} 6x - 5y = -3 \\ -3x + 10y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 5y = -3 \\ 2 \cdot (-3x + 10y = 6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 5y = -3 \\ -6x + 20y = 12 \end{cases}$$
$$15y = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$6x - 5 \cdot \frac{3}{5} = -3 \Rightarrow 6x - 3 = -3 \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x = 0, y = \frac{3}{5}$$

g.

$$\begin{cases} 4x + 5y = -1 \\ 2x - 15y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = -1 \\ -2 \cdot (2x - 15y = 10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = -1 \\ 4x + 30y = -20 \end{cases}$$
$$35y = -21 \Rightarrow y = -\frac{21}{35} = -\frac{3}{5}$$

$$4x + 5 \cdot -\frac{3}{5} = -1 \Rightarrow 4x - 3 = -1 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}, y = -\frac{3}{5}$$

$$\text{h.} \begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ -4x - 7y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \cdot (3x + 5y = 1) \\ 3 \cdot (-4x - 7y = 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x + 20y = 4 \\ -12x - 21y = 0 \end{cases}$$

$$-y = 4 \Rightarrow y = -4$$

$$3x + 5 \cdot (-4) = 1 \Rightarrow 3x - 20 = 1 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$$x = 7, y = -4$$

23 Opera y resuelve por reducción.

$$\text{a.} \begin{cases} 5 \cdot (2x - 1) = 3 \cdot (y + 2) - 2 \\ 2 \cdot (x + 3) = -3 - 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x - 5 = 3y + 6 - 2 \\ 2x + 6 = -3 - 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x - 3y = 9 \\ 2x + 3y = -9 \end{cases}$$

$$12x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$2 \cdot 0 + 3y = -9 \Rightarrow y = -3$$

$$x = 0, y = -3$$

$$\text{b.} \begin{cases} y = \frac{3x}{2} \\ 4 \cdot (x + 1) = 4 + 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3x}{2} \\ 4x + 4 = 4 + 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3x}{2} \\ -3y = -4x \end{cases}$$

$$3 \cdot (y = \frac{3x}{2}) - 3y = -4x$$

$$3y = \frac{9x}{2} - 3y = -4x$$

$$0 = \frac{9x}{2} - 4x \Rightarrow x = 0$$

$$y = \frac{3 \cdot 0}{2} = 0$$

$$x = 0, y = 0$$

c.

$$\begin{cases} \frac{3(x-1)}{5} = 2y \\ \frac{x}{3} = \frac{1}{3} + 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x-3}{5} = 2y \\ \frac{x}{3} = \frac{1}{3} + 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-3 = 10y \\ \frac{x}{3} = \frac{1+15y}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-10y = 3 \\ x-15y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-10y = 3 \\ (-3) \cdot (x-15y = 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-10y = 3 \\ -3x+45y = -3 \end{cases}$$

$$35y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$3x - 10 \cdot 0 = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$x = 1, y = 0$$

24 Resuelve los siguientes sistemas por el método que consideres más apropiado. Después, compara el método que has utilizado y los resultados que has obtenido con los de tu compañero.

a.

$$\begin{cases} y + 1 = 3x \\ 5 \cdot (x - 1) + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + 1 = 3x \\ 5x - 5 + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-2) \cdot (y - 3x = -1) \\ 2y + 5x = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y + 6x = 2 \\ 2y + 5x = 9 \end{cases}$$

$$11x = 11 \Rightarrow x = 1$$

$$y + 1 = 3 \cdot 1 \Rightarrow y = 2$$

$$x = 1, y = 2$$

b.

$$\begin{cases} 2 \cdot (x - y) + 3y = 28 \\ \frac{x}{5} - 3y = -22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y + 3y = 28 \\ \frac{x - 15y}{5} = -\frac{110}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 28 \\ x - 15y = -110 \end{cases}$$

$$x = \frac{28 - y}{2}; x = -110 + 15y$$

$$\frac{28 - y}{2} = -110 + 15y \Rightarrow 28 - y = 2 \cdot (-110 + 15y) \Rightarrow 28 - y = -220 + 30y$$

$$\Rightarrow -y - 30y = -220 - 28 \Rightarrow -31y = -248 \Rightarrow y = 8$$

$$x = -110 + 15 \cdot 8 = 10$$

$$x = 10, y = 8$$

c.

$$\begin{cases} 3x - 5 = 2 \cdot (x - 1) - y \\ 2x = 9 - 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 5 = 2x - 2 - y \\ 2x = 9 - 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2x + y = -2 + 5 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-2) \cdot (x + y = 3) \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 2y = -6 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$

$$3y = 3 \Rightarrow y = 1$$

$$2x = 9 - 5 \cdot 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2, y = 1$$

d.

$$\begin{cases} 2 \cdot (x + y) = 11 - x \\ x - 5y = \frac{7+x}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 11 - x \\ \frac{5 \cdot (x - 5y)}{5} = \frac{7+x}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + x + 2y = 11 \\ 5x - 25y = 7 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 4x - 25y = 7 \end{cases}$$

$$x = \frac{11 - 2y}{3}$$

$$4 \cdot \left(\frac{11 - 2y}{3} \right) - 25y = 7$$

$$\frac{44 - 8y}{3} - 25y = 7 \Rightarrow \frac{44 - 8y - 75y}{3} = \frac{21}{3} \Rightarrow 44 - 8y - 75y = 21 \Rightarrow -83y = -23 \Rightarrow$$

$$y = \frac{23}{83}$$

$$x = \frac{11 - 2 \cdot \frac{23}{83}}{3} = \frac{11 - \frac{46}{83}}{3} = 289$$

$$x = 289, y = \frac{23}{83}$$

e.

$$\begin{cases} \frac{4+x}{5} = 1-y \\ 1 - \frac{2+x}{3} = \frac{y}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4+x = 5 \cdot (1-y) \\ \frac{15-5 \cdot (2+x)}{15} = \frac{3y}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4+x = 5-5y \\ \frac{15-10-5x}{15} = \frac{3y}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+5y = 1 \\ -5x-3y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 \cdot (x+5y = 1) \\ -5x-3y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x+25y = 5 \\ -5x-3y = -5 \end{cases}$$

$$22y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$x + 5 \cdot 0 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$x = 1, y = 0$$

f.

$$\begin{cases} 2 \cdot (x+1) = y+1 \\ x+y = \frac{16-2y}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+2 = y+1 \\ 3 \cdot (x+y) = 16-2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y = -1 \\ 3x+3y = 16-2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y = -1 \\ 3x+3y+2y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y = -1 \\ 3x+5y = 16 \end{cases}$$

$$y = 2x + 1$$

$$3x + 5 \cdot (2x + 1) = 16 \Rightarrow 3x + 10x + 5 = 16 \Rightarrow 13x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{13}$$

$$y = 2 \cdot \frac{11}{13} + 1 = \frac{35}{13}$$

$$x = \frac{11}{13}, y = \frac{35}{13}$$

g.

$$\begin{cases} 2 \cdot (x + y) = 5 + y \\ 3 \cdot (x + y) = 2 \cdot (x + y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 5 + y \\ 3x + 3y = 2x + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y - y = 5 \\ 3x + 3y - 2x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$x = -y$$

$$2 \cdot (-y) + y = 5 \Rightarrow -y = 5 \Rightarrow y = -5$$

$$x = -(-5) = 5$$

$$x = 5, y = -5$$

h.

$$\begin{cases} 2 \cdot (2x - 1) - y = 3x \\ \frac{x}{2} - 3 = -\frac{y}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2 - y = 3x \\ \frac{x - 6}{2} = -\frac{y}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - y - 3x = 2 \\ x - 6 = -y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

$$2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$4 + y = 6 \Rightarrow y = 2$$

$$x = 4, y = 2$$

i.

