

Unidad 5. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

SOLUCIONES PÁGINA 99

1 Indica cuáles de las siguientes igualdades son ecuaciones:

a. $4x + 3 = 2x + 2x + 1 + 2$

$$4x + 3 = 4x + 3 \rightarrow \text{Igualdad}$$

b. $2 \cdot (y - 5) = 2 \cdot (5 - y)$

$$2y - 10 = 10 - 2y \Rightarrow 2y + 2y = 10 + 10 \Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow y = 5 \rightarrow \text{Ecuación}$$

c. $a + 2b - c = a + c - 2b$

$$a - a = c - 2b - 2b + c; 0 = 2c - 4b. 2c = 4b \rightarrow \text{Ecuación}$$

d. $\frac{x}{y} = \frac{y}{x}$

$$x^2 = y^2 \rightarrow \text{Ecuación}$$

2 Indica cuál es el grado de estas ecuaciones:

a. $-6x + 1 - 2y = 4y - 8 \rightarrow \text{Grado 1.}$

b. $4 \cdot (x + 2) + 7 = -x - 5 \rightarrow \text{Grado 1.}$

c. $3x \cdot (x^2 - 5) = 4 + 2x \rightarrow \text{Grado 3.}$

d. $xy + 9x = -5 \rightarrow \text{Grado 2.}$

3 Comprueba si $x = 2$ es solución de alguna de estas ecuaciones:

a. $5 \cdot (3 - x) = 2 + 4x$

$$5 \cdot (3 - 2) = 2 + 4 \cdot 2$$

$$5 \neq 8 \rightarrow \text{No es solución.}$$

b. $x^2 - 4x + 1 = -3$

$$2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = -3$$

$$4 - 8 + 1 = -3 \Rightarrow -3 = -3 \rightarrow \text{Sí es solución.}$$

c. $3x + 2x^3 - 2 = 0$

$$3 \cdot 2 + 2 \cdot 2^3 - 2 = 0 \Rightarrow 6 + 2 \cdot 8 - 2 = 0 \Rightarrow 6 + 16 - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20 \neq 0 \rightarrow \text{No es solución.}$$

d. $\frac{3x}{2} - 5 = 4x^2 + 2x$

$$\frac{3 \cdot 2}{2} - 5 = 4 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 \Rightarrow 3 - 5 = 16 + 4 \Rightarrow -2 \neq 20 \rightarrow \text{No es solución.}$$

- 4 Escribe una ecuación de grado 2 con una incógnita y que tenga como solución -1.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $x^2 + 3x = x - 1$

- 5 Escribe una ecuación con dos incógnitas, x e y , de primer grado, que tenga por solución $x = 1$ e $y = 3$.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2x + y = 5$

- 6 Comprueba si $a = -2$ y $b = 3$ son solución de la ecuación $2ab^2 - 10a = -5b - 1$.

$2 \cdot (-2) \cdot 3^2 - 10 \cdot (-2) = -5 \cdot 3 - 1 \Rightarrow -36 + 20 = -15 - 1 \Rightarrow -16 = -16 \rightarrow$ Sí es solución de la ecuación.

- 7 Resuelve las siguientes ecuaciones, aplicando las reglas de equivalencia de ecuaciones:

a. $5 + x = 9 \Rightarrow x = 9 - 5 \Rightarrow x = 4$

b. $8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

c. $3x = 2x - 6 \Rightarrow 3x - 2x = -6 \Rightarrow x = -6$

d. $7x - 3 = 0 \Rightarrow 7x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{7}$

e. $3 - \frac{x}{4} = 2 \Rightarrow \frac{12 - x}{4} = \frac{8}{4} \Rightarrow 12 - x = 8 \Rightarrow x = 12 - 8 \Rightarrow x = 4$

f. $4 + 2x = 5x + 1 \Rightarrow 2x - 5x = 1 - 4 \Rightarrow -3x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{-3} \Rightarrow x = 1$

- 8 Comprueba si $x = -1$ e $y = 2$ son solución de la ecuación

$3x^2 + y^2 - xy^3 = -5x^2y$.

$3 \cdot (-1)^2 + 2^2 - (-1) \cdot 2^3 = -5 \cdot (-1)^2 \cdot 2 \Rightarrow 3 + 4 + 8 = -10; 15 \neq -10 \rightarrow$ No es solución.

- 9 Una ecuación es una igualdad algebraica. Investiga qué matemático fue el que utilizó por primera vez el signo de igualdad: «=». Averigua el motivo por el que eligió este símbolo.

El primer matemático que utilizó el símbolo «=» para indicar una igualdad fue el británico Robert Recorde en su obra *The Whet Stone of Witte*. En uno de sus libros cuenta que eligió ese símbolo pues «dos cosas no pueden ser más iguales que dos rectas paralelas».

SOLUCIONES PÁGINA 101

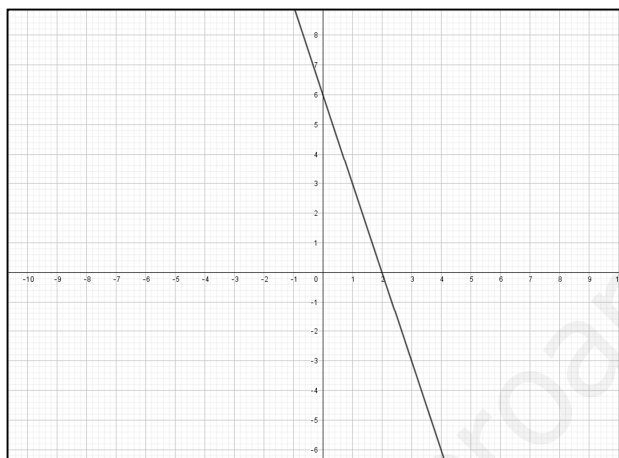
10 Halla la solución de las siguientes ecuaciones de primer grado. Comprueba tus resultados gráficamente.

a. $5x + 4 - 2x = 6x - 3 + 1$

$$5x - 2x - 6x = -3 + 1 - 4 \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x = 2$$

$$-3x + 6 = 0 \Rightarrow y = -3x + 6$$

x	-1	0	1	2
$y = -3x + 6$	9	6	3	0

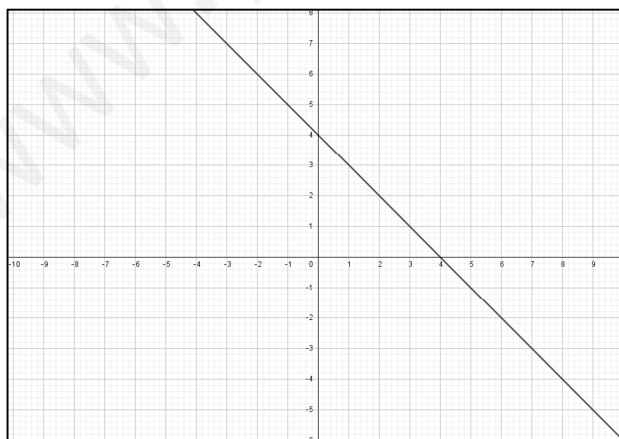


b. $-8x - 2x + 5 - 2 = 3 - 9x - 4$

$$-8x - 2x + 9x = 3 - 4 - 5 + 2 \Rightarrow -x = -4 \Rightarrow x = 4$$

$$-x + 4 = 0 \Rightarrow y = -x + 4$$

x	-1	0	1	4
$y = -x + 4$	5	4	3	0

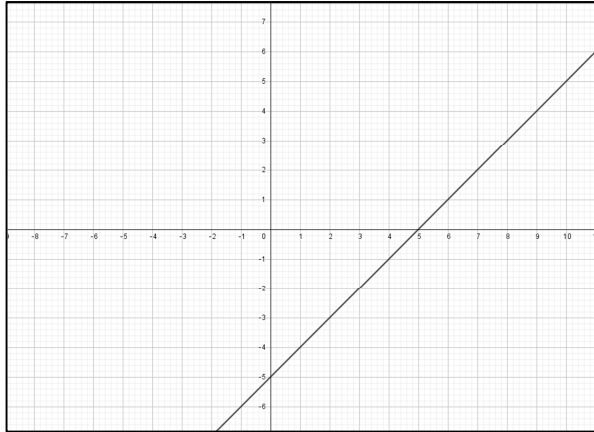


c. $10 + 3x - 4 + 3 - 7x = 2 - 5x + 12$

$$3x - 7x + 5x = 2 + 12 - 10 + 4 - 3 \Rightarrow x = 5$$

$$x - 5 = 0 \Rightarrow y = x - 5$$

x	-1	0	1	5
y = x - 5	-6	-5	-4	0



d. $-3 - 11 + 4x + 5 - 2x = x + 1 - 10 + x$

$$4x - 2x - x - x = 1 - 10 + 3 + 11 - 5 \Rightarrow 0x = 0 \rightarrow \text{Infinitas soluciones.}$$

11 Resuelve estas ecuaciones:

a. $3 \cdot (x - 2) - 4 \cdot (2x + 1) = 7x$

$$3x - 6 - 8x - 4 = 7x \Rightarrow 3x - 8x - 7x = 6 + 4 \Rightarrow -12x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{-12} \Rightarrow x = -\frac{5}{6}$$

b. $-(5x - 3) + 2 \cdot (x - 4) = 7 - x$

$$-5x + 3 + 2x - 8 = 7 - x \Rightarrow -5x + 2x + x = 7 - 3 + 8 \Rightarrow -2x = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{-2} \Rightarrow x = -6$$

c. $6x - 5 \cdot (x - 3) = 4 \cdot (2 - 4x) + 15x$

$$6x - 5x + 15 = 8 - 16x + 15x \Rightarrow 6x - 5x + 16x - 15x = 8 - 15 \Rightarrow 2x = -7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-7}{2}$$

d. $8 \cdot (2 - x) = 5 \cdot (6x + 3) - (3 + 10x)$

$$16 - 8x = 30x + 15 - 3 - 10x \Rightarrow -8x - 30x + 10x = 15 - 3 - 16 \Rightarrow -28x = -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

e. $-3 \cdot (-2 - 5x) - 4 \cdot (x + 6) - (11x - 2) = 0$

$$6 + 15x - 4x - 24 - 11x + 2 = 0 \Rightarrow 15x - 4x - 11x = -6 + 24 - 2 \Rightarrow 0x = 16 \rightarrow$$

Sin solución.

12 Halla la solución de las siguientes ecuaciones:

a. $\frac{x}{2} + 3 = \frac{5x}{3} - 4x$

$$\frac{3x+18}{6} = \frac{10x-24x}{6} \Rightarrow 3x+18 = 10x-24x \Rightarrow 3x-10x+24x = -18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17x = -18 \Rightarrow x = -\frac{18}{17}$$

b. $\frac{x}{4} + \frac{2x}{3} - \frac{6x}{5} = 0$

$$\frac{15x+40x-72x}{60} = 0 \Rightarrow \frac{-17x}{60} = 0 \Rightarrow x = 0$$

c. $-3x + \frac{5x}{9} = \frac{4}{3} - 2x$

$$\frac{-27x+5x}{9} = \frac{12-18x}{9} \Rightarrow -27x+5x = 12-18x \Rightarrow -27x+5x+18x = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{-3} \Rightarrow x = -3$$

d. $\frac{x-5}{2} = \frac{x+4}{3}$

$$\frac{3x-15}{6} = \frac{2x+8}{6} \Rightarrow 3x-15 = 2x+8 \Rightarrow 3x-2x = 8+15 \Rightarrow x = 23$$

e. $\frac{2x+3}{10} - 2 = \frac{-5x-2}{6}$

$$\frac{6x+9-60}{30} = \frac{-25x-10}{30} \Rightarrow 6x+9-60 = -25x-10 \Rightarrow 6x+25x = -10-9+60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 31x = 41 \Rightarrow x = \frac{41}{31}$$

f. $x - \frac{3x-7}{12} = -1 + \frac{x-9}{18}$

$$\frac{36x-9x+21}{36} = \frac{-36+2x-18}{36} \Rightarrow 36x-9x+21 = -36+2x-18 \Rightarrow$$

$$36x-9x-2x = -36-18-21 \Rightarrow 25x = -75 \Rightarrow x = \frac{-75}{25} = -3$$

13 Soluciona estas ecuaciones:

a. $\frac{3 \cdot (-2x+6)}{2} = 1 - 4x$

$$\frac{-6x+18}{2} = 1 - 4x \Rightarrow \frac{-6x+18}{2} = \frac{2-8x}{2} \Rightarrow -6x+18 = 2-8x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6x+8x = 2-18 \Rightarrow 2x = -16 \Rightarrow x = \frac{-16}{2} = -8$$

b. $\frac{2 \cdot (x-4)}{3} = \frac{4 \cdot (2x-1)}{15}$

$$\frac{2x-8}{3} = \frac{8x-4}{15} \Rightarrow \frac{10x-40}{15} = \frac{8x-4}{15} \Rightarrow 10x-40 = 8x-4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10x-8x = -4+40 \Rightarrow 2x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{2} = 18$$

c. $\frac{4x}{9} - \frac{2 \cdot (3x-2)}{15} = \frac{x+1}{6}$

$$\frac{4x}{9} - \frac{6x-4}{15} = \frac{x+1}{6} \Rightarrow \frac{40x-36x+24}{90} = \frac{15x+15}{90} \Rightarrow 40x-36x+24 = 15x+15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40x-36x-15x = 15-24 \Rightarrow -11x = -9 \Rightarrow x = \frac{9}{11}$$

SOLUCIONES PÁGINA 105**14 Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas:**

a. $3x^2 - 12 = 0$

$$3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = \frac{12}{3} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -2$$

b. $-4x^2 + 9x = 0$

$$x \cdot (-4x + 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-4x + 9 = 0 \Rightarrow -4x = -9 \Rightarrow x_2 = \frac{9}{4}$$

c. $x^2 + 4 = 0$

$$x^2 = -4 \Rightarrow x = \sqrt{-4} \rightarrow \text{No tiene solución real.}$$

d. $2x^2 - 10x = 0$

$$x \cdot (2x - 10) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$2x - 10 = 0 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x_2 = 5$$

e. $-5x^2 + 5 = 0$

$$-5x^2 = -5 \Rightarrow x^2 = \frac{-5}{-5} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1$$

f. $4x^2 - 9 = 0$

$$4x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$$

g. $-6 + 2x^2 = 0$

$$2x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = \frac{6}{2} \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x_1 = 1,7320, x_2 = -1,7320$$

h. $7x^2 = -14$

$$x^2 = \frac{-14}{7} \Rightarrow x^2 = -2 \Rightarrow x = \sqrt{-2} \rightarrow \text{No tiene solución real.}$$

i. $6x^2 = 12x$

$$6x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x \cdot (6x - 12) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$6x - 12 = 0 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x_2 = 2$$

j. $4x \cdot (3x - 2) = 0$

$$4x = 0 \text{ y } (3x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$3x = 2 \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

15 Halla las soluciones de estas ecuaciones:

a. $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 1$$

b. $2x^2 + x - 6 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -2$$

c. $4x^2 - 3x + 7 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 7}}{2 \cdot 4} = \frac{+3 \pm \sqrt{9 - 112}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{-103}}{2}$$

No tiene solución real.

d. $x^2 - 8x + 16 = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{+8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow x = 4$$

e. $0 = 4x^2 + 12x + 5$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5}}{2 \cdot 4} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 80}}{8} = \frac{-12 \pm \sqrt{64}}{8} = \frac{-12 \pm 8}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = -\frac{5}{2}$$

f. $x^2 - 6x + 9 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{+6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$$

g. $x^2 + 6x = -8$

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = -2, x_2 = -4$$

h. $-3x^2 = -5x + 7$

$$-3x^2 + 5x - 7 = 0; x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-7)}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 84}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{-59}}{4}$$

No tiene solución real.

i. $2x^2 - 8x + 3 = 10 - 4x^2 + 11x$

$$2x^2 - 8x + 3 - 10 + 4x^2 - 11x = 0 \Rightarrow 6x^2 - 19x - 7 = 0$$

$$x = \frac{-(-19) \pm \sqrt{(-19)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-7)}}{2 \cdot 6} = \frac{+19 \pm \sqrt{361 + 168}}{12} = \frac{19 \pm \sqrt{529}}{12} = \frac{19 \pm 23}{12}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{7}{2}, x_2 = -\frac{1}{3}$$

j. $x^2 + 9 + 2x^2 = 30x - 15x^2$

$$x^2 + 9 + 2x^2 - 30x + 15x^2 = 0 \Rightarrow 18x^2 - 30x + 9 = 0$$

$$x = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4 \cdot 18 \cdot 9}}{2 \cdot 18} = \frac{+30 \pm \sqrt{900 - 648}}{36} = \frac{30 \pm \sqrt{252}}{36}$$

16 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $(2x - 1)^2 = 3 \cdot (x^2 - 1)$

$$4x^2 + 1 - 4x = 3x^2 - 3 \Rightarrow 4x^2 + 1 - 4x - 3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2$$

b. $4x \cdot (x + 3) - 3x \cdot (x + 3) = 7x - 4$

$$4x^2 + 12x - 3x^2 - 9x = 7x - 4 \Rightarrow 4x^2 + 12x - 3x^2 - 9x - 7x + 4 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

c. $(x + 8) \cdot (2x - 5) = 0$

$$2x^2 - 5x + 16x - 40 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 11x - 40 = 0$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-40)}}{2 \cdot 2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 320}}{4} = \frac{-11 \pm \sqrt{441}}{4} = \frac{-11 \pm 21}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = -8$$

d. $5x \cdot (x - 3) = x \cdot (x + 2)$

$$5x^2 - 15x = x^2 + 2x \Rightarrow 5x^2 - 15x - x^2 - 2x = 0 \Rightarrow 4x^2 - 17x = 0 \Rightarrow$$

$$x \cdot (4x - 17) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ y } (4x - 17) = 0 \Rightarrow 4x = 17 \Rightarrow x = \frac{17}{4}$$

e. $\frac{-4x^2 + 2x - 1}{2} = \frac{2x^2 + 3x + 1}{3}$

$$(-4x^2 + 2x - 1) \cdot 3 = (2x^2 + 3x + 1) \cdot 2 \Rightarrow -12x^2 + 6x - 3 = 4x^2 + 6x + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -12x^2 + 6x - 3 - 4x^2 - 6x - 2 = 0 \Rightarrow -16x^2 - 5 = 0 \Rightarrow -16x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{-16}$$

No tiene solución real.

f. $\frac{(x+2) \cdot (x-1)}{5} - 2x = \frac{(x-3)^2}{2}$

$$\frac{2 \cdot (x+2) \cdot (x-1) - 20x}{10} = \frac{5 \cdot (x-3)^2}{10} \Rightarrow 2 \cdot (x+2) \cdot (x-1) - 20x = 5 \cdot (x-3)^2 \Rightarrow$$

$$2x^2 - 2x + 4x - 4 - 20x = 5 \cdot (x^2 + 9 - 6x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4x - 4 - 20x = 5x^2 + 45 - 30x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4x - 4 - 20x - 5x^2 - 45 + 30x = 0; \Rightarrow -3x^2 + 12x - 49 = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-49)}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 588}}{-6} = \frac{-12 \pm \sqrt{-444}}{-6}$$

No tiene solución real.