$$\begin{cases} x - 3y = \frac{3-x}{2} \\ \frac{1+x}{2} = x - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot (x - 3y) = 3 - x \\ 1 + x = 2 \cdot (x - y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 6y = 3 - x \\ 1 + x = 2x - 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 6y + x = 3 \\ x - 2x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 6y = 3 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$x = 2y + 1$$

$$3 \cdot (2y + 1) - 6y = 3 \Rightarrow 6y + 3 - 6y = 3 \Rightarrow 0y = 0$$

Infinitas soluciones.

j.

$$\begin{cases} 2 \cdot (1 - 3y) = x + 1 \\ \frac{1+x}{2} = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 6y = x + 1 \\ 1 + x = 2 \cdot 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6y - x = -1 \\ 1 + x = 6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6y - x = -1 \\ x - 6y = -1 \end{cases}$$

$$-12y = -2 \Rightarrow y = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$x - 6 \cdot \frac{1}{6} = -1 \Rightarrow x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0$$

$$x = 0, y = \frac{1}{6}$$

SOLUCIONES PÁG. 139

25 Halla dos números que sumen 68 y cuya diferencia sea 26.

x = Número primero

y = Número segundo

$$\begin{cases} x + y = 68 \\ x - y = 26 \end{cases}$$

$$2x = 94 \Rightarrow x = 47$$

$$47 + y = 68 \Rightarrow y = 21$$

47 = Número primero

21 = Número segundo

Comprobación

$$47 + 21 = 68$$

$$47 - 21 = 26$$

26 Un cuaderno y cuatro carpetas cuestan 4,8 €, y dos cuadernos y tres carpetas, 5,1 €. ¿Cuál es el precio de una carpeta? ¿Y el de un cuaderno?

x = precio de un cuaderno

y = precio de una carpeta

$$\begin{cases} x + 4y = 4,8 \\ 2x + 3y = 5,1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-2) \cdot (x + 4y = 4,8) \\ 2x + 3y = 5,1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 8y = -9,6 \\ 2x + 3y = 5,1 \end{cases}$$

$$-5y = -4,5 \Rightarrow y = 0,9 \text{ €}$$

$$x + 4 \cdot 0,9 = 4,8 \Rightarrow x = 1,2 \text{ €}$$

1,2 € = precio de un cuaderno

0,9 € = precio de una carpeta

Comprobación

$$1,2 + 4 \cdot 0,9 = 4,8 \Rightarrow 1,2 + 3,6 = 4,8$$

$$2 \cdot 1,2 + 3 \cdot 0,9 = 5,1 \Rightarrow 2,4 + 2,7 = 5,1$$

27 En una fábrica se han envasado 300 L de leche en 120 botellas de 2 L y 5 L. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?

x = número de botellas de 2 L

y = número de botellas de 5 L

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 2x + 5y = 300 \end{cases}$$

$$x = 120 - y$$

$$2 \cdot (120 - y) + 5y = 300 \Rightarrow 240 - 2y + 5y = 300 \Rightarrow 3y = 60 \Rightarrow y = 20$$

$$x = 120 - 20 = 100$$

100 = número de botellas de 2 L

20 = número de botellas de 5 L

Comprobación

$$100 + 20 = 120 \Rightarrow 100 + 20 = 120$$

$$2 \cdot 100 + 5 \cdot 20 = 300 \Rightarrow 200 + 100 = 300$$

28 Entre Darío y Miguel tienen 180 cromos; si la quinta parte de los cromos de Darío más la cuarta parte de los de Miguel suman 41, ¿cuántos cromos tiene cada uno de ellos?

x = número de cromos de Darío
 y = número de cromos de Miguel

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 41 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ \frac{4x + 5y}{20} = \frac{820}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 4x + 5y = 820 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-4) \cdot (x + y = 180) \\ 4x + 5y = 820 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x - 4y = -720 \\ 4x + 5y = 820 \end{cases}$$

$$y = 100$$

$$x + 100 = 180 \Rightarrow x = 80$$

80 = número de cromos de Darío

100 = número de cromos de Miguel

Comprobación

$$80 + 100 = 180; 80 + 100 = 180$$

$$\frac{80}{5} + \frac{100}{4} = 41; 16 + 25 = 41$$

29 Dos hermanos ahorran 200 €, si uno reúne 40 € más que el otro. ¿Cuánto ha ahorrado cada uno?

x = Ahorro de un hermano
 y = Ahorro de otro hermano

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ x + 40 = y \end{cases}$$

$$x + x + 40 = 200 \Rightarrow 2x = 160 \Rightarrow x = 80 \text{ €}$$

$$80 + 40 = y \Rightarrow y = 120 \text{ €}$$

80 = Ahorro de un hermano

120 = Ahorro de otro hermano

Comprobación

$$80 + 120 = 200$$

$$80 + 40 = 120$$

30 Entre Pablo y Alicia tienen 160 €. ¿Cuánto dinero tiene cada uno, considerando que, si Alicia le diera a Pablo 10 €, ambos tendrían la misma cantidad?

x = euros que lleva Pablo

y = euros que lleva Alicia

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ x = y - 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ x - y = -10 \end{cases}$$

$$2x = 150 \Rightarrow x = 75 \text{ €}$$

$$75 + y = 160 \Rightarrow y = 85 \text{ €}$$

75 = euros que lleva Pablo

85 = euros que lleva Alicia

Comprobación

$$75 + 85 = 160$$

$$75 = 85 - 10$$

31 Actividad resuelta.

32 Se han mezclado dos variedades de líquido refrigerante: la clase A cuesta 0,94 €/L, y la clase B, 0,86 €/L. Si se han obtenido 40 L de una mezcla cuyo precio es de 0,89 €/L, ¿cuántos litros de cada clase se han mezclado?

x = número de litros de líquido a 0,94 €/L

y = número de litros de líquido a 0,86 €/L

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 0,94x + 0,86y = 0,89 \cdot 40 \end{cases}$$

$$x = 40 - y$$

$$0,94 \cdot (40 - y) + 0,86y = 35,6 \Rightarrow 37,6 - 0,94y + 0,86y = 35,6 \Rightarrow -0,08y = -2 \Rightarrow y = 25$$

$$x = 40 - 25 = 15$$

15 = número de litros de líquido a 0,94 €/L

25 = número de litros de líquido a 0,86 €/L

Comprobación

$$15 + 25 = 40; \quad 15 + 25 = 40$$

$$0,94 \cdot 15 + 0,86 \cdot 25 = 35,6; \quad 14,1 + 21,5 = 35,6$$

33 Actividad resuelta.

34 Dos pueblos, A y B, distan 250 km entre sí. A la misma hora sale una motocicleta de A hacia B a 60 km/h y una bicicleta de B hacia A a 40 km/h. ¿Cuánto tardarán en cruzarse ambos vehículos y qué distancia habrá recorrido cada uno?

	Distancia recorrida	Velocidad	Tiempo
Motocicleta	x	60	t
Bicicleta	$250 - x$	40	t

$$\begin{cases} x = 60t \text{ (Motocicleta)} \\ 250 - x = 40t \text{ (Bicicleta)} \end{cases}$$

$$250 - 60t = 40t \Rightarrow -100t = -250 \Rightarrow t = 2,5 \text{ horas}$$

$$\text{Motocicleta: } x = 60 \cdot 2,5 = 150 \text{ km}$$

$$\text{Bicicleta: } 250 - 150 = 100$$

Se encuentran transcurridas 2 horas y media. La motocicleta ha recorrido 150 km, y la bicicleta, 100 km.