17 Determina el número de soluciones de las siguientes ecuaciones sin resolverlas:

a. $x^2 - 3x + 4 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7 < 0 \rightarrow \text{No tiene solución real.}$$

b. $4x^2 + 6x + 3 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 36 - 48 = -12 < 0 \rightarrow \text{No tiene solución real.}$$

c. $3x^2 - 12x + 12 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 144 - 144 = 0 \rightarrow \text{Tiene una solución real.}$$

d. $x^2 - x + 3 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 1 - 12 = -11 < 0 \rightarrow \text{No tiene solución real.}$$

e. $x^2 + 5x - 3 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 25 + 12 = 37 > 0 \rightarrow \text{Tiene dos soluciones reales.}$$

f. $-6x^2 + x + 4 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 4 = 1 + 96 = 97 > 0 \rightarrow \text{Tiene dos soluciones reales.}$$

g. $25x^2 - 30x + 9 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-30)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 9 = 900 - 900 = 0 \rightarrow \text{Tiene una solución real.}$$

h. $-3x^2 + 2x - 7 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-7) = 4 - 84 = -80 < 0 \rightarrow \text{No tiene solución real.}$$

i. $-x^2 - 5x - 3 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) = 25 - 12 = 13 > 0 \rightarrow \text{Tiene dos soluciones reales.}$$

j. $x^2 + 2x + 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0 \rightarrow \text{Tiene una solución real.}$$

18 Resuelve la ecuación $3x^2 + 3x - 18 = 0$. Comprueba que sus soluciones, x_1 y

x_2 , cumplen: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ y $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-18)}}{2 \cdot 3} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 216}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{225}}{6} = \frac{-3 \pm 15}{6} \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -3$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow 2 + (-3) = \frac{-3}{3} \Rightarrow -1 = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 \cdot (-3) = \frac{-18}{3} \Rightarrow -6 = -6$$

19 Escribe una ecuación de segundo grado que tenga estas soluciones:

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a. 2 y -3

$$x^2 + x - 6 = 0$$

b. 4 y 5

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

c. $\frac{1}{2}$ y 4

$$x^2 - \frac{9}{2}x + 2 = 0$$

d. $-\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{2}$

$$x^2 - \frac{7}{4}x - \frac{15}{8}$$

20 Halla el valor de m para que las siguientes ecuaciones tengan una única solución:

Para que tenga una única solución, el discriminante debe ser nulo.

a. $2x^2 + 20x + m = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 20^2 - 4 \cdot 2 \cdot m = 0 \Rightarrow 400 - 8m = 0 \Rightarrow 400 = 8m \Rightarrow$$

$$m = \frac{400}{8} = 50$$

b. $x^2 + mx + 16 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 0 \Rightarrow m^2 - 64 = 0 \Rightarrow m^2 = 64 \Rightarrow m = \pm\sqrt{64} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 8 \text{ y } m = -8$$

21 Actividad resuelta.

22 Si $x = 2$ es una solución de la ecuación $2x^2 + x + m = 0$, ¿cuál es la otra solución?

Se sustituye el valor de x en la ecuación para averiguar el valor de m:

$$2 \cdot 2^2 + 2 + m = 0 \Rightarrow 10 + m = 0 \Rightarrow m = -10$$

Con este valor de m se escribe la ecuación y se resuelve:

$$2x^2 + x - 10 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 80}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{-1 \pm 9}{4} \Rightarrow$$

$$x_1 = 2, x_2 = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$$

Por lo tanto, $-\frac{5}{2}$ es la otra solución.

- 23** En grupos de cuatro, comprobad que una de las soluciones de la ecuación $x^2 - x - 1 = 0$ es el número de oro (también llamado razón áurea): $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Buscad información en Internet sobre este número y haced una presentación donde se ponga de manifiesto la presencia de este número en la naturaleza y en la vida cotidiana.

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Respuesta abierta.

- 24** Visita esta página de Internet para repasar las ecuaciones de segundo grado y realiza las actividades propuestas:

<http://conteni2.educarex.es/mats/11978/contenido/>

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁGINA 107

- 25** Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas completas:

a. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Se hace el cambio $x^2 = t$; $t^2 - 5t + 4 = 0$ y se resuelve la ecuación:

$$t = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{+5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}; t_1 = 4, t_2 = 1$$

$$x^2 = 4; x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$x^2 = 1; x_3 = 1, x_4 = -1$$

b. $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$

$$t^2 - 24t - 25 = 0$$

$$t = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-25)}}{2 \cdot 1} = \frac{+24 \pm \sqrt{576+100}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{676}}{2} = \frac{24 \pm 26}{2}$$

$$t_1 = 25, t_2 = -1$$

$$x^2 = 25; x_1 = 5, x_2 = -5$$

$$x^2 = -1. \text{ No hay soluciones reales.}$$

c. $4x^4 - 13x^2 + 9 = 0$

$$4t^2 - 13t + 9 = 0$$

$$t = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{+13 \pm \sqrt{169 - 144}}{8} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{8} = \frac{13 \pm 5}{8}$$

$$t_1 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}, t_2 = 1$$

$$x^2 = \frac{9}{4}; x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 = 1; x_3 = 1, x_4 = -1$$

d. $x^4 + 17x^2 + 16 = 0$

$$t^2 + 17t + 16 = 0$$

$$t = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 64}}{2} = \frac{-17 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-17 \pm 15}{2}$$

$$t_1 = -1, t_2 = -16$$

No tiene soluciones reales.

e. $3x^4 - 3x^2 + 5 = 0$

$$3t^2 - 3t + 5 = 0;$$

$$t = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2 \cdot 3} = \frac{+3 \pm \sqrt{9 - 60}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{-51}}{8}$$

No tiene soluciones reales.

f. $100x^4 - 29x^2 + 1 = 0$

$$100t^2 - 29t + 1 = 0$$

$$t = \frac{-(-29) \pm \sqrt{(-29)^2 - 4 \cdot 100 \cdot 1}}{2 \cdot 100} = \frac{+29 \pm \sqrt{841 - 400}}{200} = \frac{29 \pm \sqrt{441}}{200} = \frac{29 \pm 21}{200}$$

$$t_1 = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}, t_2 = \frac{8}{200} = \frac{1}{25}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}; x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{25}; x_3 = \frac{1}{5}, x_4 = -\frac{1}{5}$$

g. $6x^4 + 5x^2 + 1 = 0$

$$6t^2 + 5t + 1 = 0$$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{12} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{12} = \frac{-5 \pm 1}{12}$$

$$t_1 = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}, t_2 = \frac{-4}{12} = \frac{-1}{3} \rightarrow \text{No tiene soluciones reales.}$$

h. $4x^4 - 8x^2 - 5 = 0$

$$4t^2 - 8t - 5 = 0$$

$$t = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5)}}{2 \cdot 4} = \frac{+8 \pm \sqrt{64 + 80}}{8} = \frac{8 \pm \sqrt{144}}{8} = \frac{8 \pm 12}{8}$$

$$t_1 = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}, t_2 = \frac{-1}{2}$$

$$x^2 = \frac{5}{2}; x_1 = +\sqrt{\frac{5}{2}}, x_2 = -\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x^2 = \frac{-1}{2} \rightarrow \text{No tiene soluciones reales.}$$

i. $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{+5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}; t_1 = 3, t_2 = 2$$

$$x^2 = 3; x_1 = +\sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}$$

$$x^2 = 2; x_3 = +\sqrt{2}, x_4 = -\sqrt{2}$$

j. $5x^4 + 2x^2 - 1 = 0$

$$5t^2 + 2t - 1 = 0$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1)}}{2 \cdot 5} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 20}}{10} = \frac{-2 \pm \sqrt{24}}{10}$$

$$t_1 = \frac{-2 + \sqrt{24}}{10}, t_2 = \frac{-2 - \sqrt{24}}{10}$$

$$x^2 = \frac{-2 + \sqrt{24}}{10}; x_1 = +\sqrt{\frac{-2 + \sqrt{24}}{10}}, x_2 = -\sqrt{\frac{-2 + \sqrt{24}}{10}}$$

$$x^2 = \frac{-2 - \sqrt{24}}{10} \rightarrow \text{No tiene soluciones reales.}$$

26 Actividad resuelta.

27 Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones bicuadradas incompletas:

a. $x^4 - 16 = 0$

$$t^2 - 16 = 0; t^2 = 16; t = \pm\sqrt{16}; t_1 = 4, t_2 = -4$$

$$x^2 = 4; x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$x^2 = -4 \rightarrow \text{No tiene soluciones reales.}$$

b. $x^4 - 25x^2 = 0$

$$t^2 - 25t = 0; t \cdot (t - 25) = 0; t = 0 \text{ y } t = 25$$

$$x^2 = 0; x_1 = 0$$

$$x^2 = 25; x = \pm\sqrt{25}; x_2 = 5, x_3 = -5$$

c. $3x^4 + 27 = 0$

$$3t^2 + 27 = 0; 3t^2 = -27; t^2 = \frac{-27}{3}; t^2 = -9; t = \sqrt{-9} \rightarrow \text{No tiene solución}$$

d. $2x^4 = 18x^2$

$$2t^2 - 18t = 0; t \cdot (2t - 18) = 0; t = 0 \text{ y } 2t - 18 = 0; 2t = 18; t = 9$$

$$x^2 = 0; x_1 = 0$$

$$x^2 = 9; x = \pm\sqrt{9}; x_2 = 3, x_3 = -3$$

e. $5x^2 = 20x^4$

$$-20t^2 + 5t = 0; t \cdot (-20t + 5) = 0; t = 0 \text{ y } -20t + 5 = 0; -20t = -5; t = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = 0; x_1 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{4}; x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}; x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = -\frac{1}{2}$$

f. $-4x^4 + 9 = 0$

$$-4t^2 + 9 = 0; -4t^2 = -9; t^2 = \frac{9}{4}; t = \pm\sqrt{\frac{9}{4}}; t = \frac{3}{2}, t = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 = \frac{3}{2}; x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}; x_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}, x_2 = -\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$x^2 = -\frac{3}{2} \rightarrow \text{No tiene soluciones reales.}$$

g. $0 = 81 - x^4$

$$0 = 81 - t^2; -t^2 = -81; t^2 = 81; t = \pm\sqrt{81}; t = 9 \text{ y } t = -9$$

$$x^2 = 9; x = \pm\sqrt{9}; x_1 = 3, x_2 = -3$$

$$x^2 = -9 \rightarrow \text{No tiene soluciones reales.}$$

h. $-6x^4 = -24x^2$

$$-6t^2 + 24t = 0; t \cdot (-6t + 24) = 0; t = 0 \text{ y } -6t + 24 = 0; -6t = -24; t = \frac{24}{6} = 4$$

$$x^2 = 0; x_1 = 0$$

$$x^2 = 4; x = \pm\sqrt{4}; x_2 = 2, x_3 = -2$$

i. $-3x^2 = 5x^4$

$$-3t - 5t^2 = 0; t \cdot (-5t - 3) = 0; t = 0 \text{ y } -5t - 3 = 0; -5t = 3; t = \frac{3}{-5}$$

$$x^2 = 0; x_1 = 0$$

$$x^2 = \frac{3}{-5}; x = \sqrt{\frac{3}{-5}} \rightarrow \text{No tiene soluciones reales.}$$

28 Escribe una ecuación bicuadrada que tenga estas soluciones:

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a. 2, -2, 5, -5

$$x^4 - 29x^2 + 100$$

b. 3, -3, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$

$$x^4 - \frac{37}{4}x^2 + \frac{9}{4}$$

c. $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}$

$$x^4 - 5x^2 + 6$$

d. 1, -1, $\sqrt{\frac{2}{3}}$, $-\sqrt{\frac{2}{3}}$

$$x^4 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{2}{3}$$

29 Resuelve las ecuaciones.

a. $(x^2 - 9) \cdot (x^2 - 1) = 0$

$$x^4 - x^2 - 9x^2 + 9 = 0; x^4 - 10x^2 + 9 = 0; t^2 - 10t + 9 = 0;$$

$$t = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{+10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$$t_1 = 9, t_2 = 1$$

$$x^2 = 9; x = \pm\sqrt{9}; x_1 = 3, x_2 = -3$$

$$x^2 = 1; x = \pm\sqrt{1}; x_3 = 1, x_4 = -1$$

b. $(x^2 - 2) \cdot (9x^2 + 25) = 0$

$$9x^4 + 25x^2 - 18x^2 - 50 = 0; 9x^4 + 7x^2 - 50 = 0; 9t^2 + 7t - 50 = 0;$$

$$t = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-50)}}{2 \cdot 9} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 1800}}{18} = \frac{-7 \pm \sqrt{1849}}{18} = \frac{-7 \pm 43}{18}$$

$$t_1 = 2, t_2 = \frac{-50}{18}$$

$$x^2 = 2; x = \pm\sqrt{2}; x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$$

$$x^2 = \frac{-50}{18} \rightarrow \text{No tiene soluciones reales.}$$

c. $(4x^2 - 1) \cdot (4x^2 - 16)$

$$16x^4 - 64x^2 - 4x^2 + 16 = 0; 16x^4 - 68x^2 + 16 = 0; 16t^2 - 68t + 16 = 0;$$

$$t = \frac{-(-68) \pm \sqrt{(-68)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 16}}{2 \cdot 16} = \frac{+68 \pm \sqrt{4624 - 1024}}{32} = \frac{+68 \pm \sqrt{3600}}{32} = \frac{68 \pm 60}{32}$$

$$t_1 = 4; t_2 = \frac{8}{32} = \frac{1}{4};$$

$$x^2 = 4; x = \pm\sqrt{4}; x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$x^2 = \frac{1}{4}; x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}; x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = -\frac{1}{2}$$

d. $\frac{x^2 \cdot (x^2 - 4)}{5} + 12 = 5x^2 - 8$

$$\frac{x^2 \cdot (x^2 - 4) + 60}{5} = \frac{5 \cdot (5x^2 - 8)}{5}; x^2 \cdot (x^2 - 4) + 60 = 5 \cdot (5x^2 - 8);$$

$$x^4 - 4x^2 + 60 = 25x^2 - 40; x^4 - 4x^2 + 60 - 25x^2 + 40 = 0;$$

$$x^4 - 29x^2 + 100 = 0; t^2 - 29t + 100 = 0;$$

$$t = \frac{-(-29) \pm \sqrt{(-29)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100}}{2} = \frac{+29 \pm \sqrt{841 - 400}}{2} = \frac{+29 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{+29 \pm 21}{2}$$

$$t_1 = 25; t_2 = 4$$

$$x^2 = 25; x = \pm\sqrt{25}; x_1 = 5, x_2 = -5$$

$$x^2 = 4; x = \pm\sqrt{4}; x_3 = 2, x_4 = -2$$

e. $\frac{-x^4 - 5x^2 + 1}{6} + x^2 = \frac{-3x^4 - 2}{8}$

$$\frac{4 \cdot (-x^4 - 5x^2 + 1) + 24x^2}{24} = \frac{3 \cdot (-3x^4 - 2)}{24};$$

$$4 \cdot (-x^4 - 5x^2 + 1) + 24x^2 = 3 \cdot (-3x^4 - 2); -4x^4 - 20x^2 + 4 + 24x^2 = -9x^4 - 6;$$

$$5x^4 + 4x^2 + 4 = 0; 5t^2 + 4t + 4 = 0;$$

$$t = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4}}{2 \cdot 5} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 80}}{10} = \frac{-4 \pm \sqrt{-64}}{10} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$f. 0 = \frac{(x^2 - 3)^2 + (x^2 - 3) \cdot (x^2 + 3)}{2}$$

$$x^4 - 6x^2 + 9 + x^4 + 3x^2 - 3x^2 - 9 = 0; 2x^4 - 6x^2 = 0; 2t^2 - 6t = 0;$$

$$t \cdot (2t - 6) = 0; t = 0 \text{ y } 2t - 6 = 0; t = \frac{6}{2} = 3$$

$$x^2 = 0; x_1 = 0$$

$$x^2 = 3 \quad x = \pm\sqrt{3}; x_2 = \sqrt{3}; x_3 = -\sqrt{3}$$

SOLUCIONES PÁGINA 109

- 30 Un cuaderno cuesta el triple que un bolígrafo. Si Inés ha comprado 3 cuadernos y 5 bolígrafos y ha pagado 10,50 €, ¿cuánto le ha costado cada cuaderno y cada bolígrafo?**

Coste bolígrafo: x

Coste cuaderno: $3x$

Ecuación: 3 por el coste del cuaderno + 5 por el coste del bolígrafo = 10,50 €

$$3 \cdot 3x + 5x = 10,50; 9x + 5x = 10,50; 14x = 10,50; x = \frac{10,50}{14} = 0,75$$

Coste bolígrafo: $x = 0,75$ €

Coste cuaderno: $3x = 3 \cdot 0,75 = 2,25 \Rightarrow$ El cuaderno cuesta 2,25 €

Comprobación:

3 por el coste cuaderno + 5 por el coste bolígrafo = 10,50 €

$$3 \cdot 2,25 + 5 \cdot 0,75 = 10,50 \text{ €}; 6,75 + 3,75 = 10,50$$

- 31 Determina tres números naturales consecutivos cuya suma sea 282.**

Números naturales consecutivos: x , $x + 1$ y $x + 2$

Ecuación: $x + x + 1 + x + 2 = 282$

$$3x + 3 = 282; 3x = 282 - 3; x = \frac{279}{3} = 93$$

Los números naturales consecutivos son: 93, 94 y 95

Comprobación: La suma de los tres números es 282

$$93 + 94 + 95 = 282$$

- 32 Tres hermanos se reparten 3 400 €. El mediano recibe 200 € más que el pequeño, y el mayor, el cuádruple que el mediano. ¿Cuánto dinero recibe cada uno?**

Hermano pequeño: x

Hermano mediano: $x + 200$

Hermano mayor: $4 \cdot (x + 200)$

Ecuación: $x + x + 200 + 4 \cdot (x + 200) = 3\,400 \text{ €}$

$x + x + 200 + 4x + 800 = 3\,400$; $x + x + 4x = 3\,400 - 200 - 800$; $6x = 2\,400$;

$$x = \frac{2\,400}{6} = 400$$

Hermano pequeño: $x = 400$

Hermano mediano: $x + 200 = 600$

Hermano mayor: $4 \cdot (x + 200) = 2\,400$

Comprobación: La suma de las tres cantidades es 3 400 €

$$400 + 600 + 2\,400 = 3\,400$$

- 33 La diagonal de un cuadrado mide 10 cm. Determina el lado del cuadrado.**

Lado del cuadrado: x

Ecuación: $h^2 = x^2 + x^2$; $10^2 = 2x^2$; $100 = 2x^2$; $x^2 = \frac{100}{2} = 50$; $x = \sqrt{50} = 7,071067 \text{ cm}$.

Lado del cuadrado: $x = 7,07$

Comprobación: $h^2 = x^2 + x^2$; $10^2 = 50 + 50$

- 34 Si al cuadrado de un número se le resta su quinta parte, se obtiene 24. ¿Cuál es el número?**

Número: x

Ecuación: $x^2 - \frac{x}{5} = 24$; $\frac{5x^2 - x}{5} = \frac{120}{5}$; $5x^2 - x = 120$; $5x^2 - x - 120 = 0$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-120)}}{2 \cdot 5} = \frac{+1 \pm \sqrt{1 + 2400}}{10} = \frac{+1 \pm \sqrt{2401}}{10} = \frac{+1 \pm 49}{10} ;$$

$$x_1 = 5; \quad x_2 = \frac{-48}{10} = \frac{-24}{5}$$

Número: $x = 5$ y $\frac{-24}{5}$

Comprobación:

$$5^2 - \frac{5}{5} = 24; 25 - 1 = 24$$

$$\left(\frac{-24}{5}\right)^2 - \frac{-24}{5} = 24; \frac{576}{25} - \frac{24}{25} = 24; 23,04 + 0,96 = 24$$

Los dos números lo cumplen.

35 Dos números se diferencian en 3 unidades. Si su producto es 108, ¿cuáles son estos números?

Número 1: x

Número 2: $x + 3$

Ecuación: $x \cdot (x + 3) = 108$

$$x^2 + 3x = 108; x^2 + 3x - 108 = 0;$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-108)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 432}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{-3 \pm 21}{2}$$

$$x_1 = 9; x_2 = -12$$

Número 1: $x = 9 \Rightarrow$ Número 2: $x + 3 = 12$

Número 1: $x = -12 \Rightarrow$ Número 2: $x + 3 = -9$

Comprobación:

Con los números 9 y 12: $x \cdot (x + 3) = 108; 9 \cdot 12 = 108$

Con los números -9 y -12: $x \cdot (x + 3) = 108; (-12) \cdot (-9) = 108$

36 La suma de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es 313. Halla dichos números.

Números enteros consecutivos: $x, x + 1$

Ecuación: $x^2 + (x + 1)^2 = 313$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 313; x^2 + x^2 + 2x + 1 - 313 = 0; 2x^2 + 2x - 312 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-312)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2496}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{2500}}{4} = \frac{-2 \pm 50}{4}$$

$$x_1 = 12; x_2 = -13$$

Números enteros consecutivos: $x, x + 1$

Son: 12 y 13 y -13 y -12.

Comprobación:

Con los números 12 y 13

$$x^2 + (x + 1)^2 = 313$$

$$12^2 + (12 + 1)^2 = 313; 144 + 169 = 313$$

Con los números -13 y -12

$$(-13)^2 + (-13 + 1)^2 = 313$$

- 37 Los asistentes a una reunión se estrechan la mano unos a otros. Uno de ellos sumó un total de 66 apretones. ¿Cuántas personas concurrieron a la reunión?**

Personas: x

Con $x + 1$ personas el número de apretones es la suma de los primeros n números naturales consecutivos.

Ecuación: $\frac{x \cdot (1 + x)}{2} = 66; \frac{x + x^2}{2} = \frac{132}{2}; x + x^2 = 132; x^2 + x - 132 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-132)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 528}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2} = \frac{-1 \pm 23}{2}$$

$$x_1 = 11; x_2 = -12$$

$x = 11$, puesto que no puede ser negativo.

Personas: $x + 1 = 12$

Comprobación:

$$\frac{x \cdot (1 + x)}{2} = 66; \frac{11 \cdot (1 + 11)}{2} = 66; \frac{11 \cdot 12}{2} = 66$$

SOLUCIONES PÁGINA 111

- 38 Fíjate en los siguientes pares de valores (x, y) : $(1, -3)$ y $(2, 1)$. Comprueba si son solución de estos sistemas:**

a. $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 4 \cdot 1 - 3 \cdot (-3) = 5 \\ -1 + 2 \cdot (-3) = 0 \end{cases}; \begin{cases} 4 + 9 = 5 \\ -1 - 6 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{No es solución } (1, -3)$$

$$\begin{cases} 4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 5 \\ -2 + 2 \cdot 1 = 0 \end{cases}; \begin{cases} 8 - 3 = 5 \\ -2 + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Sí es solución } (2, 1).$$

b. $\begin{cases} 7x + 2y = 1 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 7 \cdot 1 + 2(-3) = 1 \\ 4 \cdot 1 + (-3) = 2 \end{cases}; \begin{cases} 7 - 6 = 1 \\ 4 - 3 = 2 \end{cases} \rightarrow \text{No es solución } (1, -3)$$

$$\begin{cases} 7 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 1 \\ 4 \cdot 2 + 1 = 2 \end{cases}; \begin{cases} 14 + 2 = 1 \\ 8 + 1 = 2 \end{cases} \rightarrow \text{No es solución } (2, 1).$$

c. $\begin{cases} x - y = 4 \\ 5x + 3y = -4 \end{cases}$

$$\begin{cases} 1 - (-3) = 4 \\ 5 \cdot 1 + 3(-3) = -4 \end{cases}; \begin{cases} 1 + 3 = 4 \\ 5 - 9 = -4 \end{cases} \rightarrow \text{Sí es solución } (1, -3).$$

$$\begin{cases} 2 - 1 = 4 \\ 5 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = -4 \end{cases}; \begin{cases} 2 - 1 = 4 \\ 10 + 3 = -4 \end{cases} \rightarrow \text{No es solución } (2, 1).$$

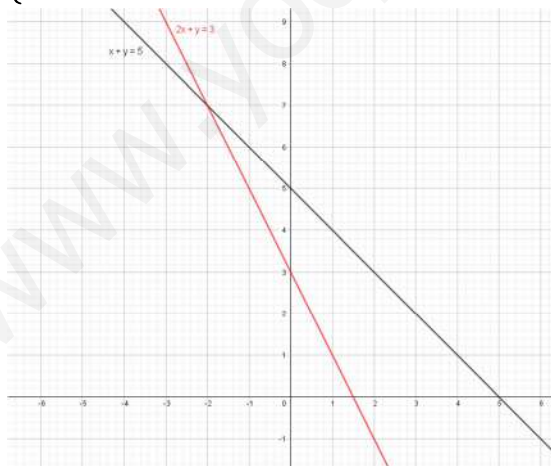
39 Visita esta página de Internet para repasar los sistemas de ecuaciones lineales y realiza las actividades propuestas:

<http://conteni2.educarex.es/mats/11987/contenido/>

Respuesta abierta.

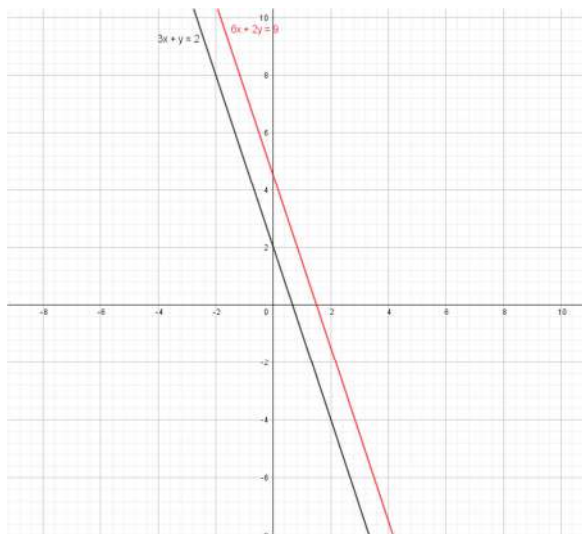
40 Resuelve gráficamente los sistemas planteados y clasifícalos según su número de soluciones.

a. $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$



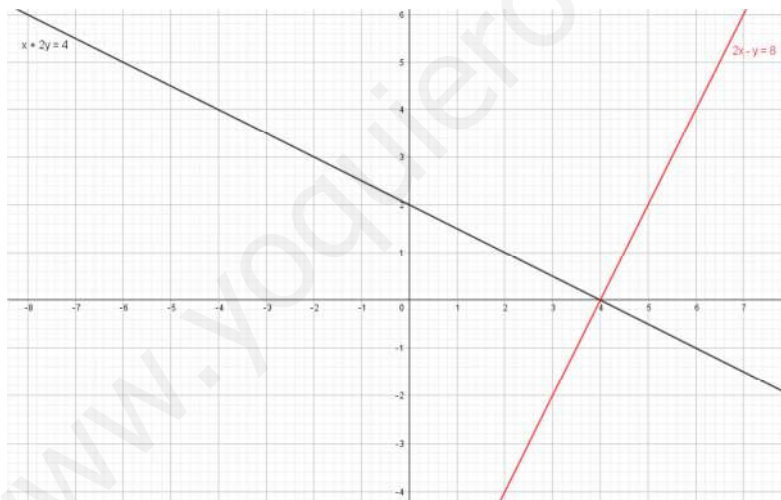
Se cortan en el punto $(-2, 7)$, por lo que tiene una solución el sistema.

b.
$$\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 6x + 2y = 9 \end{cases}$$



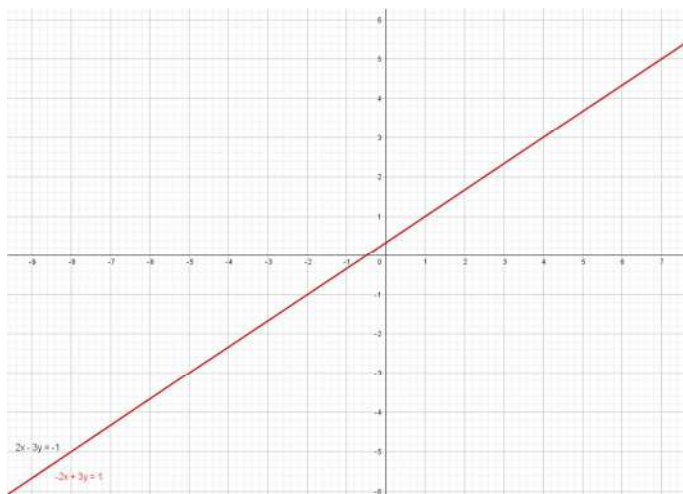
No tiene solución, pues no se cortan en ningún punto al ser dos rectas paralelas. Además, observamos que $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$; $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{9}$

c.
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$



Tiene una solución, ya que las rectas se cortan en el punto $(4, 0)$.

d.
$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -4x + 6y = 2 \end{cases}$$



Las rectas son la misma, por lo que tiene infinitas soluciones este sistema. De hecho, se cumple que $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$; $-\frac{2}{4} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

SOLUCIONES PÁGINA 115

41 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a.
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases}$$

$$x = 8 - y$$

$$2(8 - y) - 3y = -9; 16 - 2y - 3y = -9; -5y = -25; y = 5$$

$$x = 8 - 5 = 3$$

Solución (3 , 5)

Comprobación

$$\begin{cases} 3 + 5 = 8 \\ 2 \cdot 3 - 3 \cdot 5 = -9 \end{cases}; \begin{cases} 3 + 5 = 8 \\ 6 - 15 = -9 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} -4x - y = -5 \\ x + 7y = 8 \end{cases}$$

$$x = 8 - 7y$$

$$-4(8 - 7y) - y = -5; -32 + 28y - y = -5; 27y = 27; y = 1$$

$$x = 8 - 7 \cdot 1; x = 1$$

Solución (1 , 1)

Comprobación

$$\begin{cases} -4 \cdot 1 - 1 = -5 \\ 1 + 7 \cdot 1 = 8 \end{cases}; \begin{cases} -4 - 1 = -5 \\ 1 + 7 = 8 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$y = 10 - 3x$$

$$2x - 5(10 - 3x) = 1; 2x - 50 + 15x = 1; 17x = 51; x = 3$$

$$y = 10 - 3 \cdot 3 = 1$$

Solución (3, 1)

Comprobación

$$\begin{cases} 2 \cdot 3 - 5 \cdot 1 = 1 \\ 3 \cdot 3 + 1 = 10 \end{cases}; \begin{cases} 6 - 5 = 1 \\ 9 + 1 = 10 \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} -x + 2y = 2 \\ -6x + 5y = 5 \end{cases}$$

$$x = 2y - 2$$

$$-6(2y - 2) + 5y = 5; -12y + 12 + 5y = 5; -7y = -7; y = 1$$

$$x = 2 \cdot 1 - 2 = 0$$

Solución (0, 1)

Comprobación

$$\begin{cases} -0 + 2 \cdot 1 = 2 \\ -6 \cdot 0 + 5 \cdot 1 = 5 \end{cases}; \begin{cases} 0 + 2 = 2 \\ 0 + 5 = 5 \end{cases}$$

$$\text{e. } \begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 4x = -3y \end{cases}$$

$$x = \frac{-3y}{4}$$

$$3\left(\frac{-3y}{4}\right) + 2y = -1; \frac{-9y}{4} + 2y = -1; \frac{-9y + 8y}{4} = \frac{-4}{4}; -9y + 8y = -4; -y = -4; y = 4$$

$$x = \frac{-3 \cdot 4}{4} = -3$$

Solución (-3, 4)

Comprobación

$$\begin{cases} 3(-3) + 2 \cdot 4 = -1 \\ 4(-3) = -3 \cdot 4 \end{cases}; \begin{cases} -9 + 8 = -1 \\ -12 = -12 \end{cases}$$

$$f. \begin{cases} -6x + 4y = 3 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$3x = -1 + 2y; x = \frac{-1 + 2y}{3}$$

$$-6 \cdot \frac{-1 + 2y}{3} + 4y = 3 \Rightarrow \frac{6 - 12y}{3} + 4y = 3; \frac{6 - 12y + 12y}{3} = \frac{9}{3}; 6 - 12y + 12y = 9; 0y = 3$$

No tiene solución real.