Comprobación

$$150 = 60 \cdot 2,5$$

$$250 - 150 = 40 \cdot 2,5$$

SOLUCIONES PÁG. 140

1 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el programa Wiris y, a continuación, obtén la interpretación geométrica de cada uno de ellos:

a.

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot (2x - y = 5) \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 10 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$7x = 14 \Rightarrow x = 2$$

$$2 \cdot 2 - y = 5 \Rightarrow y = -1$$

$$x = 2, y = -1$$

b.

$$\begin{cases} -6x + 4y = -2 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{1 + 2y}{3}$$

$$-6 \cdot \left(\frac{1 + 2y}{3} \right) + 4y = -2 \Rightarrow \frac{-6 - 12y}{3} + 4y = -2 \Rightarrow \frac{-6 - 12y + 12y}{3} = \frac{-6}{3}$$

$$\Rightarrow -12y + 12y = -6 + 6 \Rightarrow 0y = 0$$

Infinitas soluciones.

$$\begin{array}{l}
 \text{c.} \\
 \left\{ \begin{array}{l} 3x - 6y = 4 \\ x - 2y = 5 \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} 3x - 6y = 4 \\ (-3) \cdot (x - 2y = 5) \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} 3x - 6y = 4 \\ -3x + 6y = -15 \end{array} \right. \\
 0 = -11
 \end{array}$$

No tiene solución.

¿Qué conclusión se puede extraer a partir de las representaciones gráficas anteriores?

En el primer caso, las rectas son secantes; en el segundo caso, coincidentes, y en el tercer caso, paralelas.

SOLUCIONES PÁG. 141

1 Pon un ejemplo de sistema compatible determinado, otro compatible indeterminado y otro incompatible e incorpóralos al mapa conceptual.

Respuesta abierta.

2 Representa gráficamente los sistemas y añade las representaciones al mapa conceptual.

Respuesta abierta.

3 Enumera los pasos que hay que seguir para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Métodos de igualación, sustitución y reducción.

4 ¿Puede un sistema de ecuaciones lineales tener dos soluciones? Razona tu respuesta.

No puede tener dos soluciones, ya que las rectas solo pueden cortarse en un punto, o bien en infinitos.

5 ¿Cómo son los coeficientes de un sistema de ecuaciones con infinitas soluciones? ¿Y si no tiene solución?

Son proporcionales. Los coeficientes continúan siendo proporcionales, pero los términos independientes no lo son.

6 ¿Es $(0, 0)$ solución de un sistema que tenga los dos términos independientes iguales a 0? Justifica tu respuesta.

Si los términos independientes de las dos ecuaciones lineales son cero, la solución del sistema solo puede ser $x = 0$, ya que el punto de corte de las rectas solo puede ser el $(0, 0)$.

7 ¿Cuál es la representación gráfica de un sistema incompatible?

La representación gráfica de un sistema incompatible son dos rectas paralelas.

8 Prepara una presentación para tus compañeros. Puedes usar PPT, Glogster...

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 142

SISTEMAS DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

1 Indica si el par de valores $x = -2$ e $y = -1$ es solución de los siguientes sistemas:

a.

$$\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases}$$

Sí es solución:

$$\begin{cases} -2 + 3 \cdot (-1) = -2 - 3 = -5 \\ 2 \cdot (-2) - 4 \cdot (-1) = -4 + 4 = 0 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} 7x - 5y = 1 \\ -x + 6y = 3 \end{cases}$$

No es solución:

$$\begin{cases} 7 \cdot (-2) - 5 \cdot (-1) = -14 + 5 = -9 \neq 1 \\ -(-2) + 6 \cdot (-1) = 2 - 6 = -4 \neq 3 \end{cases}$$

c.

$$\begin{cases} 3x - 7y = 1 \\ -5x + 3y = 7 \end{cases}$$

Sí es solución:

$$\begin{cases} 3 \cdot (-2) - 7 \cdot (-1) = -6 + 7 = 1 \\ -5 \cdot (-2) + 3 \cdot (-1) = 10 - 3 = 7 \end{cases}$$

d.

$$\begin{cases} -2x - 3y = 7 \\ 3x - 3y = 1 \end{cases}$$

No es solución:

$$\begin{cases} -2 \cdot (-2) - 3 \cdot (-1) = 4 + 3 = 7 \\ 3 \cdot (-2) - 3 \cdot (-1) = -6 + 3 = -3 \neq 1 \end{cases}$$

e.

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x - y = 3 \\ 2x - 4y = 5 \end{cases}$$

No es solución:

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \cdot (-2) - (-1) = -\frac{4}{3} + 1 = -\frac{1}{3} \neq 3 \\ 2 \cdot (-2) - 4 \cdot (-1) = -4 + 4 = 0 \neq 5 \end{cases}$$

f.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 3y = 2 \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y = -1 \end{cases}$$

Sí es solución:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \cdot (-2) - 3 \cdot (-1) = -1 + 3 = 2 \\ \frac{2}{3} \cdot (-2) - \frac{1}{3} \cdot (-1) = -\frac{4}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{3} = -1 \end{cases}$$

2 Analiza, en cada caso, las razones entre los coeficientes del sistema e indica el número de soluciones de este sin resolverlo:

a.

$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ -6x + 15y = -3 \end{cases}$$

Sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones), ya que los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes son proporcionales: $\frac{2}{-6} = \frac{-5}{15} = \frac{1}{-3}$

b.

$$\begin{cases} 4x - y = -9 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases}$$

Sistema compatible determinado (solución única), ya que los coeficientes de las incógnitas no son proporcionales: $\frac{4}{2} \neq \frac{-1}{2}$

c.

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -5x + 10y = -5 \end{cases}$$

Sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones), ya que los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes son proporcionales: $\frac{1}{-5} = \frac{-2}{10} = \frac{1}{-5}$

d.

$$\begin{cases} 2x - 4y = -1 \\ 3x - 6y = 5 \end{cases}$$

Sistema incompatible (no tiene solución), ya que los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes son proporcionales, pero los términos independientes no lo son: $\frac{2}{3} = \frac{-4}{-6} \neq \frac{-1}{5}$

e.

$$\begin{cases} x - 5y = 6 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

Sistema compatible determinado (solución única), ya que los coeficientes de las incógnitas no son proporcionales: $\frac{1}{3} \neq \frac{-5}{2}$

f.

$$\begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ 8x - 6y = -2 \end{cases}$$

Sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones), ya que los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes son proporcionales: $\frac{4}{8} = \frac{-3}{-6} = \frac{-1}{-2}$

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

3 Resuelve por sustitución los siguientes sistemas:

a.

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + 2y = -8 \end{cases}$$

$$y = 2x - 4$$

$$3x + 2 \cdot (2x - 4) = -8 \Rightarrow 3x + 4x - 8 = -8 \Rightarrow 7x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$y = 2 \cdot 0 - 4 = -4$$

$$x = 0, y = -4$$

b.

$$\begin{cases} 2x + 7y = 3 \\ 3x + 10y = 5 \end{cases}$$

$$x = \frac{3 - 7y}{2}$$

$$3 \cdot \left(\frac{3 - 7y}{2} \right) + 10y = 5 \Rightarrow \frac{9 - 21y}{2} + 10y = 5 \Rightarrow \frac{9 - 21y + 20y}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow$$

$$9 - 21y + 20y = 10 \Rightarrow -y = 1 \Rightarrow y = -1$$

$$x = \frac{3 - 7 \cdot (-1)}{2} = 5$$

$$x = 5, y = -1$$

c.

$$\begin{cases} x + 5y = -3 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

$$x = -3 - 5y$$

$$3 \cdot (-3 - 5y) - 2y = 8 \Rightarrow -9 - 15y - 2y = 8 \Rightarrow -17y = 17 \Rightarrow y = -1$$

$$x = -3 - 5 \cdot (-1) = 2$$

$$x = 2, y = -1$$

d.