42 Corrige el error cometido al resolver este sistema por el método de sustitución. Resuélvelo correctamente.

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 - 3x \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow x - 2 \cdot (3 - 3x) = 6$$

$y = 3x - 3$. Aquí estaba el error cometido.

$$x - 2 \cdot (3x - 3) = 6; x - 6x + 6 = 6; -5x = 0; x = 0$$

$$y = 3 \cdot 0 - 3; y = -3$$

Solución (0, -3).

Comprobación

$$\begin{cases} 3 \cdot 0 - (-3) = 3 \\ 0 - 2 \cdot (-3) = 6 \end{cases}; \begin{cases} 0 + 3 = 3 \\ 0 + 6 = 6 \end{cases}$$

43 Soluciona estos sistemas de ecuaciones por el método de igualación:

$$a. \begin{cases} x - 3y = -11 \\ 2x + 5y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -11 + 3y \\ 2x = -5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -11 + 3y \\ x = -\frac{5}{2}y \end{cases}$$

$$-11 + 3y = -\frac{5y}{2}; (-11 + 3y) \cdot 2 = -5y; -22 + 6y = -5y; 11y = 22; y = 2$$

$$x = \frac{-5 \cdot 2}{2} = -5$$

Solución (-5, 2)

Comprobación

$$\begin{cases} -5 - 3 \cdot 2 = -11 \\ 2 \cdot (-5) + 5 \cdot 2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} -5 - 6 = -11 \\ -10 + 10 = 0 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 6x + 7y = -5 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x = -5 - 7y \\ 3x = -8 + 2y \end{cases} \begin{cases} x = \frac{-5-7y}{6} \\ x = \frac{-8+2y}{3} \end{cases}$$

$$\frac{-5-7y}{6} = \frac{-8+2y}{3}; (-5-7y) \cdot 3 = (-8+2y) \cdot 6; -15-21y = -48+12y;$$

$$-33y = -33; y = 1$$

$$x = \frac{-5-7 \cdot 1}{6} = -2$$

Solución $(-2, 1)$

Comprobación

$$\begin{cases} 6(-2) + 7 \cdot 1 = -5 \\ 3(-2) - 2 \cdot 1 = -8 \end{cases} \begin{cases} -12 + 7 = -5 \\ -6 - 2 = -8 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 3x + 12y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 2 + 2y \\ 3x = -5 - 12y \end{cases} \begin{cases} x = \frac{2+2y}{3} \\ x = \frac{-5-12y}{3} \end{cases}$$

$$\frac{2+2y}{3} = \frac{-5-12y}{3}; 2+2y = -5-12y; 14y = -7; y = \frac{-7}{14} = \frac{-1}{2}$$

$$x = \frac{2+2 \cdot \frac{-1}{2}}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

Solución $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right)$

Comprobación

$$\begin{cases} 3 \cdot \frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{-1}{2} = 2 \\ 3 \cdot \frac{1}{3} + 12 \cdot \frac{-1}{2} = -5 \end{cases} \begin{cases} 1+1=2 \\ 1-6=-5 \end{cases}$$

$$d. \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 10x - 5y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 1 + y \\ 2x = 1 + y \end{cases} \begin{cases} x = \frac{1+y}{2} \\ x = \frac{1+y}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1+y}{2} = \frac{1+y}{2} \rightarrow \text{Infinitas soluciones.}$$

$$e. \begin{cases} -8x + 6y = -1 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y = -1 + 8x \\ -3y = 2 - 4x \end{cases} \begin{cases} y = \frac{-1+8x}{6} \\ y = \frac{-2+4x}{3} \end{cases}$$

$$\frac{-1+8x}{6} = \frac{4x-2}{3}; (-1+8x) \cdot 3 = 6(4x-2); -3+24x = 24x-12; 0x = -9$$

No tiene solución.

$$f. \begin{cases} 3x - 3 = y \\ x = 6 + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{y+3}{2} \\ x = 6 + 2y \end{cases}$$

$$6 + 2y = \frac{y+3}{2}; (6+2y) \cdot 2 = y+3; 12+4y = y+3; 5y = -9; y = -3$$

$$x = 6 + 2(-3) = 0$$

Solución (0, -3)

Comprobación

$$\begin{cases} 3 \cdot 0 - 3 = -3 \\ 0 = 6 + 2(-3) \end{cases}; \begin{cases} 0 - 3 = -3 \\ 0 = 6 - 6 \end{cases}$$

44 Corrige el error cometido al resolver este sistema por el método de igualación. Resuélvelo correctamente.

$$\begin{cases} 3x + 5y = -2 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{-2-5y}{3} \\ x = \frac{6+2y}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{-2-5y}{3} = \frac{6+2y}{4}$$

$$(-2 - 5y) \cdot 4 = (6 + 2y) \cdot 3; -8 - 20y = 18 + 6y; -26y = 26; y = -1$$

$$x = \frac{6 + 2 \cdot (-1)}{4} = \frac{6 - 2}{4} = 1$$

Solución (1, -1).

Comprobación

$$\begin{cases} 31 + 5 \cdot (-1) = -2 \\ 41 - 2 \cdot (-1) = 6 \end{cases}, \begin{cases} 3 - 5 = -2 \\ 4 + 2 = 6 \end{cases}$$

45 Soluciona estos sistemas de ecuaciones por el método de reducción:

a. $\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2 \cdot (3x + 7y = 5) \\ -3(2x + 4y = 6) \end{cases}; + \begin{cases} 6x + 14y = 10 \\ -6x - 12y = -18 \end{cases}; 2y = -8; y = -4$$

$$3x + 7 \cdot (-4) = 5; 3x - 28 = 5; 3x = 33; x = 11$$

Solución (11, -4)

Comprobación

$$\begin{cases} 3 \cdot 11 + 7 \cdot (-4) = 5 \\ 2 \cdot 11 + 4 \cdot (-4) = 6 \end{cases}, \begin{cases} 33 - 28 = 5 \\ 22 - 16 = 6 \end{cases}$$

b. $\begin{cases} 9x - 3y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 9x - 3y = 5 \\ (-3)(3x - y = 2) \end{cases}; + \begin{cases} 9x - 3y = 5 \\ -9x + 3y = -6 \end{cases}; 0x - 0y = -1$$

No tiene solución.

c. $\begin{cases} -3x + 4y = -1 \\ 5 = 6x + 4y \end{cases}$

$$+ \begin{cases} -3x + 4y = -1 \\ -6x - 4y = -5 \end{cases}; -9x = -6; x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$-3 \cdot \frac{2}{3} + 4y = -1; -2 + 4y = -1; 4y = 1; y = \frac{1}{4}$$

Solución $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$

Comprobación

$$\begin{aligned} -3\frac{2}{3} + 4\frac{1}{4} &= -1 & -2 + 1 &= -1 \\ -6\frac{2}{3} - 4\frac{1}{4} &= -5 & -4 - 1 &= -5 \end{aligned}$$

$$\text{d. } \begin{cases} 2x - 6y = 0 \\ -3x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(2x - 6y = 0) \\ 2(-3x + 4y = 0) \end{cases} ; + \begin{cases} 6x - 18y = 0 \\ -6x + 8y = 0 \end{cases} ; -10y = 0 ; y = 0$$

$$2x - 6 \cdot 0 = 0 ; 2x - 0 = 0 ; 2x = 0 ; x = 0$$

Solución (0 , 0)

Comprobación

$$\begin{cases} 2 \cdot 0 - 6 \cdot 0 = 0 \\ -3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 0 \end{cases}$$

$$\text{e. } \begin{cases} -4x - 2y = 14 \\ 5y = -23 - 4x \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} -4x - 2y = 14 \\ +4x + 5y = -23 \end{cases} ; 3y = -9 ; y = -3$$

$$-4x - 2(-3) = 14 ; -4x + 6 = 14 ; -4x = 8 ; x = -2$$

Solución (-2 , -3)

Comprobación

$$\begin{cases} -4(-2) - 2(-3) = 14 \\ 5(-3) = -23 - 4(-2) \end{cases} ; \begin{cases} 8 + 6 = 14 \\ -15 = -23 + 8 \end{cases}$$

$$\text{f. } \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 6x - 12y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-6)(x - 2y = 1) \\ 6x - 12y = 6 \end{cases} ; + \begin{cases} -6x + 12y = -6 \\ 6x - 12y = 6 \end{cases} ; 0x + 0y = 0$$

Infinitas soluciones.

- 46 Corrige el error cometido al resolver este sistema por el método de reducción. Resuélvelo correctamente.

$$\begin{cases} 2(5x - 3y = -1) \\ (-5)(2x - 5y = -11) \end{cases}; + \begin{cases} 10x - 6y = -2 \\ -10x + 25y = 55 \end{cases}; 19y = 53; y = \frac{53}{19}$$

$$5x - 3 \cdot \frac{53}{19} = -1; 5x - \frac{159}{19} = -1; 5x = -1 + \frac{159}{19}; 5x = \frac{-19 + 159}{19}; 5x = \frac{140}{19};$$

$$x = \frac{140}{19} : 5 = \frac{28}{19}$$

$$\text{Solución } \left(\frac{28}{19}, \frac{53}{19} \right)$$

Comprobación

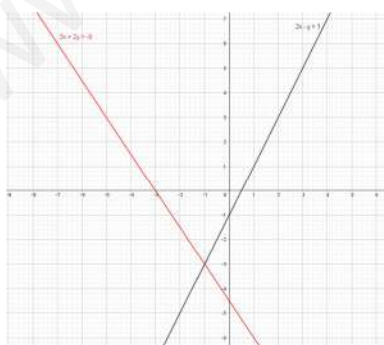
$$\begin{cases} 5 \cdot \frac{28}{19} - 3 \cdot \frac{53}{19} = -1 \\ 2 \cdot \frac{28}{19} - 5 \cdot \frac{53}{19} = -11 \end{cases}; \begin{cases} \frac{140}{19} - \frac{159}{19} = -1 \\ \frac{56}{19} - \frac{265}{19} = -11 \end{cases}$$

- 47 Resuelve el sistema $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = -9 \end{cases}$

a. Por el método gráfico.

x	-1	0	1
$y = 2x - 1$	-3	-1	1

x	1	0	-1
$y = \frac{-9 - 3x}{2}$	-3	$-\frac{9}{2}$	-6



Solución $(-1, -3)$.

b. Por los tres métodos algebraicos.

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = -9 \end{cases}$$

SUSTITUCIÓN

$$y = 2x - 1;$$

$$3x + 2 \cdot (2x - 1) = -9; 3x + 4x - 2 = -9; 7x = -7; x = -1$$

$$y = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$$

IGUALACIÓN

$$y = 2x - 1; y = \frac{-9 - 3x}{2}$$

$$2x - 1 = \frac{-9 - 3x}{2}; (2x - 1) \cdot 2 = -9 - 3x; 4x - 2 = -9 - 3x; 7x = -7; x = -1$$

$$y = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$$

REDUCCIÓN

$$\begin{cases} 2 \cdot (2x - y = 1) \\ 3x + 2y = -9 \end{cases} + \begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ 3x + 2y = -9 \end{cases}; 7x = -7; x = -1; y = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$$

48 Elige el método más adecuado para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

a.
$$\begin{cases} x - 4y + 5 = 2y + 3x - 3 \\ 6x = 1 + 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 4y - 2y - 3x = -3 - 5 \\ 6x = 1 + 5y \end{cases}; + \begin{cases} 3(-2x - 6y = -8) \\ 6x - 5y = 1 \end{cases}; + \begin{cases} -6x - 18y = -24 \\ 6x - 5y = 1 \end{cases};$$

$$-23y = -23; y = 1$$

$$6x = 1 + 5 \cdot 1; 6x = 6; x = 1$$

Solución (1, 1)

Comprobación

$$\begin{cases} -2 \cdot 1 - 6 \cdot 1 = -8 \\ 6 \cdot 1 - 5 \cdot 1 = 1 \end{cases}; \begin{cases} -2 - 6 = -8 \\ 6 - 5 = 1 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 2,8x - 1,7y = 8,9 \\ 3,2 \cdot (x - 3y) = -12,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2,8x - 1,7y = 8,9 \\ 3,2x - 9,6y = -12,8 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{8,9 + 1,7y}{2,8} \\ x = \frac{-12,8 + 9,6y}{3,2} \end{cases}$$

$$\frac{8,9 + 1,7y}{2,8} = \frac{-12,8 + 9,6y}{3,2}; (8,9 + 1,7y) \cdot 3,2 = (-12,8 + 9,6y) \cdot 2,8;$$

$$28,48 + 5,44y = -35,84 + 26,88y; -21,44y = 64,32; y = 3$$

$$x = \frac{-12,8 + 9,6 \cdot 3}{3,2} = 5$$

Solución (5, 3)

Comprobación

$$\begin{cases} 2,8 \cdot 5 - 1,7 \cdot 3 = 8,9 \\ 3,2 \cdot 5 - 9,6 \cdot 3 = -12,8 \end{cases}; \begin{cases} 14 - 5,1 = 8,9 \\ 16 - 28,8 = -12,8 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} 2x + \frac{y}{4} = 5 \\ -3 \cdot (x - 1) + 13 = 2 \cdot (y + 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{8x+y}{4} = \frac{20}{4} \\ -3x+3+13=2y+2 \end{cases}; \begin{cases} 2 \cdot (8x+y=20) \\ -3x-2y=-14 \end{cases}; + \begin{cases} 16x+2y=40 \\ -3x-2y=-14 \end{cases}; 13x=26; x=2$$

$$8 \cdot 2 + y = 20; y = 20 - 16; y = 4$$

Solución (2 , 4)

Comprobación

$$\begin{cases} 8 \cdot 2 + 4 = 20 \\ -3 \cdot 2 - 2 \cdot 4 = -14 \end{cases}; \begin{cases} 16 + 4 = 20 \\ -6 - 8 = -14 \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} -\frac{2x}{3} + \frac{y}{2} = -5 \\ \frac{x}{2} + \frac{5y}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{-4x+3y}{6} = \frac{-30}{6} \\ \frac{2x+5y}{4} = \frac{2}{4} \end{cases}; \begin{cases} -4x+3y=-30 \\ 2 \cdot (2x+5y=2) \end{cases}; + \begin{cases} -4x+3y=-30 \\ 4x+10y=4 \end{cases}; 13y=-26; y=-2$$

$$-4x + 3(-2) = -30; -4x - 6 = -30; -4x = -24; x = 6$$

Solución (6 , -2)

Comprobación

$$\begin{cases} -4 \cdot 6 + 3(-2) = -30 \\ 2 \cdot 6 + 5(-2) = 2 \end{cases}; \begin{cases} -24 - 6 = -30 \\ 12 - 10 = 2 \end{cases}$$

$$\text{e. } \begin{cases} \frac{x+y}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{1}{3} \\ \frac{4x}{5} - \frac{3(x-2y)}{2} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5x+5y+6x}{15} = \frac{5}{15} \\ \frac{8x-15x+30y}{10} = \frac{30}{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11x+5y=5 \\ -7x+30y=30 \end{cases}$$

$$x = \frac{5-5y}{11}$$

$$-7 \cdot \left(\frac{5-5y}{11} \right) + 30y = 30; \frac{-35+35y}{11} + 30y = 30; \frac{-35+35y+330y}{11} = \frac{330}{11};$$

$$-35+35y+330y=330; 365y=365; y=1$$

$$x = \frac{5-5y}{11} = \frac{5-5 \cdot 1}{11} = 0$$

Solución (0, 1)

Comprobación

$$\begin{cases} 11 \cdot 0 + 5 \cdot 1 = 5 \\ -7 \cdot 0 + 30 \cdot 1 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 + 5 = 5 \\ 0 + 30 = 30 \end{cases}$$

$$\text{f. } \begin{cases} 2 \cdot \left(3x - \frac{y}{2} \right) = \frac{1}{4} \\ 7 + \frac{1}{2}y = 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - \frac{2y}{2} = \frac{1}{4} \\ 2 \cdot \left(-3x + \frac{1}{2}y = -7 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - y = \frac{1}{4} \\ -6x + y = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - y = \frac{1}{4} \\ 0x + 0y = \frac{-55}{4} \end{cases} \text{ No tiene solución real.}$$

SOLUCIONES PÁGINA 117

- 49** Por 6 refrescos y 3 bocadillos, varios amigos pagan 18 € en una cafetería. A la semana siguiente, pagan 22,20 € en el mismo establecimiento por 7 refrescos y 4 bocadillos. ¿Cuánto cuesta un refresco y un bocadillo?

Precio refresco: x

Precio bocadillo: y

$$\begin{cases} 4(6x + 3y = 18) \\ (-3)(7x + 4y = 22,20) \end{cases} ; + \begin{cases} 24x + 12y = 72 \\ -21x - 12y = -66,6 \end{cases} ; 3x = 5,4; x = 1,8$$

$$61,8 + 3y = 18; 10,8 + 3y = 18; 3y = 7,2; y = 2,4$$

Entonces, el refresco cuesta 1,8 € y el bocadillo 2,4 €.

Comprobación

$$\begin{cases} 61,8 + 3 \cdot 2,4 = 18 \\ (7 \cdot 1,8 + 4 \cdot 2,4 = 22,20) \end{cases} ; \begin{cases} 10,8 + 7,2 = 18 \\ 12,6 + 9,6 = 22,20 \end{cases}$$

- 50** Juan tiene 15 años más que Antonio. Dentro de 10 años, Juan tendrá el doble de edad que Antonio. ¿Cuántos años tienen los dos amigos?

EDADES	Antonio	Juan
Edad actual	x	$y = x + 15$ Juan tiene 15 años más que Antonio
Edad dentro de 10 años	$x + 10$	$y + 10 = 2 \cdot (x + 10)$ Juan tendrá el doble de la edad de Antonio

$$\begin{cases} y = x + 15 \\ y + 10 = 2 \cdot (x + 10) \end{cases}$$

Por sustitución: $x + 15 + 10 = 2x + 20; x = 5$

Edad de Antonio: 5

Edad Juan: $x + 15 = 5 + 15 = 20$

Dentro de 10 años

Antonio: 15

Juan: 30. Doble de la edad de Antonio.

Comprobación

$$\begin{cases} 20 = 5 + 15 \\ 20 + 10 = 2 \cdot (5 + 10) \end{cases}$$

- 51 La suma de dos números es 65, y su diferencia 11. ¿Cuáles son dichos números?**

Primer número: x

Segundo número: y

$$\begin{cases} x + y = 65 \\ x - y = 11 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x = 65 - y$$

$$65 - y - y = 11; -2y = -54; y = 27$$

$$x = 65 - 27 = 38$$

Comprobación

$$\begin{cases} 38 + 27 = 65 \\ 38 - 27 = 11 \end{cases}$$

- 52 Dos números suman 40. Si el menor se divide entre 4, y el mayor, entre 3, los números obtenidos se diferencian en -4 . Halla dichos números.**

Primer número y menor: x

Segundo número y mayor: y

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{3} - 4 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x = 40 - y$$

$$\frac{40 - y}{4} = \frac{y}{3} - 4; \frac{120 - 3y}{12} = \frac{4y - 48}{12}; 120 - 3y = 4y - 48; 7y = 168; y = 24$$

$$x = 40 - y = 40 - 24 = 16$$

Primer número y menor: $x = 16$

Segundo número y mayor: $y = 24$

Comprobación

$$\begin{cases} 16 + 24 = 40 \\ \frac{16}{4} = \frac{24}{3} - 4 \end{cases}$$

- 53 En un aparcamiento público hay 235 vehículos entre coches y motos. Si en total suman 718 ruedas, ¿cuántos vehículos hay de cada tipo?**

Número de coches: x

Número de motos: y

$$\begin{cases} x + y = 235 \\ 4x + 2y = 718 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x = 235 - y$$

$$4(235 - y) + 2y = 718; 940 - 4y + 2y = 718; -2y = -222; y = 111$$

$$x = 235 - y = 235 - 111 = 124$$

Número de coches: $x = 124$

Número de motos: $y = 111$

Comprobación

$$\begin{cases} 124 + 111 = 235 \\ 4 \cdot 124 + 2 \cdot 111 = 718 \end{cases} ; \begin{cases} 124 + 111 = 235 \\ 496 + 222 = 718 \end{cases}$$

- 54 Dentro de 8 años la edad de su madre será el doble que la de Susana, pero hace 3 años la edad de Susana era la tercera parte de la de su madre. ¿Cuál es la edad de madre e hija?**

Edad Susana: x

Edad madre: y

EDADES	Susana	Madre
Dentro de 8 años	$x + 8$	$y + 8 = 2 \cdot (x + 8)$
Hace 3 años	$x - 3$	$y - 3 = 3 \cdot (x - 3)$

Resolvemos por igualación:

$$\begin{cases} y + 8 = 2 \cdot (x + 8) \\ y - 3 = 3 \cdot (x - 3) \end{cases} ; \begin{cases} y + 8 = 2x + 16 \\ y - 3 = 3x - 9 \end{cases} ; \begin{cases} y = 2x + 8 \\ y = 3x - 6 \end{cases}$$

$$2x + 8 = 3x - 6; x = 14$$

$$y = 3x - 6 = 3 \cdot 14 - 6 = 42 - 6 = 36$$

Edad Susana: $x = 14$

Edad madre: $y = 36$

Comprobación

$$\begin{cases} 36 = 2 \cdot 14 + 8 \\ 36 = 3 \cdot 14 - 6 \end{cases} ; \begin{cases} 36 = 28 + 8 \\ 36 = 42 - 6 \end{cases}$$

- 55 Herminio ha pagado un libro electrónico que cuesta 175 € con billetes de 5 € y de 10 €. Si pagó con 22 billetes, ¿cuántos billetes había de 5 € y cuántos de 10 €?**

Número de billetes de 5 € = x

Número de billetes de 10 € = y

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 5x + 10y = 175 \end{cases}$$

$$x = 22 - y$$

$$5(22 - y) + 10y = 175; 110 - 5y + 10y = 175; 5y = 65; y = 13$$

$$x = 22 - y = 22 - 13 = 9$$

Número de billetes de 5 € = $x = 9$

Número de billetes de 10 € = $y = 13$

Comprobación

$$\begin{cases} 9 + 13 = 22 \\ 5 \cdot 9 + 10 \cdot 13 = 175 \end{cases}; \begin{cases} 9 + 13 = 22 \\ 45 + 130 = 175 \end{cases}$$

- 56 Una empresa que se dedica a la cría de camellos y dromedarios acoge en sus instalaciones 182 cabezas y 286 jorobas; ¿cuántos animales tiene de cada tipo?**

Número de camellos = x

Número de dromedarios = y

$$\begin{cases} x + y = 182 \\ 2x + y = 286 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x = 182 - y$$

$$2(182 - y) + y = 286; 364 - 2y + y = 286; y = 78$$

$$x = 182 - y = 182 - 78 = 104$$

Número de camellos = $x = 104$

Número de dromedarios = $y = 78$

Comprobación

$$\begin{cases} 104 + 78 = 182 \\ 2 \cdot 104 + 78 = 286 \end{cases}; \begin{cases} 104 + 78 = 182 \\ 208 + 78 = 286 \end{cases}$$

- 57 La suma de las dos cifras de un número es 15. Hállalo teniendo en cuenta que la cifra de las decenas es igual a las $\frac{2}{3}$ partes de la cifra de las unidades.**

Cifra unidades = x

Cifra decenas = y

$$\begin{cases} x + y = 15; y = 15 - x \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:

$$15 - x = \frac{2}{3}x; (15 - x) \cdot 3 = 2x; 45 - 3x = 2x; 5x = 45; x = 9$$

$$y = 15 - x = 15 - 9 = 6$$

Cifra unidades = $x = 9$

Cifra decenas = $y = 6$

El número es el 69.

Comprobación

$$\begin{cases} 9 + 6 = 15 \\ 6 = \frac{2 \cdot 9}{3} \end{cases}$$

- 58 Carmen pagó 49 € por un pantalón y un jersey. En rebajas, su amiga Pilar ha pagado por el pantalón un 20 % menos y por el jersey un 30 % menos, con lo que le ha costado en total 37,10 €. ¿Cuál era el precio del pantalón y del jersey antes de las rebajas?**

Precio del pantalón = x

Precio del jersey = y

$$\begin{cases} x + y = 49 \\ x - \frac{20x}{100} + y - \frac{30y}{100} = 37,10 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x = 49 - y$$

$$49 - y - \frac{20(49 - y)}{100} + y - \frac{30y}{100} = 37,10$$

$$\frac{4900 - 100y - 980 + 20y + 100y - 30y}{100} = \frac{3710}{100};$$

$$4900 - 100y - 980 + 20y + 100y - 30y = 3710; -10y = -210; y = 21$$

$$x = 49 - y = 49 - 21 = 28$$

Precio del pantalón = $x = 28$ €

Precio del jersey = $y = 21$ €

Comprobación

$$\begin{cases} 28 + 21 = 49 \\ 28 - \frac{20 \cdot 28}{100} + 21 - \frac{30 \cdot 21}{100} = 37,10 \end{cases}; \begin{cases} 28 + 21 = 49 \\ 28 - 5,6 + 21 - 6,3 = 37,10 \end{cases}$$

- 59 Edu ha pagado en total 6,4 € por 4 kg de naranjas y 5 kg de manzanas. La semana pasada pagó 5 € por 3 kg de naranjas y 4 kg de manzanas. ¿A cuánto están el kilo de naranjas y el de manzanas?**

Precio kilo de naranjas = x

Precio kilo de manzanas = y

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} 3(4x + 5y = 6,4) \\ (-4)(3x + 4y = 5) \end{cases}; + \begin{cases} 12x + 15y = 19,2 \\ -12x - 16y = -20 \end{cases}; y = 0,8$$

$$4x + 5 \cdot 0,8 = 6,4; 4x + 4 = 6,4; 4x = 2,4; x = 0,6$$

Precio kilo de naranjas = $x = 0,6$ €

Precio kilo de manzanas = $y = 0,8$ €

Comprobación

$$\begin{cases} 4 \cdot 0,6 + 5 \cdot 0,8 = 6,4 \\ 3 \cdot 0,6 + 4 \cdot 0,8 = 5 \end{cases}; \begin{cases} 2,4 + 4 = 6,4 \\ 1,8 + 3,2 = 5 \end{cases}$$

60 Halla dos números cuyo cociente vale 3 y cuya diferencia es 8.Primer número: x Segundo número: y

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ x - y = 8 \end{cases}; \begin{cases} x = 3y \\ x = 8 + y \end{cases};$$

Resolvemos por igualación:

$$3y = 8 + y; 2y = 8; y = 4$$

$$x = 3 \cdot 4 = 12$$

Primer número: $x = 12$ Segundo número: $y = 4$ **Comprobación**

$$\begin{cases} \frac{12}{4} = 3 \\ 12 - 4 = 8 \end{cases}$$

61 Si María regala a David 5 cromos de su colección, tendrá el triple de cromos que él. Si David le da 1 cromo a María, tendrá la novena parte que ella. ¿Cuántos cromos tiene cada uno?Cromos que tiene María: x Cromos que tiene David: y

$$\begin{cases} x - 5 = 3(y + 5) \\ x + 1 = 9(y - 1) \end{cases}; \begin{cases} x - 5 = 3y + 15 \\ x + 1 = 9y - 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 3y + 20 \\ x = 9y - 10 \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:

$$3y + 20 = 9y - 10; -6y = -30; y = 5$$

$$x = 3y + 20 = 3 \cdot 5 + 20 = 35$$

Cromos que tiene María: $x = 35$ Cromos que tiene David: $y = 5$ **Comprobación**

$$\begin{cases} 35 - 5 = 3(5 + 5) \\ 35 + 1 = 9(5 - 1) \end{cases}; \begin{cases} 30 = 3 \cdot 10 \\ 36 = 9 \cdot 4 \end{cases}$$

- 62 El perímetro de un rectángulo es de 42 cm. Si la altura mide 5 cm menos que la base, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?**

Medida de la altura: x

Medida de la base: y

$$\begin{cases} 2x + 2y = 42 \\ x = y - 5 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$2 \cdot (y - 5) + 2y = 42; 2y - 10 + 2y = 42; 4y = 52; y = 13$$

$$x = y - 5 = 13 - 5 = 8$$

Medida de la altura: $x = 8$

Medida de la base: $y = 13$

Comprobación

$$\begin{cases} 2 \cdot 8 + 2 \cdot 13 = 42 \\ 8 = 13 - 5 \end{cases}; \begin{cases} 16 + 26 = 42 \\ 8 = 13 - 5 \end{cases}$$

- 63 Un examen de Biología consta de 25 preguntas tipo test. Los aciertos suman 0,4 puntos, mientras que los fallos restan 0,2 puntos. Si Andrea ha contestado a todas las preguntas y ha sacado un 6,4, ¿cuántos aciertos y fallos ha tenido?**

Número de aciertos: x

Número de fallos: y

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 0,4x - 0,2y = 6,4 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x = 25 - y$$

$$0,4(25 - y) - 0,2y = 6,4; 10 - 0,4y - 0,2y = 6,4; -0,6y = -3,6; y = 6$$

$$x = 25 - y = 25 - 6 = 19$$

Número de aciertos: $x = 19$

Número de fallos: $y = 6$

Comprobación

$$\begin{cases} 19 + 6 = 25 \\ 0,4 \cdot 19 - 0,2 \cdot 6 = 6,4 \end{cases}; \begin{cases} 19 + 6 = 25 \\ 7,6 - 1,2 = 6,4 \end{cases}$$

- 64 Un pintor mezcla dos tipos de pintura, una de 3,50 €/kg y otra de 1,50 €/kg, para elaborar una mezcla de 2,50 €/kg. ¿Cuántos kilos necesita de cada tipo si quiere obtener 50 kg de mezcla?**

Kilos de pintura A: x

Kilos de pintura B: y

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3,50x + 1,50y = 50 \cdot 2,50 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x = 50 - y$$

$$3,50(50 - y) + 1,50y = 50 \cdot 2,50; 175 - 3,50y + 1,50y = 125; -2y = -50; y = 25$$

$$x = 50 - y = 50 - 25 = 25$$

Kilos de pintura A: $x = 25$

Kilos de pintura B: $y = 25$

Comprobación

$$\begin{cases} 25 + 25 = 50 \\ 3,50 \cdot 25 + 1,50 \cdot 25 = 50 \cdot 2,50 \end{cases}; \begin{cases} 25 + 25 = 50 \\ 87,5 + 37,5 = 125 \end{cases}$$

- 65 En una granja hay 98 animales entre gallinas y conejos. Si suman un total de 268 patas, ¿cuántos animales hay de cada tipo?**

Número de gallinas: x

Número de conejos: y

$$\begin{cases} x + y = 98 \\ 2x + 4y = 268 \end{cases}; \begin{cases} x = 98 - y \\ x = \frac{268 - 4y}{2} \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:

$$98 - y = \frac{268 - 4y}{2}; (98 - y) \cdot 2 = 268 - 4y; 196 - 2y = 268 - 4y; 2y = 72; y = 36$$

$$x = 98 - y = 98 - 36 = 62$$

Número de gallinas: $x = 62$

Número de conejos: $y = 36$

Comprobación

$$\begin{cases} 62 + 36 = 98 \\ 2 \cdot 62 + 4 \cdot 36 = 268 \end{cases}; \begin{cases} 62 + 36 = 98 \\ 124 + 144 = 268 \end{cases}$$

- 66 Sergio y Mario han hecho un trabajo por el que han cobrado 840 €. Si Mario ha trabajado el triple de horas que Sergio, ¿cuánto debe cobrar cada uno?**

Cobra Mario: x

Cobra Sergio: y

$$\begin{cases} x + y = 840 \\ x = 3y \end{cases}; \begin{cases} x = 840 - y \\ x = 3y \end{cases}$$

$$840 - y = 3y; 4y = 840; y = 210$$

$$x = 3y = 3 \cdot 210 = 630$$

Cobra Mario: $x = 630$ €

Cobra Sergio: $y = 210$ €

Comprobación

$$\begin{cases} 630 + 210 = 840 \\ 630 = 3 \cdot 210 \end{cases}$$

- 67 Por la compra de 3 libros cuyo precio es el mismo, y 2 CD, ambos al mismo precio, Ana ha pagado 75 €. Si un libro cuesta 5 € más que un CD, ¿cuál es el precio de un libro? ¿Y el de un CD?**

Precio del libro: x

Precio del CD: y

$$\begin{cases} 3x + 2y = 75 \\ x = 5 + y \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{75 - 2y}{3} \\ x = 5 + y \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:

$$\frac{75 - 2y}{3} = 5 + y; 75 - 2y = (5 + y) \cdot 3; 75 - 2y = 15 + 3y; 5y = 60; y = 12$$

$$x = 5 + y = 5 + 12 = 17$$

Precio del libro: $x = 17$

Precio del CD: $y = 12$

Comprobación

$$\begin{cases} 3 \cdot 17 + 2 \cdot 12 = 75 \\ 17 = 5 + 12 \end{cases}; \begin{cases} 51 + 24 = 75 \\ 17 = 5 + 12 \end{cases}$$

- 68 La suma de las edades de un padre y su hijo es de 34 años. Dentro de 7 años, la edad del padre será el triple que la del hijo; ¿cuántos años tienen ambos actualmente?**

Edad del padre: x

Edad del hijo: y

EDADES	Padre	Hijo
$x + y = 34$	x	y
Dentro de 7 años	$x + 7$	$(y + 7) \cdot 3 = x + 7$

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} x + y = 34 \\ (y + 7) \cdot 3 = x + 7 \end{cases}; \begin{cases} x + y = 34 \\ 3y + 21 = x + 7 \end{cases}; + \begin{cases} x + y = 34 \\ -x + 3y = -14 \end{cases} : 4y = 20; y = 5$$

$$x = 34 - y = 34 - 5 = 29$$

Edad del padre: $x = 29$

Edad del hijo: $y = 5$

Comprobación

$$\begin{cases} 29+5=34 \\ -29+35=-14 \end{cases}$$

- 69 El perímetro de un triángulo isósceles es de 30 cm. Si el lado desigual mide 3 cm menos que los lados iguales, ¿qué longitud tienen los lados del triángulo?**

Lado a = x

Lado b = y = x - 3

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ 30 = y + 2x \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$30 = x - 3 + 2x; 33 = 3x; x = 11$$

$$y = x - 3 = 11 - 3 = 8$$

Lado a = x = 11

Lado b = y = x - 3 = 8

Comprobación

$$\begin{cases} 8 = 11 - 3 \\ 30 = 8 + 2 \cdot 11 \end{cases}$$

- 70 Para pintar un edificio se han mezclado dos tipos de pintura: una de 4 €/kg y otra de 6,50 €/kg. Si se necesitan 120 kg de mezcla y el precio del kilo de mezcla es de 5 €, ¿cuántos kilos de cada tipo de pintura se necesitan para elaborar la mezcla?**

Kilos de pintura A: x

Kilos de pintura B: y

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 4x + 6,50y = 120 \cdot 5 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x = 120 - y$$

$$4 \cdot (120 - y) + 6,50y = 600; 480 - 4y + 6,50y = 600; 2,50y = 120; y = 48$$

$$x = 120 - y = 120 - 48 = 72$$

Kilos de pintura A: x = 72 kg

Kilos de pintura B: y = 48 kg

Comprobación

$$\begin{cases} 72 + 48 = 120 \\ 4 \cdot 72 + 6,50 \cdot 48 = 600 \end{cases}; \begin{cases} 72 + 48 = 120 \\ 288 + 312 = 600 \end{cases}$$

- 71** Visita esta página de Internet y realiza las actividades propuestas:
<http://conteni2.educarex.es/mats/11994/contenido/>
Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁGINA 119

- 1** ¿Cuántas soluciones puede tener una ecuación de segundo grado completa? ¿De qué depende?