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 5x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$x = 4 - 2y$$

$$5 \cdot (4 - 2y) + 4y = 2 \Rightarrow 20 - 10y + 4y = 2 \Rightarrow -6y = -18 \Rightarrow y = 3$$

$$x = 4 - 2 \cdot 3 = -2$$

$$x = -2, y = 3$$

e.

$$\begin{cases} 4x + 5y = -3 \\ 6x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$x = \frac{-3 - 5y}{4}$$

$$6 \cdot \left(\frac{-3 - 5y}{4} \right) - 2y = 5 \Rightarrow \frac{-18 - 30y}{4} - 2y = 5 \Rightarrow \frac{-18 - 30y - 8y}{4} = \frac{20}{4}$$

$$\Rightarrow -18 - 30y - 8y = 20 \Rightarrow -38y = 38 \Rightarrow y = -1$$

$$x = \frac{-3 - 5 \cdot (-1)}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}, y = -1$$

f.

$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 5x - y = 13 \end{cases}$$

$$x = \frac{11 - y}{3}$$

$$5 \cdot \left(\frac{11 - y}{3} \right) - y = 13 \Rightarrow \frac{55 - 5y}{3} - y = 13 \Rightarrow \frac{55 - 5y - 3y}{3} = \frac{39}{3} \Rightarrow 55 - 5y - 3y = 39$$

$$\Rightarrow -8y = -16 \Rightarrow y = 2$$

$$x = \frac{11 - 2}{3} = 3$$

$$x = 3, y = 2$$

4 Resuelve por igualación estos sistemas:

a.

$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$y = -1 - 3x, y = \frac{1-5x}{2}$$

$$-1 - 3x = \frac{1-5x}{2} \Rightarrow 2 \cdot (-1 - 3x) = 1 - 5x \Rightarrow -2 - 6x = 1 - 5x \Rightarrow -6x + 5x = 1 + 2$$

$$\Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$$

$$y = -1 - 3 \cdot (-3) = 8$$

$$x = -3, y = 8$$

b.

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$x = -2 - y, x = \frac{6-2y}{3}$$

$$-2 - y = \frac{6-2y}{3} \Rightarrow 3 \cdot (-2 - y) = 6 - 2y \Rightarrow -6 - 3y = 6 - 2y \Rightarrow -3y + 2y = 6 + 6$$

$$\Rightarrow -y = 12 \Rightarrow y = -12$$

$$x = -2 - (-12) = 10$$

$$x = 10, y = -12$$

c.

$$\begin{cases} 3x + 7y = -3 \\ -2x - 5y = 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{-3-7y}{3}, x = \frac{-2-5y}{2}$$

$$\frac{-3-7y}{3} = \frac{-2-5y}{2} \Rightarrow 2 \cdot (-3-7y) = 3 \cdot (-2-5y) \Rightarrow -6-14y = -6-15y$$

$$\Rightarrow -14y + 15y = -6 + 6 \Rightarrow y = 0$$

$$x = \frac{-3-7 \cdot 0}{3} = -1$$

$$x = -1, y = 0$$

d.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 6x - 5y = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{9-2y}{3}, x = \frac{5y}{6}$$

$$\frac{9-2y}{3} = \frac{5y}{6} \Rightarrow 6 \cdot (9-2y) = 3 \cdot 5y \Rightarrow 54-12y = 15y \Rightarrow -12y-15y = -54 \Rightarrow$$

$$-27y = -54 \Rightarrow y = 2$$

$$x = \frac{5 \cdot 2}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{5}{3}, y = 2$$

e.

$$\begin{cases} 2x - 5y = 5 \\ 3x - 8y = 5 \end{cases}$$

$$x = \frac{5 + 5y}{2}, x = \frac{5 + 8y}{3}$$

$$\frac{5 + 5y}{2} = \frac{5 + 8y}{3} \Rightarrow 3 \cdot (5 + 5y) = 2 \cdot (5 + 8y) \Rightarrow 15 + 15y = 10 + 16y \Rightarrow$$

$$15y - 16y = 10 - 15 \Rightarrow -y = -5 \Rightarrow y = 5$$

$$x = \frac{5 + 5 \cdot 5}{2} = 15$$

$$x = 15, y = 5$$

f.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 1 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$$

$$y = \frac{1 - 4x}{2}, y = \frac{5 - 3x}{4}$$

$$\frac{1 - 4x}{2} = \frac{5 - 3x}{4} \Rightarrow 4 \cdot (1 - 4x) = 2 \cdot (5 - 3x) \Rightarrow 4 - 16x = 10 - 6x \Rightarrow$$

$$-16x + 6x = 10 - 4 \Rightarrow -10x = 6 \Rightarrow x = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$$

$$y = \frac{1 - 4 \cdot (-\frac{3}{5})}{2} = \frac{1 + \frac{12}{5}}{2} = \frac{17}{10}$$

$$x = -\frac{3}{5}, y = \frac{17}{10}$$

5 Resuelve por reducción los siguientes sistemas:

a.

$$\begin{cases} x - 2y = 15 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y = 15 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$4x = 20 \Rightarrow x = 5$$

$$5 - 2y = 15 \Rightarrow 5 - 15 = 2y \Rightarrow y = \frac{-10}{2} = -5$$

$$x = 5, y = -5$$

b.

$$\begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-4) \cdot (5x + 3y = -1) \\ 3 \cdot (2x + 4y = 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -20x - 12y = 4 \\ 6x + 12y = 3 \end{cases}$$

$$-14x = 7 \Rightarrow x = -\frac{7}{14} = -\frac{1}{2}$$

$$2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4y = 1 \Rightarrow 4y = 1 + 1 \Rightarrow y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$$

c.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ 2 \cdot (x - 2y = 4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ 2x - 4y = 8 \end{cases}$$

$$4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$2 \cdot 2 + 4y = 0 \Rightarrow 4y = -4 \Rightarrow y = -1$$

$$x = 2, y = -1$$

d.

$$\begin{cases} 2x - 7y = -2 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 7y = -2 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$-12y = -3 \Rightarrow y = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$2x + 5 \cdot \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow 2x = 1 - \frac{5}{4} \Rightarrow 2x = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{-\frac{1}{4}}{2} = -\frac{1}{8}$$

$$x = -\frac{1}{8}, y = \frac{1}{4}$$

e.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 2 \\ 6x + 8y = -13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-2) \cdot (3x - 5y = 2) \\ 6x + 8y = -13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x + 10y = -4 \\ 6x + 8y = -13 \end{cases}$$

$$18y = -17 \Rightarrow y = -\frac{17}{18}$$

$$3x - 5 \cdot \left(-\frac{17}{18}\right) = 2 \Rightarrow 3x + \frac{85}{18} = 2 \Rightarrow 3x = 2 - \frac{85}{18} \Rightarrow x = \frac{-\frac{49}{18}}{3} = -\frac{49}{54}$$

$$x = -\frac{49}{54}, y = -\frac{17}{18}$$

f.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 4x - 5y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 \cdot (3x + 2y = 11) \\ 2 \cdot (4x - 5y = 7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x + 10y = 55 \\ 8x - 10y = 14 \end{cases}$$

$$23x = 69 \Rightarrow x = 3$$

$$4 \cdot 3 - 5y = 7 \Rightarrow 12 - 7 = 5y \Rightarrow 5 = 5y \Rightarrow y = 1$$

$$x = 3, y = 1$$

6 Halla la solución de cada sistema por el método que consideres más adecuado. Después, compara el método que has utilizado con el que ha elegido tu compañero y decidid cuál es el más idóneo para cada sistema.

a.

$$\begin{cases} 2 \cdot (x + 2y) - 1 = x - 4 \\ x - y = \frac{3+x}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y - 1 = x - 4 \\ 2 \cdot (x - y) = 3 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y - x = -4 + 1 \\ 2x - 2y - x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4y = -3 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

$$6y = -6 \Rightarrow y = -1$$

$$x + 4 \cdot (-1) = -3 \Rightarrow x = 1$$

$$x = 1, y = -1$$

b.