Puede tener 1, 2 o ninguna solución. El número de soluciones depende del valor del discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$.

- 2** ¿Cómo se resuelve una ecuación de segundo grado sin término independiente?

Sacando factor común e igualando los dos factores a 0.

- 3** ¿Puede un sistema de ecuaciones lineales tener dos soluciones? Razona tu respuesta.

No. Puede tener una solución formada por los dos valores de sus variables o tener infinitas soluciones.

- 4** ¿Cómo son los coeficientes de un sistema de ecuaciones con infinitas soluciones? ¿Y si no tiene solución?

Si tiene infinitas soluciones, los coeficientes son proporcionales. Si no tiene solución, los coeficientes de las dos variables son proporcionales, pero no lo son los coeficientes del término independiente.

- 5** ¿Es (0 , 0) solución de un sistema que tenga los dos términos independientes iguales a 0? Justifica tu respuesta.

Sí, pues la suma y el producto por 0 siempre dan 0.

- 6** Realiza una presentación a tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Glogster...

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁGINA 120

ECUACIONES. SOLUCIONES Y ECUACIONES EQUIVALENTES

1 Comprueba si $x = 3$ es solución de alguna de las siguientes ecuaciones:

a. $2 \cdot (5 - x) = 3 \cdot (1 - 4x)$

$$2 \cdot (5 - 3) = 3 \cdot (1 - 4 \cdot 3); 4 \neq -33. \text{ No es solución.}$$

b. $x^2 - 2x + 6 = 3x \cdot (x - 2)$

$$3^2 - 2 \cdot 3 + 6 = 3 \cdot 3 \cdot (3 - 2); 9 - 6 + 6 = 9; 9 = 9. \text{ Sí es solución.}$$

c. $(x - 1) \cdot (x^3 - 22) = 10$

$$(3 - 1) \cdot (3^3 - 22) = 10; 2 \cdot 5 = 10. \text{ Sí es solución.}$$

d. $\frac{3x}{2} - 5 = 4x - \frac{4x - 3}{3}$

$$\frac{3 \cdot 3}{2} - 5 = 4 \cdot 3 - \frac{4 \cdot 3 - 3}{3}; \frac{9}{2} - 5 = 12 - 3; \frac{9 - 10}{2} = 12 - 3; \frac{-1}{2} \neq 9. \text{ No es solución.}$$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

2 Resuelve las ecuaciones propuestas y comprueba tus soluciones con Wiris.

a. $2 \cdot (5x - 1) - 3 \cdot (x + 1) = 2x + 5 - 4x$

$$10x - 2 - 3x - 3 = 2x + 5 - 4x; 10x - 3x - 2x + 4x = +5 + 2 + 3; 9x = 10; x = \frac{10}{9}$$

b. $-4 \cdot (x - 6) + 7x - 2 = 8 - 3x + 11$

$$-4x + 24 + 7x - 2 = 8 - 3x + 11; -4x + 7x + 3x = 8 + 11 - 24 + 2; 6x = -3; x = -\frac{1}{2}$$

c. $x + 2 \cdot (4x - 3) = -(2 + x) + 10x$

$$x + 8x - 6 = -2 - x + 10x; x + 8x + x - 10x = -2 + 6; 0x = 4. \text{ No tiene solución.}$$

d. $5 \cdot (2 + 2x) = -3 \cdot (2x + 1 - 5x) - 3x + 7$

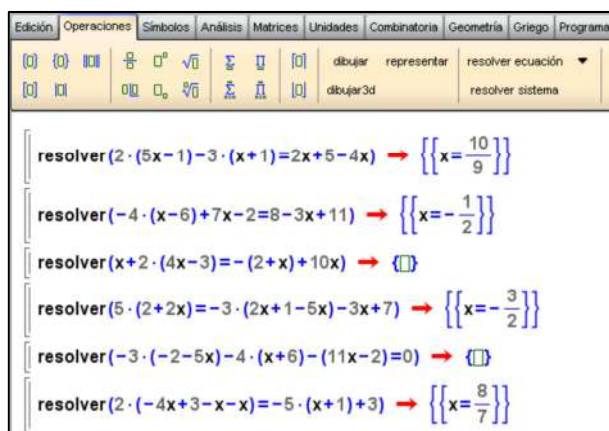
$$10 + 10x = 9x - 3 - 3x + 7; 10x - 9x + 3x = -3 + 7 - 10; +4x = -6; x = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

e. $-3 \cdot (-2 - 5x) - 4 \cdot (x + 6) - (11x - 2) = 0$

$$6 + 15x - 4x - 24 - 11x + 2 = 0; -16 + 0x = 0; 0x = 16. \text{ No tiene solución.}$$

f. $2 \cdot (-4x + 3 - x - x) = -5 \cdot (x + 1) + 3$

$$-12x + 6 = -5x - 5 + 3; -12x + 5x = -5 + 3 - 6; -7x = -8; x = \frac{8}{7}$$



3 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $4 - \frac{2x}{5} - \frac{3}{10} = -x + 1$

$$\frac{40 - 4x - 3}{10} = \frac{-10x + 10}{10}; 40 - 4x - 3 = -10x + 10; 6x = -27; x = \frac{-27}{6} = \frac{-9}{2}$$

b. $\frac{5}{2} - \frac{7x}{6} + \frac{3x}{4} = \frac{9}{8} - \frac{4x}{3}$

$$\frac{60 - 28x + 18x}{24} = \frac{27 - 32x}{24}; 60 - 28x + 18x = 27 - 32x; 32x = -33; x = \frac{-33}{32} = \frac{-3}{2}$$

c. $x - 3 + 2x = \frac{-5x}{4} - \frac{7}{12}$

$$\frac{12x - 36 + 24x}{12} = \frac{-15x - 7}{12}; 12x - 36 + 24x = -15x - 7; 51x = 29; x = \frac{29}{51}$$

d. $\frac{3}{2} - \frac{x+4}{15} = -x - \frac{2x-1}{12}$

$$\frac{90 - 4x - 16}{60} = \frac{-60x - 10x + 5}{60}; 90 - 4x - 16 = -60x - 10x + 5; 66x = -69;$$

$$x = \frac{-69}{66} = \frac{-23}{22}$$

e. $1 + \frac{-x-6}{12} = 3 - \frac{4-5x}{28}$

$$\frac{84 - 7x - 42}{84} = \frac{252 - 12 + 15x}{84}; 84 - 7x - 42 = 252 - 12 + 15x; -22x = 198;$$

$$x = \frac{198}{-22} = -9$$

$$f. \frac{-2x+3}{21} + \frac{x}{7} = \frac{3x+2}{14}$$

$$\frac{-4x+6+6x}{42} = \frac{9x+6}{42}; -4x+6+6x = 9x+6; -7x=0; x=0$$

4 Encuentra la solución de las siguientes ecuaciones:

$$a. \frac{4 \cdot (-x+3)}{5} = \frac{2 \cdot (1-4x)}{4}$$

$$4 \cdot (-x+3) \cdot 4 = 2 \cdot (1-4x) \cdot 5; -16x+48=10-40x; 24x=-38;$$

$$x = \frac{-38}{24} = \frac{-19}{12}$$

$$b. \frac{3 \cdot (5x-7)}{12} - 4 = \frac{2 \cdot (2x-3)}{3} - \frac{4}{9}$$

$$\frac{3 \cdot (15x-21) - 144}{36} = \frac{12 \cdot (4x-6) - 16}{36}; 3 \cdot (15x-21) - 144 = 12 \cdot (4x-6) - 16;$$

$$45x - 63 - 144 = 48x - 72 - 16; -3x = 119; x = \frac{119}{-3}$$

$$c. \frac{3x}{10} + \frac{2 \cdot (3+x)}{15} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{18x+4 \cdot (6+2x)}{60} = \frac{9}{60}; 18x+4 \cdot (6+2x) = 9; 18x+24+8x=9; 26x=-15;$$

$$x = \frac{-15}{26}$$

$$d. \frac{4 \cdot (-x+3)}{5} = \frac{2 \cdot (1-4x)}{4}$$

$$\frac{-28x+4+3 \cdot (-15+5x)}{24} = 0; -28x+4+3 \cdot (-15+5x);$$

$$-28x+4-45+15x=0; -13x=41; x = \frac{41}{-13}$$

$$e. \frac{-5x+3}{12} + \frac{3 \cdot (2+x)}{8} = -4$$

$$\frac{-10x+6+3 \cdot (6+3x)}{24} = \frac{-96}{24}; -10x+6+3 \cdot (6+3x) = -96;$$

$$-10x+6+18+9x = -96; x = 120$$

$$f. \frac{x}{4} - 3(2x - 1) = \frac{5 \cdot (7 - x)}{6}$$

$$\frac{3x - 72x + 36}{12} = \frac{70 - 10x}{12}; 3x - 72x + 36 = 70 - 10x; -59x = 34; x = \frac{34}{-59}$$

5 Actividad resuelta.

6 Resuelve las ecuaciones y comprueba tus soluciones con Wiris.

$$a. 1 - 2 \cdot \left(\frac{3}{5} - x \right) = 3 \cdot \left(\frac{2x}{3} + \frac{4}{9} \right)$$

$$1 - \frac{6}{5} + 2x = \frac{6x}{3} + \frac{12}{9}; \frac{45 - 54 + 90x}{45} = \frac{90x + 60}{45}; 45 - 54 + 90x = 90x + 60 \\ \Rightarrow 0x = 69$$

No tiene solución real.

$$b. 3 \cdot \left(x - \frac{5}{4} \right) - 2x = \frac{7 \cdot (x - 3)}{6}$$

$$3x - \frac{15}{4} - 2x = \frac{7x - 21}{6}; \frac{36x - 45 - 24x}{12} = \frac{14x - 42}{12}; 36x - 45 - 24x = 14x - 42; \\ -2x = 3; x = -\frac{3}{2}$$

$$c. -\left(\frac{3x}{7} - \frac{5}{2} \right) = x + 3 \cdot \left(2 + \frac{4x}{7} \right)$$

$$-\frac{3x}{7} + \frac{5}{2} = x + 6 + \frac{12x}{7}; \frac{-6x + 35}{14} = \frac{14x + 84 + 24x}{14}; -6x + 35 = 14x + 84 + 24x; \\ -44x = 49; x = -\frac{49}{44}$$

$$d. 8x - 2 = -4 \cdot \left(\frac{x}{2} - 5 \right)$$

$$8x - 2 = \frac{-4x}{2} + 20; \frac{16x - 4}{2} = \frac{-4x + 40}{2}; 16x - 4 = -4x + 40; 20x = 44; \\ x = \frac{44}{20} = \frac{11}{5}$$

$$e. \frac{2x-1}{6} = \frac{x}{6} - \frac{1}{3} \left(\frac{2}{5} - \frac{x}{3} \right)$$

$$\frac{2x-1}{6} = \frac{x}{6} - \frac{2}{15} + \frac{x}{9}; \frac{30x-15}{90} = \frac{15x-12+10x}{90};$$

$$30x-15=15x-12+10x; 5x=3; x=\frac{3}{5}$$

$$f. 3 \cdot \left(\frac{2x-1}{3} - \frac{1-2x}{2} \right) = \frac{2-x}{3} - 1 + x$$

$$\frac{6x-3}{3} - \frac{3-6x}{2} = \frac{2-x}{3} - 1 + x; \frac{12x-6-9+18x}{6} = \frac{4-2x-6+6x}{6};$$

$$12x-6-9+18x=4-2x-6+6x; 26x=13; x=\frac{13}{26}=\frac{1}{2}$$

The screenshot shows a software interface with a menu bar at the top containing: Edición, Operaciones, Símbolos, Análisis, Matrices, Unidades, Combinatoria, Geometría, Griego, and Programar. Below the menu is a toolbar with icons for various mathematical operations and drawing tools. The main window displays a list of equations solved by the software, each preceded by the word 'resolver' and followed by the solution set in curly braces. The equations and their solutions are:

- $\text{resolver}\left(1-2\cdot\left(\frac{3}{5}-x\right)=3\cdot\left(\frac{2x}{3}+\frac{4}{9}\right)\right) \rightarrow \{\}$
- $\text{resolver}\left(3\cdot\left(x-\frac{5}{4}\right)-2x=\frac{7\cdot(x-3)}{6}\right) \rightarrow \left\{\left\{x=-\frac{3}{2}\right\}\right\}$
- $\text{resolver}\left(-\left(\frac{3x}{7}-\frac{5}{2}\right)=x+3\cdot\left(2+\frac{4x}{7}\right)\right) \rightarrow \left\{\left\{x=-\frac{49}{44}\right\}\right\}$
- $\text{resolver}\left(8x-2=-4\cdot\left(\frac{x}{2}-5\right)\right) \rightarrow \left\{\left\{x=\frac{11}{5}\right\}\right\}$
- $\text{resolver}\left(\frac{2x-1}{6}=\frac{x}{6}-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{x}{3}\right)\right) \rightarrow \left\{\left\{x=\frac{3}{5}\right\}\right\}$
- $\text{resolver}\left(3\cdot\left(\frac{2x-1}{3}-\frac{1-2x}{2}\right)=\frac{2-x}{3}-1+x\right) \rightarrow \left\{\left\{x=\frac{1}{2}\right\}\right\}$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA

- 7 Comprueba si las ecuaciones de segundo grado $3x^2 - 16x + 5 = 0$ y $2 \cdot (x^2 - 5x) = 3 \cdot (x - 1) - 2 \cdot (x + 1)$ son equivalentes.

$$3x^2 - 16x + 5 = 0;$$

$$x = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2 \cdot 3} = \frac{+16 \pm \sqrt{256 - 60}}{6} = \frac{16 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{16 \pm 14}{6};$$

$$x = 5; x = \frac{1}{3}$$

$$2x^2 - 10x = 3x - 3 - 2x - 2; 2x^2 - 11x + 5 = 0;$$

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{2 \cdot 2} = \frac{+11 \pm \sqrt{121 - 40}}{4} = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{11 \pm 9}{4}; x = 5; x = \frac{1}{2}$$

Por tanto, no son equivalentes porque no tienen las mismas soluciones.

- 8 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a. $x^2 - 81 = 0$

$$x^2 = 81; x = \pm \sqrt{81}; x = 9, x = -9$$

b. $2x^2 + 7x = 0$

$$x \cdot (2x + 7) = 0; x = 0 \text{ y } (2x + 7) = 0; 2x = -7; x = \frac{-7}{2}$$

c. $x^2 - 10 = 0$

$$x^2 = 10; x = +\sqrt{10}; x = -\sqrt{10}$$

d. $3x^2 + 27 = 0$

$$3x^2 = -27; x^2 = -9; x = \sqrt{-9}. \text{ No tiene solución.}$$

e. $-18 = -2x^2$

$$x^2 = \frac{18}{2}; x^2 = 9; x = \pm \sqrt{9}; x = 3, x = -3$$

f. $-x^2 = -x$

$$-x \cdot (x - 1) = 0; x = 0 \text{ y } (x - 1) = 0; x = 1$$

SOLUCIONES PÁGINA 121

9 Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a. $x^2 + x + 1 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \text{ No tiene solución.}$$

b. $4x^2 + 11x - 3 = 0$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{2 \cdot 4} = \frac{-11 \pm \sqrt{121+48}}{8} = \frac{-11 \pm \sqrt{169}}{8} = \frac{-11 \pm 13}{8}; x = \frac{1}{4};$$

$$x = -3$$

c. $16x^2 + 8x + 1 = 0$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1}}{2 \cdot 16} = \frac{-8 \pm \sqrt{64-64}}{32} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{32}; x = \frac{-8}{32} = -\frac{1}{4}$$

d. $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2}; x = 5; x = -2$$

e. $(3x + 1) \cdot (4x - 2) = 0$

$$12x^2 - 6x + 4x - 2 = 0; 12x^2 - 2x - 2 = 0;$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-2)}}{2 \cdot 12} = \frac{2 \pm \sqrt{4+96}}{24} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{24} = \frac{2 \pm 10}{24};$$

$$x = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}; x = \frac{-8}{24} = -\frac{1}{3}$$

f. $x^2 - 10x = -9$

$$x^2 - 10x + 9 = 0;$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}; x = 9; x = 1$$

g. $x^2 + 12x = -36$

$$x^2 + 12x + 36 = 0; x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \frac{-12 \pm \sqrt{144-144}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{2};$$

$$x = -6$$

h. $2x^2 - 8x + 5 = -6x^2$

$$2x^2 - 8x + 5 + 6x^2 = 0; 8x^2 - 8x + 5 = 0;$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 5}}{2 \cdot 8} = \frac{8 \pm \sqrt{64-160}}{16} = \frac{8 \pm \sqrt{-96}}{16}. \text{ No tiene solución real.}$$

10 Determina el número de soluciones de estas ecuaciones sin resolverlas:

a. $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0. \text{ Tiene una solución real.}$$

b. $5x^2 + 7x + 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 49 - 20 = 29 > 0. \text{ Tiene dos soluciones reales.}$$

c. $x^2 - 2x + 7 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 4 - 28 = -24 < 0. \text{ No tiene solución real.}$$

d. $-6x^2 + x + 4 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 4 = 1 + 96 = 97 > 0. \text{ Tiene dos soluciones reales.}$$

e. $25x^2 - 30x + 9 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-30)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 9 = 900 - 900 = 0. \text{ Tiene una solución real.}$$

f. $-3x^2 + 2x - 7 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-7) = 4 - 84 = -80 < 0. \text{ No tiene solución real.}$$

11 Resuelve las ecuaciones siguientes de segundo grado:

a. $2x \cdot (x + 5) = -x \cdot (3x - 1) - 4$

$$2x^2 + 10x = -3x^2 + x - 4; 2x^2 + 10x + 3x^2 - x + 4 = 0; 5x^2 + 9x + 4 = 0;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4}}{2 \cdot 5} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 80}}{10} = \frac{-9 \pm \sqrt{1}}{10} = \frac{-9 \pm 1}{10};$$

$$x = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}; x = -1$$

b. $2x \cdot (3x - 4) = -1 + (1 - 3x) \cdot (x + 1)$

$$6x^2 - 8x = -1 + x + 1 - 3x^2 - 3x; 9x^2 - 6x = 0; x \cdot (9x - 6) = 0;$$

$$x = 0 \text{ y } (9x - 6) = 0; 9x = 6; x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

c. $(3x + 2)^2 = 6(x + 1) - 3$

$$9x^2 + 4 + 12x = 6x + 6 - 3; 9x^2 + 6x + 1 = 0;$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{2 \cdot 9} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{18} = \frac{-6}{18} = -\frac{1}{3}$$

d. $(x + 2)^2 - (x - 1)^2 - (x + 3)^2 = 0$

$$x^2 + 4 + 4x - x^2 - 1 + 2x - x^2 - 9 - 6x = 0; -x^2 - 6 = 0; x^2 = -6; x = \sqrt{-6}.$$

No tiene solución.

$$\text{e. } 2 \cdot \left(4x - \frac{2x^2 - 1}{3} \right) = 8x$$

$$8x - \frac{4x^2 - 2}{3} = 8x; \frac{24x - 4x^2 + 2}{3} = \frac{24x}{3}; 24x - 4x^2 + 2 = 24x; -4x^2 + 2 = 0;$$

$$-4x^2 = -2; x^2 = \frac{2}{4}; x = +\frac{\sqrt{2}}{2}; x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{f. } 3x^2 + x + 2 = \frac{6x + 5x^2}{2}$$

$$\frac{6x^2 + 2x + 4}{2} = \frac{6x + 5x^2}{2}; 6x^2 + 2x + 4 = 6x + 5x^2; x^2 - 4x + 4 = 0;$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2}; x = 2$$

$$\text{g. } \frac{x \cdot (x - 4)}{3} + \frac{2x^2}{5} = 1 - \frac{x + 3}{2}$$

$$\frac{10x^2 - 40x + 12x^2}{30} = \frac{30 - 15x - 45}{30}; 10x^2 - 40x + 12x^2 = 30 - 15x - 45;$$

$$22x^2 - 25x - 15 = 0; x$$

=

$$\frac{-(-25) \pm \sqrt{(-25)^2 - 4 \cdot 22 \cdot (-15)}}{2 \cdot 22} = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 1320}}{44} = \frac{25 \pm \sqrt{-695}}{2}.$$

No tiene solución.

- 12 Halla el valor de m y n , sabiendo que $x = 5$ y $x = -3$ son solución de la ecuación $x^2 + mx + n = 0$.**

$$5^2 + m \cdot 5 + n = 0; 25 + 5m + n = 0$$

$$(-3)^2 + m \cdot (-3) + n = 0; 9 - 3m + n = 0$$

Planteamos el sistema de ecuaciones y lo resolvemos por reducción:

$$-\begin{cases} 25 + 5m + n = 0 \\ 9 - 3m + n = 0 \end{cases}; 8m = -16; m = -2$$

$$9 - 3 \cdot (-2) + n = 0; 9 + 6 + n = 0; n = -15$$

- 13 Determina los valores de m para que la ecuación $4x^2 + mx + 9 = 0$ tenga una única solución.**

Para ello, el discriminante tiene que ser igual a 0:

$$b^2 - 4ac = 0; m^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0; m^2 - 144 = 0; m^2 = 144; m = \sqrt{144};$$

$$m = 12 \text{ y } m = -12$$

14 Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

Resolvemos teniendo en cuenta que $x^2 = t$

a. $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

$$t^2 + 5t + 4 = 0$$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} ; \frac{-5 \pm 3}{2} ; t_1 = -1 ; t_2 = -4$$

$$x^2 = -1 \text{ No tiene solución real.}$$

$$x^2 = -4 \text{ No tiene solución real.}$$

b. $2x^4 + x^2 + 3 = 0$

$$2t^2 + t + 3 = 0$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 24}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{4} . \text{ No tiene solución real.}$$

c. $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$

$$t^2 - 4t - 5 = 0$$

$$t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{+4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} ; t_1 = 5, t_2 =$$

-1

$$x^2 = 5 ; x_1 = +\sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5}$$

$$x^2 = -1. \text{ No tiene solución.}$$

d. $16x^4 - 40x^2 + 9 = 0$

$$16t^2 - 40t + 9 = 0$$

$$t = \frac{-(-40) \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9}}{2 \cdot 16} = \frac{+40 \pm \sqrt{1600 - 576}}{32} = \frac{40 \pm \sqrt{1024}}{32} = \frac{40 \pm 32}{32} ;$$

$$t_1 = \frac{72}{32} = \frac{9}{4} \quad t_2 = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = \pm \sqrt{\frac{9}{4}} ; x_1 = +\frac{3}{2} ; x_2 = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} ; x_3 = +\frac{1}{2} ; x_4 = -\frac{1}{2}$$

e. $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$

$$t^2 + 13t + 36 = 0$$

$$t = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \frac{-13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{-13 \pm \sqrt{25}}{2}; \frac{-13 \pm 5}{2};$$

$$t_1 = -4; t_2 = -9$$

$$x^2 = -4 \text{ No tiene solución real.}$$

$$x^2 = -9 \text{ No tiene solución real.}$$

f. $x^4 - 8x^2 + 7 = 0$

$$t^2 - 8t + 7 = 0$$

$$t = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1} = \frac{+8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{8 \pm 6}{2}; t_1 = 7; t_2 = 1$$

$$x^2 = \pm\sqrt{7}; x_1 = +\sqrt{7}; x_2 = -\sqrt{7}$$

$$x^2 = \pm\sqrt{1}; x_3 = +1; x_4 = -1$$

15 Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones bicuadradas incompletas:

a. $x^4 - 81 = 0$

$$t^2 - 81 = 0; t^2 = 81; t = \sqrt{81}; t_1 = 9, t_2 = -9$$

$$x^2 = 9; x_1 = +3, x_2 = -3$$

$$x^2 = -9; \text{ No tiene soluciones reales.}$$

b. $x^4 - 16x^2 = 0$

$$t^2 - 16t = 0; t \cdot (t - 16) = 0; t = 0 \text{ y } t = 16$$

$$x^2 = 0; x_1 = 0$$

$$x^2 = 16; x = \pm\sqrt{16}; x_2 = 4, x_3 = -4$$

c. $-2x^4 - 8 = 0$

$$-2t^2 - 8 = 0; -2t^2 = 8; t^2 = \frac{8}{-2}; t^2 = -4; t = \sqrt{-4}. \text{ No tiene solución real.}$$

d. $5x^4 = 20x^2$

$$5t^2 - 20t = 0; t \cdot (5t - 20) = 0; t = 0 \text{ y } 5t - 20 = 0; 5t = 20; t = 4$$

$$x^2 = 0; x_1 = 0$$

$$x^2 = 4; x = \sqrt{4}; x_2 = 2, x_3 = -2$$

e. $1 = x^4$

$$t^2 - 1 = 0; t^2 = 1; t = \sqrt{1}; t_1 = 1, t_2 = -1$$

$$x^2 = 1; x_1 = +1, x_2 = -1$$

$$x^2 = -1. \text{ No tiene solución real.}$$

f. $-6x^4 + 4 = 0$

$$6t^2 - 4 = 0; t^2 = \frac{4}{6}; t = \sqrt{\frac{4}{6}} \quad t_1 = \frac{2}{3}, t_2 = -\frac{2}{3}$$

$$x^2 = \frac{2}{3}; x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}, x_2 = -\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$x^2 = -\frac{2}{3}. \text{ No tiene solución real.}$$

16 Resuelve estas ecuaciones:

a. $(x^2 + 4) \cdot (x^2 - 2) = 0$

$$x^4 - 2x^2 + 4x^2 - 8 = 0; x^4 + 2x^2 - 8 = 0;$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2}; \frac{-2 \pm 6}{2}; t_1 = 2; t_2 = -4$$

$$x^2 = 2; x = \pm \sqrt{2}; x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}$$

$$x^2 = -4 \text{ No tiene solución real.}$$

b. $(x^2 - 16) \cdot (4x^2 + 16) = 0$

$$4x^4 + 16x^2 - 64x^2 - 256 = 0; 4x^4 - 48x^2 - 256 = 0;$$

$$4t^2 - 48t - 256 = 0$$

$$t = \frac{-(-48) \pm \sqrt{(-48)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-256)}}{2 \cdot 4} = \frac{+48 \pm \sqrt{2304 + 4096}}{8} = \frac{48 \pm 80}{8}$$

$$t_1 = 16, t_2 = -4$$

$$x^2 = 16; x = \pm \sqrt{16} \quad x_1 = +4, x_2 = -4$$

$$x^2 = -4 \text{ No tiene solución real.}$$

c. $\frac{3x^2 \cdot (x^2 - 1)}{2} + 2 = x^2 \cdot (x^2 + 1)$

$$\frac{3x^4 - 3x^2}{2} + 2 = x^4 + x^2; \frac{3x^4 - 3x^2 + 4}{2} = \frac{2x^4 + 2x^2}{2}; 3x^4 - 3x^2 + 4 = 2x^4 + 2x^2;$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0; t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$t = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{+5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}; t_1 = 4; t_2 = 1$$

$$x^2 = 4; x = \pm \sqrt{4}; x = +2; x = -2$$

$$x^2 = 1; x = \pm \sqrt{1}; x = +1; x = -1$$

17 Actividad resuelta.

18 Resuelve las ecuaciones.

a. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

$$x^3 = t$$

$$t^2 - 9t + 8 = 0$$

$$t = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{+9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{9 \pm 7}{2}; t_1 = 8; t_2 = 1$$

$$x^3 = 8; x = \sqrt[3]{8}; x = +2$$

$$x^3 = 1; x = \sqrt[3]{1}; x = +1$$

b. $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$

$$x^4 = t$$

$$t^2 - 15t - 16 = 0$$

$$t = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16)}}{2 \cdot 1} = \frac{+15 \pm \sqrt{225 + 64}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{15 \pm 17}{2}; t_1 = 16, t_2 = -1$$

$$x^4 = 16; x = \pm \sqrt[4]{16}; x = +2; x = -2$$

$$x^4 = -1 \text{ No tiene solución real.}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES**19 Dos hermanos tienen 7 y 18 años, respectivamente. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del pequeño sea la mitad que la del mayor?**

Años que tienen que transcurrir: x

Edad del pequeño: $7 + x$

Edad del mayor: $18 + x$

Ecuación

$$2 \cdot (7 + x) = 18 + x; 14 + 2x = 18 + x; x = 4. \text{ Años que tienen que transcurrir.}$$

Edad del pequeño: $7 + x = 11$

Edad del mayor: $18 + x = 22$

Comprobación:

$$2 \cdot (7 + x) = 18 + x; 2 \cdot (7 + 4) = 18 + 4; 2 \cdot 11 = 22$$

- 20 Tres amigos, Ana, Juan y Andrés, reparten propaganda durante el verano. En un día, Ana distribuye 5 paquetes de propaganda; Juan, 6 paquetes, y Andrés, 3 paquetes. Si les han pagado 280 € en total, ¿cuánto dinero ha recibido cada uno de los amigos?**

Dinero por paquete entregado: x

Ecuación

$$5x + 6x + 3x = 280; 14x = 280; x = 20$$

Dinero que recibe Ana: $5x = 100$ €

Dinero que recibe Juan: $6x = 120$ €

Dinero que recibe Andrés: $3x = 60$ €

Comprobación

$$5x + 6x + 3x = 280; 100 + 120 + 60 = 280$$

- 21 Tres hermanos ponen dinero para hacer un regalo a su madre. El mediano aporta 20 € más que el pequeño, y el mayor, el triple que el mediano. Si entre los tres han reunido 120 €, ¿con cuánto dinero ha contribuido cada uno?**

Dinero que aporta el pequeño: x

Dinero que aporta el mediano: $x + 20$

Dinero que aporta el mayor: $3 \cdot (x + 20)$

Ecuación

$$x + x + 20 + 3 \cdot (x + 20) = 120; x + x + 20 + 3x + 60 = 120; 5x = 40; x = 8$$

Dinero que aporta el pequeño: $x = 8$ €

Dinero que aporta el mediano: $x + 20 = 28$ €

Dinero que aporta el mayor: $3 \cdot (x + 20) = 84$ €

Comprobación

$$x + x + 20 + 3 \cdot (x + 20) = 120; 8 + 28 + 84 = 120$$

SOLUCIONES PÁGINA 122

22 Actividad resuelta.

- 23 En clase de Química, Ruth ha hecho una mezcla de 25 L con dos tipos distintos de sustancias, A y B. El litro de mezcla ha salido a 0,36 €. Si el precio del litro de la sustancia A es de 0,30 €, y el de la sustancia B, de 0,40 €, ¿cuántos litros de cada una ha puesto Ruth en la mezcla?**

Litros de A: x

Litros de B: $25 - x$

Ecuación

$$0,30x + 0,40 \cdot (25 - x) = 0,36 \cdot 25; 0,30x + 10 - 0,40x = 9; -0,10x = -1; x = 10$$

Litros de A: $x = 10$ L

Litros de B: $25 - x = 15$ L

Comprobación

$$0,30x + 0,40 \cdot (25 - x) = 0,36 \cdot 25; 0,30 \cdot 10 + 0,40 \cdot (25 - 10) = 0,36 \cdot 25; 3 + 6 = 9$$

24 Actividad resuelta.

- 25 Dos ciudades, A y B, están a 510 km de distancia una de otra. A las 5 de la tarde sale una moto desde A en dirección a B a una velocidad de 100 km/h. A la misma hora sale de B hacia A otra moto a 70 km/h. ¿A qué hora y a qué distancia de ambas ciudades se encuentran?**

Distancia recorrida por moto que sale de A: $100 \cdot t$

Distancia recorrida por moto que sale de B: $70 \cdot t$

Ecuación

$$100 \cdot t + 70 \cdot t = 510; 170t = 510; t = 3$$

Distancia recorrida por moto A: $100 \cdot t = 100 \cdot 3 = 300 \Rightarrow A = 300$ km

Distancia recorrida por moto B: $70 \cdot t = 210 \Rightarrow B = 210$ km.

Hora a la que se encuentran: $5 + 3 = 8 \Rightarrow$ Se encuentran a las 8 de la tarde.

Comprobación

$$100 \cdot t + 70 \cdot t = 510; 300 + 210 = 510$$

- 26 El espacio recorrido por un móvil viene determinado por la expresión $e = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, donde v_0 es la velocidad inicial del móvil; t , el tiempo que está en movimiento, y a , la aceleración.**

a. Si un móvil parte a una velocidad de 30 m/s con una aceleración de 4 m/s², ¿cuánto tiempo tardará en recorrer 200 m?

$$e = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2; 200 = 30t + \frac{1}{2} 4 t^2; 2t^2 + 30t - 200 = 0;$$

$$t = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-200)}}{2 \cdot 2} = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 1600}}{4} = \frac{-30 \pm \sqrt{2500}}{4} = \frac{-30 \pm 50}{4}$$

$$t = 5$$

Tardará 5 segundos en recorrer 200 m.