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \cdot (x + y) = 8 - 3x \\ x - 2 = \frac{y-x}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 8 - 3x \\ 4 \cdot (x - 2) = y - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{2 \cdot (8-3x)}{2} \\ 4x - 8 = y - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{16-6x}{2} \\ 4x - 8 = y - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 6x = 16 \\ 4x - y + x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + y = 16 \\ 5x - y = 8 \end{cases}$$

$$12y = 24 \Rightarrow y = 2$$

$$7x + 2 = 16 \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2, y = 2$$

7 Actividad resuelta.

8 Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones, despejando la incógnita y en cada ecuación y construyendo una tabla de valores. Después, comprueba con Wiris la solución obtenida:

a.

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = -3 + x \end{cases}$$

x	-1	0	4
$y = 2x - 7$	-9	-7	1

x	-1	0	4
$y = -3 + x$	-4	-3	1

Solución: $x = 4, y = 1$

b.

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x + 2y = -7 \end{cases}$$

$$y = 4 - 3x$$

$$y = \frac{-7 - x}{2}$$

x	-1	0	3
$y = 4 - 3x$	7	4	-5

x	-1	0	3
$y = \frac{-7 - x}{2}$	-3	$-\frac{7}{2}$	-5

Solución: $x = 3, y = -5$

c.

$$\begin{cases} 2x - 2y = 8 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

$$y = \frac{-8 + 2x}{2}$$

$$y = 3x - 4$$

x	-1	0	1
$y = \frac{-8 + 2x}{2}$	-5	-4	-3

x	-1	0	1
$y = 3x - 4$	-7	-4	-1

Solución: $x = 0, y = -4$

SOLUCIONES PÁG. 143

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES

9 La suma de dos números es 12, y la del triple del primero más el doble del segundo, 29. Halla dichos números.

x = número primero

y = número segundo

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x + 2y = 29 \end{cases}$$

$$x = 12 - y$$

$$3 \cdot (12 - y) + 2y = 29 \Rightarrow 36 - 3y + 2y = 29 \Rightarrow -y = -7 \Rightarrow y = 7$$

$$x = 12 - 7 = 5$$

5 = número primero

7 = número segundo

Comprobación

$$5 + 7 = 12; 5 + 7 = 12$$

$$3 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 29; 15 + 14 = 29$$

10 Encuentra dos números que verifiquen que el triple del primero menos el segundo es igual a 3, mientras que el segundo menos el doble del primero es igual a 2.

x = número primero

y = número segundo

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ y - 2x = 2 \end{cases}$$

$$y = 2 + 2x$$

$$3x - (2 + 2x) = 3 \Rightarrow 3x - 2 - 2x = 3 \Rightarrow x = 5$$

$$y = 2 + 2 \cdot 5 = 12$$

5 = número primero

12 = número segundo

Comprobación

$$3 \cdot 5 - 12 = 3; 15 - 12 = 3$$

$$12 - 2 \cdot 5 = 2; 12 - 10 = 2$$

11 Halla dos números que sumen 35 y cuya diferencia sea 11.

x = número primero

y = número segundo

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ x - y = 11 \end{cases}$$

$$2x = 46 \Rightarrow x = 23$$

$$23 + y = 35 \Rightarrow y = 12$$

23 = número primero

12 = número segundo

Comprobación

$$23 + 12 = 35$$

$$23 - 12 = 11$$

12 Actividad resuelta.

13 Las dos cifras de un número suman 9. Si a la tercera parte de dicho número se le restan 9 unidades, se obtiene el número inicial con las cifras invertidas.

¿Qué número es?

x = Cifra de las decenas

y = Cifra de las unidades

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ \frac{10x + y}{3} - 9 = 10y + x \end{cases}$$

$$x = 9 - y$$

$$\frac{10 \cdot (9 - y) + y}{3} - 9 = 10y + 9 - y \Rightarrow \frac{90 - 10y + y}{3} - 9 = 10y + 9 - y$$

$$\Rightarrow \frac{90 - 9y}{3} - 18 - 9y = 0$$

$$\frac{90 - 9y - 54 - 27y}{3} = 0 \Rightarrow -36y = -36 \Rightarrow y = 1$$

$$x = 9 - 1 = 8$$

8 = Cifra de las decenas

1 = Cifra de las unidades

El número es el 81

Comprobación

$$8 + 1 = 9$$

$$27 - 9 = 18$$

14 La suma de las dos cifras de un número es 6. Si se calcula los $\frac{4}{7}$ de este número, se obtiene el mismo, pero con las cifras invertidas. Halla el número en cuestión.

x = Cifra de las decenas

y = Cifra de las unidades

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \frac{4}{7} \cdot (10x + y) = 10y + x \end{cases}$$

$$x = 6 - y$$

$$\frac{40x + 4y}{7} = 10y + x \Rightarrow \frac{40 \cdot (6 - y) + 4y}{7} = 10y + 6 - y \Rightarrow \frac{240 - 40y + 4y}{7} = 9y + 6$$

$$\frac{240 - 36y}{7} - 9y - 6 = 0 \Rightarrow \frac{240 - 36y - 63y - 42}{7} = 0 \Rightarrow -99y = -198 \Rightarrow y = 2$$

$$x = 6 - 2 = 4$$

4 = Cifra de las decenas

2 = Cifra de las unidades

El número es el 42

Comprobación

$$4 + 2 = 6$$

$$\frac{4}{7} \cdot 42 = 24$$

15 En una heladería se ofrecen tarrinas de helado de uno y dos sabores. Las de un sabor cuestan 1,50 €, y las de dos sabores, 2,50 €. Si se han vendido 30 tarrinas en total y se han recaudado 63 €, ¿cuántas tarrinas de cada tipo se han vendido?

x = número de tarrinas de un sabor

y = número de tarrinas de dos sabores

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 1,50x + 2,50y = 63 \end{cases}$$

$$x = 30 - y$$

$$1,50 \cdot (30 - y) + 2,50y = 63 \Rightarrow 45 - 1,50y + 2,50y = 63 \Rightarrow y = 18$$

$$x = 30 - 18 = 12$$

12 = número de tarrinas de un sabor

18 = número de tarrinas de dos sabores

Comprobación

$$12 + 18 = 30; 12 + 18 = 30$$

$$1,50 \cdot 12 + 2,50 \cdot 18 = 63; 18 + 45 = 63$$

16 En una granja hay conejos y gallinas. Si en total se cuentan 120 cabezas y 380 patas, ¿cuántos ejemplares hay de cada tipo?

x = número de conejos

y = número de gallinas

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 4x + 2y = 380 \end{cases}$$

$$x = 120 - y$$

$$4 \cdot (120 - y) + 2y = 380 \Rightarrow 480 - 4y + 2y = 380 \Rightarrow -2y = -100 \Rightarrow y = 50$$

$$x = 120 - 50 = 70$$

70 = número de conejos

50 = número de gallinas

Comprobación

$$70 + 50 = 120; 70 + 50 = 120$$

$$4 \cdot 70 + 2 \cdot 50 = 380; 280 + 100 = 380$$

17 Marco realiza un examen tipo test de 100 preguntas. Cada respuesta correcta suma 1 punto, mientras que cada respuesta incorrecta resta 0,25 puntos. Si ha respondido a todas las preguntas y ha obtenido 70 puntos, ¿cuántas preguntas ha contestado correctamente y cuántas incorrectamente?

x = número de preguntas correctas

y = número de preguntas incorrectas

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x - 0,25y = 70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x - 0,25y = 70 \end{cases}$$

$$1,25y = 30 \Rightarrow y = 24$$

$$x + y = 100 - 24 = 76$$

76 = número de preguntas correctas

24 = número de preguntas incorrectas

Comprobación

$$76 + 24 = 100; 76 + 24 = 100$$

$$76 - 0,25 \cdot 24 = 70; 76 - 6 = 70$$

18 En una cafetería, Luis ha pagado por 2 cafés y 3 refrescos 7,80 €. En la mesa de al lado le han cobrado a los clientes 7,20 € por 3 cafés y 2 refrescos. Calcula el precio del café y el del refresco.

x = precio de un café

y = precio de un refresco

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7,8 \\ 3x + 2y = 7,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot (2x + 3y = 7,8) \\ (-3) \cdot (3x + 2y = 7,2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 6y = 15,6 \\ -9x - 6y = -21,6 \end{cases}$$

$$-5x = -6 \Rightarrow x = 1,2$$

$$2 \cdot 1,2 + 3y = 7,8 \Rightarrow 3y = 7,8 - 2,4 \Rightarrow y = 1,8$$

1,20 € = precio de un café

1,80 € = precio de un refresco

Comprobación

$$2 \cdot 1,20 + 3 \cdot 1,80 = 7,8; 2,4 + 5,4 = 7,8$$

$$3 \cdot 1,20 + 2 \cdot 1,80 = 7,2; 3,6 + 3,6 = 7,2$$

19 Sergio lleva 8 € en su monedero. Si tiene en total 25 monedas y todas son de 50 cts. o de 20 cts., ¿cuántas monedas lleva de cada clase?

x = número de monedas de 50 céntimos

y = número de monedas de 20 céntimos

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 0,50x + 0,20y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-0,50) \cdot (x + y = 25) \\ 0,50x + 0,20y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0,50x - 0,50y = -12,5 \\ 0,50x + 0,20y = 8 \end{cases}$$

$$-0,30y = -4,5 \Rightarrow y = 15$$

$$x = 25 - 15 = 10$$

10 = número de monedas de 50 céntimos

15 = número de monedas de 20 céntimos

Comprobación

$$10 + 15 = 25; 10 + 15 = 25$$

$$0,50 \cdot 10 + 0,20 \cdot 15 = 8; 5 + 3 = 8$$

20 En un aparcamiento se encuentran estacionados 284 vehículos, entre coches y motocicletas. Calcula cuántos coches y cuántas motocicletas hay en el aparcamiento sabiendo que entre todos suman 1028 ruedas.

x = número de coches

y = número de motocicletas

$$\begin{cases} x + y = 284 \\ 4x + 2y = 1\ 028 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-2) \cdot (x + y = 284) \\ 4x + 2y = 1028 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 2y = -568 \\ 4x + 2y = 1028 \end{cases}$$

$$2x = 460 \Rightarrow x = 230$$

$$230 + y = 284 \Rightarrow y = 54$$

230 = número de coches

54 = número de motocicletas

Comprobación

$$230 + 54 = 284; 230 + 54 = 284$$

$$4 \cdot 230 + 2 \cdot 54 = 1\ 028; 920 + 108 = 1\ 028$$

21 Se mezclan 20 kg de café de calidad superior con 15 kg de otra variedad de inferior calidad, de manera que se obtiene una mezcla que cuesta 3,20 €/kg. ¿Cuál es el precio de cada tipo de café si el kilogramo de café de calidad superior es 1,40 € más caro que el kilogramo de café de inferior calidad?

x = precio kilo de café de calidad superior

y = precio kilo de café de calidad inferior

$$\begin{cases} x = y + 1,40 \\ 20x + 15y = 35 \cdot 3,2 \end{cases}$$

$$20 \cdot (y + 1,40) + 15y = 112 \Rightarrow 20y + 28 + 15y = 112 \Rightarrow 35y = 84 \Rightarrow y = 2,4$$

$$x = 2,40 + 1,40 = 3,80$$

3,80 €/kg = precio kilo de café de calidad superior

2,40 €/kg = precio kilo de café de calidad inferior

Comprobación

$$3,80 = 2,40 + 1,40; 3,80 = 2,40 + 1,40$$

$$20 \cdot 3,80 + 15 \cdot 2,40 = 112; 76 + 36 = 112$$

22 Elena quiere colocar sus camisetas en los cajones de su armario. Si mete 3 camisetas en cada cajón, le sobra una, y si pone 4 camisetas en cada uno, se queda un cajón vacío. Calcula el número de camisetas que tiene Elena y el número de cajones de que dispone su armario.

x = número de cajones

y = número de camisetas

$$\begin{cases} 3x + 1 = y \\ 4x - 4 = y \end{cases}$$

$$3x + 1 = 4x - 4 \Rightarrow 3x - 4x = -4 - 1 \Rightarrow x = 5$$

$$3 \cdot 5 + 1 = y \Rightarrow y = 16$$

5 = número de cajones

16 = número de camisetas

Comprobación

$$3 \cdot 5 + 1 = 16$$

$$4 \cdot 5 - 4 = 16$$

SOLUCIONES PÁG. 144

23 Un hotel ofrece habitaciones dobles y sencillas. En total cuenta con 50 habitaciones y 87 camas. ¿De cuántas habitaciones dobles y de cuántas sencillas dispone el hotel?

x = número de habitaciones dobles

y = número de habitaciones sencillas

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 87 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 87 \end{cases}$$

$$x = 37$$

$$37 + y = 50 \Rightarrow y = 13$$

37 = número de habitaciones dobles

13 = número de habitaciones sencillas

Comprobación

$$37 + 13 = 50; 37 + 13 = 50$$

$$2 \cdot 37 + 13 = 87; 74 + 13 = 87$$

24 Una clase de 3.º de ESO tiene 28 alumnos. Calcula cuántas chicas y cuántos chicos hay, sabiendo que, si se colocan las chicas en parejas y los chicos en grupos de tres, se forman 12 grupos.

x = número de chicas

y = número de chicos

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 12 \end{cases}$$

$$x = 28 - y$$

$$\frac{28 - y}{2} + \frac{y}{3} = 12 \Rightarrow \frac{3 \cdot (28 - y) + 2y}{6} = \frac{72}{6} \Rightarrow 84 - 3y + 2y = 72 \Rightarrow y = 12$$

$$x = 28 - 12 = 16$$

16 = número de chicas

12 = número de chicos

Comprobación

$$16 + 12 = 28$$

$$8 + 4 = 12$$

25 María ha comprado unos esquís y una bicicleta por 440 €. Decide pagar la bicicleta en 5 plazos y los esquís en 6; haciéndolo así, el precio que tiene que abonar mensualmente por uno y otro producto es el mismo. Calcula cuánto cuestan los esquís y cuánto la bicicleta.

x = precio bicicleta

y = precio esquís

$$\begin{cases} x + y = 440 \\ \frac{x}{5} = \frac{y}{6} \end{cases}$$

$$x = 440 - y$$

$$6x = 5y \Rightarrow 6 \cdot (440 - y) = 5y \Rightarrow 2640 - 6y = 5y \Rightarrow 2640 = 11y \Rightarrow y = 240$$

$$x = 440 - 240 = 200$$

200 € = precio bicicleta

240 € = precio esquís

Comprobación

$$200 + 240 = 440$$

$$\frac{200}{5} = \frac{240}{6}$$

26 Andrea y Jesús le deben dinero a su amiga Sara. Si Andrea le da la mitad de lo que le adeuda y Jesús la tercera parte, todavía les faltarían 70 €. Calcula a cuánto asciende la deuda de cada uno, sabiendo que Jesús debe la mitad que Andrea más 5 €.

x = dinero que debe Andrea

y = dinero que debe Jesús

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + 70 = x + y \\ y = \frac{x}{2} + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x + 2y + 420}{6} = \frac{6x + 6y}{6} \\ \frac{2y}{2} = \frac{x+10}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x - 4y = -420 \\ -x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x - 4y = -420 \\ 2 \cdot (-x + 2y = 10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x - 4y = -420 \\ -2x + 4y = 20 \end{cases}$$

$$-5x = -400 \Rightarrow x = 80$$

$$-80 + 2y = 10 \Rightarrow 2y = 90 \Rightarrow y = 45$$

80 € = dinero que debe Andrea

45 € = dinero que debe Jesús

Comprobación

$$40 + 15 + 70 = 80 + 45$$

$$45 = 40 + 5$$

27 Actividad resuelta.

28 Un camión sale de una población a 90 km/h. Cinco minutos más tarde parte detrás de él una motocicleta que circula a 120 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará la motocicleta en alcanzar al camión? ¿A qué distancia del punto de partida le dará alcance?

	Distancia recorrida	Velocidad	Tiempo
Camión	x	90	t
Motocicleta	x	120	$t - \frac{1}{12}$

x = espacio

t = tiempo

$$\begin{cases} x = 90t \\ x = 120 \cdot \left(t - \frac{1}{12}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 90t \\ x = 120t - 10 \end{cases}$$

$$90t = 120t - 10 \Rightarrow 30t = 10 \Rightarrow t = \frac{1}{3} \text{ hora} = 20 \text{ minutos}$$

$$x = 120 \cdot \frac{1}{3} - 10 = 30 \text{ kilómetros}$$

La motocicleta tarda 20 min en alcanzar al camión. Le dará alcance a 30 km del punto de partida.

Comprobación

$$30 = 90 \cdot \frac{1}{3}$$

$$30 = 120 \cdot \frac{1}{3} - 10$$

29 Un autobús sale a 90 km/h de una ciudad hacia su destino. Cuando lleva recorridos 45 km, arranca desde la misma ciudad un tren a 120 km/h que tiene el mismo destino que el autobús. ¿Cuánto tiempo tardará el tren en alcanzar al autobús? ¿A qué distancia del punto de partida le dará alcance?

	Distancia recorrida	Velocidad	Tiempo
Autobús	x	90	t
Tren	$x + 45$	120	t

$$\begin{cases} x = 90t \\ x + 45 = 120t \end{cases}$$

$$90t + 45 = 120t \Rightarrow 30t = 45 \Rightarrow t = 1,5 \text{ horas}$$

$$x = 90 \cdot 1,5 = 135 \text{ km}$$

El tren tarda 1 h y media en alcanzar al autobús. Le dará alcance a 135 km del punto de partida.

Comprobación

$$135 = 90 \cdot 1,5$$

$$135 + 45 = 120 \cdot 1,5$$

30 El lado desigual de un triángulo isósceles es 3 cm mayor que cada uno de los lados iguales. Calcula las dimensiones del triángulo sabiendo que su perímetro es de 24 cm.

x = longitud del lado desigual

y = longitud de cada uno de los lados iguales

$$\begin{cases} x = y + 3 \\ x + 2y = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 2y = 24 \end{cases}$$

$$-3y = -21 \Rightarrow y = 7$$

$$x = 7 + 3 = 10$$

10 = longitud del lado desigual

7 = longitud de cada uno de los lados iguales

Comprobación

$$10 = 7 + 3$$

$$10 + 2 \cdot 7 = 24$$

31 Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya base es 3 cm mayor que su altura, sabiendo que, si cada uno de sus lados se prolongase 5 cm, el perímetro del rectángulo resultante mediría 50 cm.

x = longitud de la base

y = longitud de la altura

$$\begin{cases} x = y + 3 \\ 2 \cdot (x + 5) + 2 \cdot (y + 5) = 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 3 \\ 2x + 10 + 2y + 10 = 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-2) \cdot (x - y = 3) \\ 2x + 2y = 30 \end{cases}$$

$$2x + 2y = 30$$

$$\begin{cases} -2x + 2y = -6 \\ 2x + 2y = 30 \end{cases}$$

$$2x + 2y = 30$$

$$4y = 24 \Rightarrow y = 6$$

La base mide 9 cm, y la altura, 6 cm.

$$x = 6 + 3 = 9$$

9 = longitud de la base

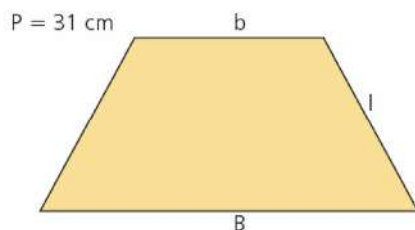
6 = longitud de la altura

Comprobación

$$9 - 6 = 3$$

$$2 \cdot 9 + 2 \cdot 6 = 30$$

32 El lado oblicuo de un trapecio isósceles es 3 cm más pequeño que el doble de la base menor. Halla las dimensiones del trapecio, sabiendo que su perímetro mide 31 cm y que la diferencia entre la base mayor y la base menor es igual a la longitud del lado oblicuo.



Base menor = x

Base mayor = y

Lado oblicuo = $2x - 3$

$$\begin{cases} y - x = 2x - 3 \\ x + y + 2 \cdot (2x - 3) = 31 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - x - 2x = -3 \\ x + y + 4x - 6 = 31 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 3x = -3 \\ y + 5x = 37 \end{cases}$$

$$-8x = -40 \Rightarrow x = 5$$

$$y - 3 \cdot 5 = -3 \Rightarrow y = 12$$

Base menor = 5 cm

Base mayor = 12 cm

Lado oblicuo = 7 cm

Comprobación

$$12 - 3 \cdot 5 = -3$$

$$12 + 5 \cdot 5 = 37$$

33 Averigua el valor de los ángulos de un triángulo isósceles cuyo ángulo desigual mide 30° más que cada uno de los otros ángulos. (Recuerda que la suma de los ángulos de un triángulo es 180°).

x = medida del ángulo desigual

y = medida de cada uno de los ángulos iguales

$$\begin{cases} x = y + 30 \\ x + 2y = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 30 \\ x + 2y = 180 \end{cases}$$

$$-3y = -150 \Rightarrow y = 50$$

$$x = 50 + 30 = 80$$

80 = medida del ángulo desigual

50 = medida de cada uno de los ángulos iguales

Comprobación

$$80 = 50 + 30$$

$$80 + 2 \cdot 50 = 180$$

34 Al dividir un número entre otro, se obtiene 2 de cociente y 8 de resto. ¿Cuáles son esos números si la diferencia entre el dividendo y el divisor es de 86?

x = dividendo

y = divisor

$$x - y = 86$$

$$\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto} \Rightarrow x = 2y + 8$$

$$\begin{cases} x - y = 86 \\ x = 2y + 8 \end{cases}$$

$$x = 86 + y, \quad x = 2y + 8$$

$$86 + y = 2y + 8 \Rightarrow y = 78$$

$$x = 86 + 78 = 164$$

164 = dividendo

78 = divisor

Comprobación

$$164 - 78 = 86$$

$$164 = 2 \cdot 78 + 8$$

35 La edad de un padre es el doble que la de su hijo. Si el hijo fuera 10 años más joven, su padre le triplicaría la edad. Calcula cuántos años tiene cada uno.

x = edad del padre

y = edad del hijo

$$\begin{cases} x = 2y \\ x = 3 \cdot (y - 10) \end{cases}$$
$$2y = 3y - 30 \Rightarrow y = 30$$
$$x = 2 \cdot 30 = 60$$

60 = edad del padre
30 = edad del hijo

Comprobación

$$60 = 2 \cdot 30$$

$$60 = 3 \cdot (30 - 10)$$

36 Dentro de dos años, las edades de Aroa y Sandra sumarán 25 años. Hace 3 años, la edad de Sandra era el doble que la de Aroa. Calcula la edad actual de cada una de ellas.

x = edad actual de Aroa

y = edad actual de Sandra

$$\begin{cases} (x + 2) + (y + 2) = 25 \\ 2 \cdot (x - 3) = (y - 3) \end{cases}$$
$$\begin{cases} x + 2 + y + 2 = 25 \\ 2x - 6 = y - 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x + y = 21 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$
$$3x = 24 \Rightarrow x = 8$$
$$8 + y = 21 \Rightarrow y = 13$$

8 = edad actual de Aroa
13 = edad actual de Sandra

Comprobación

$$8 + 13 = 21$$

$$2 \cdot 8 - 13 = 3$$

SOLUCIONES PÁG. 145

37 La suma de las cuatro cifras de un número capicúa es 10. Si se intercambian las dos cifras centrales con las dos cifras de los extremos, se obtiene otro número capicúa que es 2673 unidades mayor que el número inicial. Halla dicho número.

x = cifras primera y cuarta
 y = cifras segunda y tercera

$$\begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ 1\,001y + 110x = (1\,001x + 110y) + 2\,673 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ 1\,001y + 110x - 1\,001x - 110y = 2\,673 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ 891y - 891x = 2\,673 \end{cases}$$
$$2x = 10 - 2y \Rightarrow x = \frac{10 - 2y}{2}$$
$$891y - 891 \cdot \left(\frac{10 - 2y}{2}\right) = 2\,673 \Rightarrow 891y - \left(\frac{8\,910 - 1\,782y}{2}\right) = 2\,673$$
$$\frac{1\,782y - 8\,910 + 1\,782y}{2} = \frac{5\,346}{2} \Rightarrow 1\,782y - 8\,910 + 1\,782y = 5\,346$$
$$3\,564y = 14\,256 \Rightarrow y = 4$$
$$x = \frac{10 - 2 \cdot 4}{2} = 1$$

1 = cifras primera y cuarta
4 = cifras segunda y tercera

El número es 1 441.

Comprobación

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 = 10; \quad 2 + 8 = 10$$

$$891 \cdot 4 - 891 \cdot 1 = 2\,673; \quad 3\,564 - 891 = 2\,673$$

38 Actividad resuelta.

39 Aitana compra una camiseta y unos pantalones en las rebajas. La camiseta tiene un 30 % de descuento, y los pantalones, un 20 %. Si ha pagado 38,20 € en lugar de los 49,50 € que le hubiera costado la compra sin el descuento, ¿cuánto ha tenido que desembolsar por cada prenda una vez aplicada la rebaja?

x = precio camiseta sin rebaja

y = precio pantalón sin rebaja

$$\begin{cases} x + y = 49,50 \\ 0,70x + 0,80y = 38,20 \end{cases}$$

$$x = 49,50 - y$$

$$0,70 \cdot (49,50 - y) + 0,80y = 38,20 \Rightarrow 34,65 - 0,70y + 0,80y = 38,20 \Rightarrow 0,10y = 3,55$$

$$\Rightarrow y = 35,5$$

$$x = 49,50 - 35,5 = 14$$

14 = precio camiseta sin rebaja

35,5 = precio pantalón sin rebaja

El precio de la camiseta rebajada es del 30 % de 14 € = 9,80 €, y el precio del pantalón rebajado es del 20 % de 35,5 € = 28,40 €.

Comprobación

$$14 + 35,5 = 49,50; 14 + 35,5 = 49,50$$

$$0,70 \cdot 14 + 0,80 \cdot 35,5 = 38,20; 9,8 + 28,4 = 38,20$$

40 Adrián compró un ordenador y un televisor por 2 000 € y después los vendió por 2 260 €. Averigua cuánto le costó cada electrodoméstico, sabiendo que en la venta del ordenador obtuvo un beneficio del 10 % y que en la del televisor ganó el 15 %.

x = precio del ordenador

y = precio del televisor

$$\begin{cases} x + y = 2\,000 \\ x + 0,10x + y + 0,15y = 2\,260 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2\,000 \\ 1,10x + 1,15y = 2\,260 \end{cases}$$

$$x = 2\,000 - y$$

$$1,10 \cdot (2\,000 - y) + 1,15y = 2\,260 \Rightarrow 2\,200 - 1,10y + 1,15y = 2\,260 \Rightarrow 0,05y = 60$$

$$\Rightarrow y = 1\,200$$

$$x = 2\,000 - 1\,200 = 800$$

800 = precio del ordenador

1 200 = precio del televisor

Comprobación

$$800 + 1\,200 = 2\,000; 800 + 1\,200 = 2\,000$$

$$1,10 \cdot 800 + 1,15 \cdot 1\,200 = 2\,260; 880 + 1\,380 = 2\,260$$

EVALUACIÓN

1 Se puede afirmar que el sistema $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ es:

- a. Incompatible.
- b. Compatible indeterminado.
- c. Compatible determinado.

Solución a.

2 Sea el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + ay = 2 \\ 2x + 6y = b \end{cases}$$

Los valores de a y b para los que el sistema es compatible indeterminado son:

- a. $a = 0$, $b = 4$
- b. $a = 3$, $b = 4$
- c. $a = 3$, $b = -2$
- d. $a = -2$, $b = 3$

La segunda ecuación es la primera multiplicada por dos. Solución b.

3 Considera el siguiente sistema:

$$\begin{cases} -2x + y = a \\ -3x + 2y = b \end{cases}$$

Los valores de a y b para los que el sistema tiene por soluciones $x = 1$ e $y = -2$ son:

- a. $a = -4$, $b = 3$
- b. $a = -4$, $b = -7$
- c. $a = 2$, $b = 3$
- d. $a = 2$, $b = 5$

$$-2 \cdot 1 + (-2) = a = -4$$

$$-3 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) = b = -7$$

Solución b.

4 Las soluciones del sistema $\begin{cases} x + 2y = -5 \\ 5x + 3y = -4 \end{cases}$ son:

- a. $x = 1$, $y = -2$
- b. $x = 0$, $y = -1$
- c. $x = 1$, $y = -3$
- d. $x = 0$, $y = -2$

$$1 + 2 \cdot (-1) = -1$$

$$5 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) = -4$$

Solución c.

5 En un garaje se cuentan 170 vehículos, entre coches y motos. Si hay 580 ruedas, ¿cuántos coches y cuántas motos hay en el garaje?

- a. Coches = 90, motos = 80
- b. Coches = 100, motos = 70
- c. Coches = 110, motos = 60
- d. Coches = 120, motos = 50

$$\begin{cases} x + y = 170 \\ 2x + 4y = 580 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -2x - 2y = -340 \\ 2x + 4y = 580 \end{cases}$$

$$y = 120; x = 50$$

Solución d.