Comprobación

$$e = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2; 200 = 30 \cdot 5 + \frac{1}{2} 4 \cdot 5^2; 200 = 150 + 50$$

b. Si parte a una velocidad nula, ¿cuánto tardará en recorrer la misma distancia?

$$e = \frac{1}{2} a t^2; 200 = \frac{1}{2} 4 t^2; 200 = 2 t^2; t^2 = 100; t = \sqrt{100}; t = 10$$

Tardará 10 segundos en recorrer la misma distancia.

Comprobación

$$e = \frac{1}{2} a t^2; 200 = \frac{1}{2} 4 t^2; 200 = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^2; 200 = \frac{400}{2}$$

- 27 ¿Cuántos centímetros hay que sumar a la base y a la altura de un rectángulo de 7 cm de base y 3 cm de altura para que el área del nuevo rectángulo sea de 96 cm²?**

Centímetros que hay que sumar: x

Ecuación

Área = base · altura

$$96 = (7 + x) \cdot (3 + x); 96 = 21 + 7x + 3x + x^2; x^2 + 10x - 75 = 0;$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-75)}}{2 \cdot 1} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 300}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{-10 \pm 20}{2}; t = 5$$

Centímetros que hay que sumar: $x = 5$, ya que no tenemos en cuenta el número negativo.

Comprobación

$$96 = (7 + x) \cdot (3 + x); 96 = (7 + 5) \cdot (3 + 5); 96 = 12 \cdot 8$$

- 28** Marta tiene que leer un libro para la clase de Lengua. La primera semana leyó las $\frac{2}{7}$ partes del libro; la segunda semana, las $\frac{2}{5}$ partes de lo que le quedaba por leer, y la tercera semana, las 60 páginas restantes. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas leyó las dos primeras semanas?

Páginas del libro: x

	Primera semana	Segunda semana	Tercera semana
Páginas leídas	$\frac{2x}{7}$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{5x}{7} = \frac{10x}{35}$	60
Páginas por leer	$\frac{5x}{7}$	$\frac{5x}{7} - \frac{10x}{35} = \frac{25x - 10x}{35} = \frac{15x}{35}$	

Ecuación

$$\frac{2x}{7} + \frac{10x}{35} + 60 = x; \frac{10x + 10x + 2100}{35} = \frac{35x}{35}; 10x + 10x + 2100 = 35x; 15x = 2100;$$

$$x = 140$$

Páginas del libro: $x = 140$ páginas.

Primera semana: $\frac{2x}{7} = \frac{2 \cdot 140}{7} = 40$ páginas primera semana.

Segunda semana: $\frac{10x}{35} = \frac{10 \cdot 140}{35} = 40$ páginas segunda semana.

Comprobación

$$40 + 40 + 60 = 140 \text{ páginas}$$

SISTEMAS DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS. REPRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LAS SOLUCIONES

- 29** Escribe un sistema que tenga como solución $(x, y) = (2, -4)$.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

- 30 Halla el valor de a y b para que el siguiente sistema tenga como solución $x = 1$ e $y = -2$

$$\begin{cases} 3x + ay = 5 \\ 4x - y = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 31 + a(-2) = 5 \\ 41 - (-2) = b \end{cases}; \begin{cases} 3 - 2a = 5 \\ 4 + 2 = b \end{cases}; \begin{cases} -2a = 5 - 3 \\ 6 = b \end{cases}; -2a = 2; a = -1$$

Comprobación

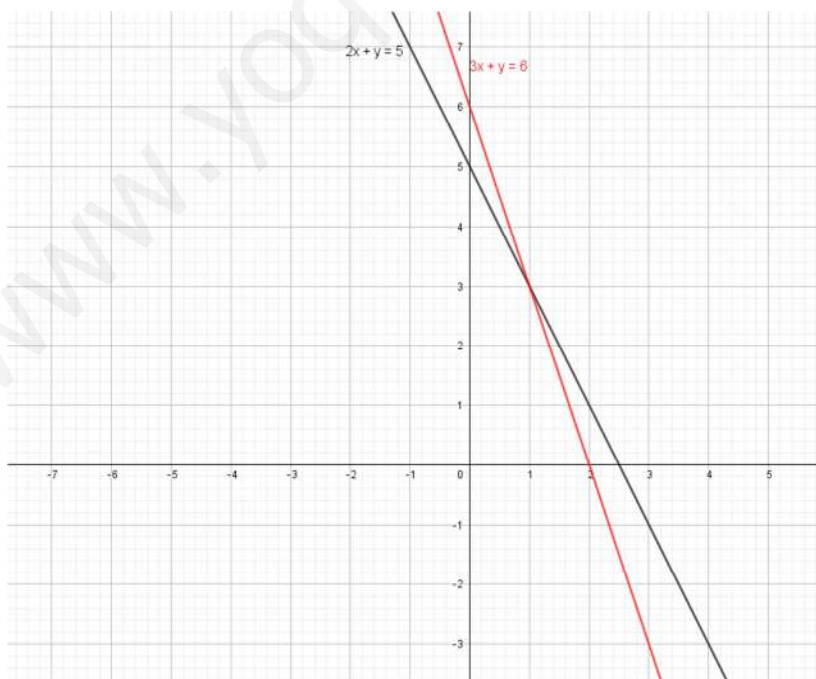
$$\begin{cases} 31 + (-1)(-2) = 5 \\ 41 - (-2) = 6 \end{cases}; \begin{cases} 3 + 2 = 5 \\ 4 + 2 = 6 \end{cases}$$

- 31 Resuelve gráficamente los sistemas propuestos y clasifícalos según su número de soluciones. Comprueba tus soluciones con Wiris.

a. $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$

x	-1	0	1
$y = 5 - 2x$	7	5	3

x	-1	0	1
$y = 6 - 3x$	9	6	3

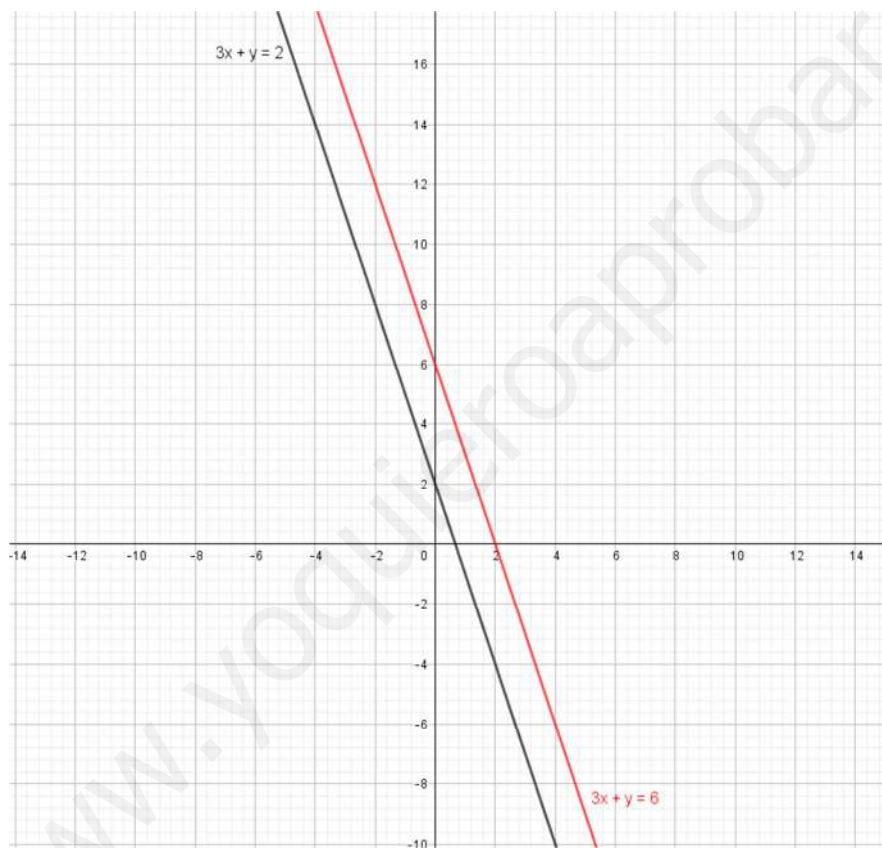


Tiene una solución: (1 , 3). Compatible determinado.

b.
$$\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 6x + 2y = 9 \end{cases}$$

x	-1	0	1
$y = 2 - 3x$	5	2	-1

x	-1	0	1
$y = \frac{9 - 6x}{2}$	$\frac{15}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{3}{2}$

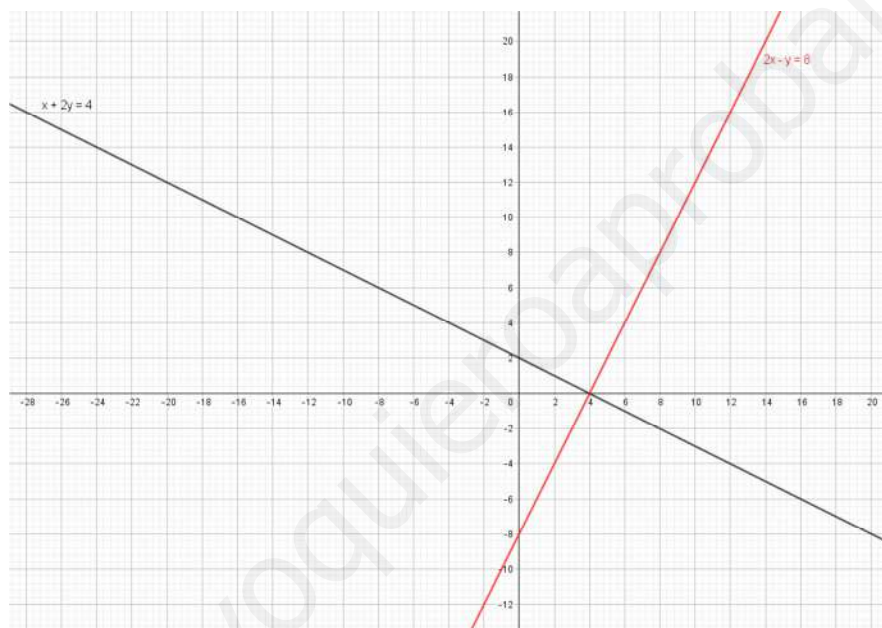


No tiene solución. Incompatible. Además, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{9}$

c. $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$

x	-1	0	4
$y = \frac{4-x}{2}$	$\frac{5}{2}$	2	0

x	-1	0	4
$y = 2x - 8$	-10	-8	0

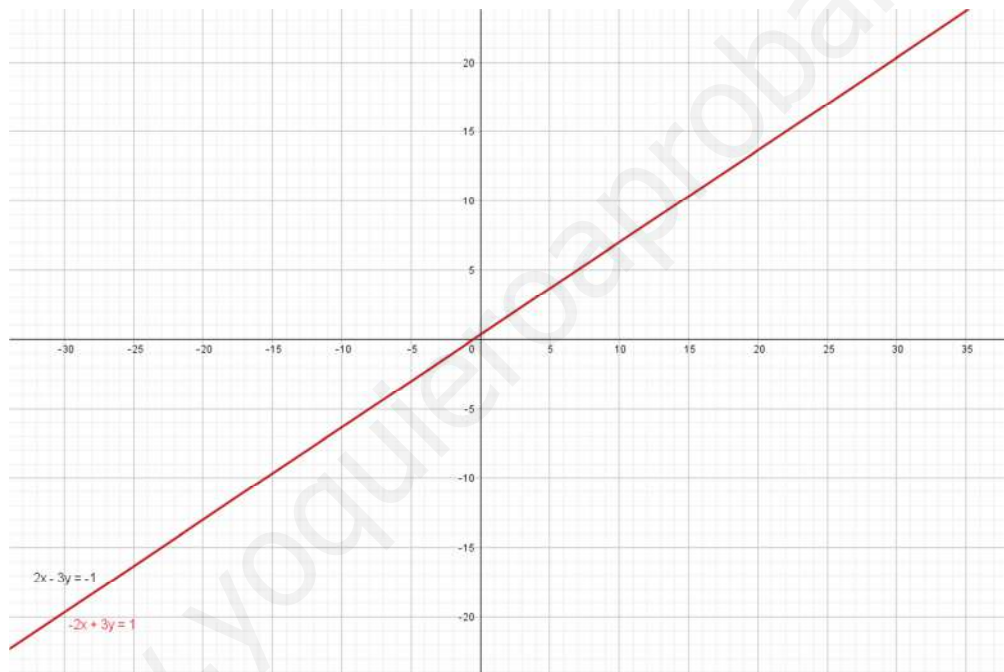


Tiene una solución: (4 , 0). Compatible determinado. Además, $\frac{1}{2} \neq \frac{2}{-1}$;

d. $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -4x + 6y = 2 \end{cases}$

x	-1	0	1
$y = \frac{2x+1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

x	-1	0	1
$y = \frac{2+4x}{6}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1



Tiene infinitas soluciones. Compatible indeterminado. Además, $\frac{2}{-4} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$

SOLUCIONES PÁGINA 123

32 Halla los valores de a y b para que el primer sistema sea incompatible, y el segundo, compatible indeterminado.

a. $\begin{cases} 4x + 3y = b \\ ax + 9y = -6 \end{cases}$

$$\frac{4}{a} = \frac{3}{9} \neq \frac{b}{-6}; 36 = 3a; a = 12; \frac{4}{12} = \frac{3}{9} \neq \frac{b}{-6} \text{ Por tanto } b \neq -2$$

$$\text{b. } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ -8x + ay = -b \end{cases}$$

$$\frac{2}{-8} = \frac{1}{a} = \frac{3}{-b} \text{ Por tanto: } a = -4 \text{ y } b = 12$$

33 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

$$\text{a. } \begin{cases} 4x + 3y = -7 \\ -6x + 7y = -1 \end{cases}$$

$$y = \frac{-7 - 4x}{3}$$

$$-6x + 7 \cdot \left(\frac{-7 - 4x}{3} \right) = -1; -6x + \frac{-49 - 28x}{3} = -1; \frac{-18x - 49 - 28x}{3} = \frac{-3}{3};$$

$$-18x - 49 - 28x = -3; -46x = 46; x = -1$$

$$y = \frac{-7 - 4x}{3} = \frac{-7 - 4(-1)}{3} = \frac{-7 + 4}{3} = -1$$

$$x = -1, y = -1$$

Comprobación

$$\begin{cases} 4(-1) + 3(-1) = -7 \\ -6(-1) + 7(-1) = -1 \end{cases}; \begin{cases} -4 - 3 = -7 \\ 6 - 7 = -1 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 3 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$x = 12 - 2y$$

$$\frac{12 - 2y}{2} + \frac{y}{4} = 3; \frac{24 - 4y + y}{4} = \frac{12}{4}; 24 - 4y + y = 12; -3y = -12; y = 4$$

$$x = 12 - 2 \cdot 4 = 4$$

$$x = 4, y = 4$$

Comprobación

$$\begin{cases} \frac{4}{2} + \frac{4}{4} = 3 \\ 4 + 2 \cdot 4 = 12 \end{cases}; \begin{cases} 2 + 1 = 3 \\ 4 + 8 = 12 \end{cases}$$

34 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación:

a.
$$\begin{cases} 4x - 6y = 7 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{7+6y}{4} \\ x = \frac{5+3y}{2} \end{cases}$$

$$\frac{7+6y}{4} = \frac{5+3y}{2}; \frac{7+6y}{4} = \frac{10+6y}{2}; 7+6y = 10+6y; 0y = 3 \text{ No tiene solución real.}$$

b.
$$\begin{cases} 2(3y-x)+1=5-2y \\ 5(y+x)+y=2(y+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y-2x+1=5-2y \\ 5y+5x+y=2y+2 \end{cases} \begin{cases} 8y-2x=4 \\ 4y+5x=2 \end{cases} \begin{cases} y = \frac{4+2x}{8} \\ y = \frac{2-5x}{4} \end{cases}$$

$$\frac{4+2x}{8} = \frac{2-5x}{4}; \frac{4+2x}{8} = \frac{4-10x}{8}; 4+2x = 4-10x; 12x = 0; x = 0$$

$$y = \frac{4+2 \cdot 0}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$x = 0, y = \frac{1}{2}$$

Comprobación

$$\begin{cases} 8 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 0 = 4 \\ 4 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 0 = 2 \end{cases}; \begin{cases} \frac{8}{2} - 0 = 4 \\ \frac{4}{2} + 0 = 2 \end{cases}$$

35 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción:

a.
$$\begin{cases} 5x - 2y = 10 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(5x - 2y = 10) \\ 2(3x + 3y = 6) \end{cases}; + \begin{cases} 15x - 6y = 30 \\ 6x + 6y = 12 \end{cases}; 21x = 42; x = 2$$

$$5 \cdot 2 - 2y = 10; 10 - 2y = 10; -2y = 0; y = 0$$

$$x = 2; y = 0$$

Comprobación

$$\begin{cases} 5 \cdot 2 - 2 \cdot 0 = 10 \\ 3 \cdot 2 + 3 \cdot 0 = 6 \end{cases}; \begin{cases} 10 - 0 = 10 \\ 6 + 0 = 6 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x - 1 = \frac{2x - y}{5} \\ 3x - \frac{2x - y}{5} = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5x - 5}{5} = \frac{2x - y}{5} \\ \frac{15x - 2x + y}{5} = \frac{25}{5} \end{cases}; \begin{cases} 5x - 5 = 2x - y \\ 15x - 2x + y = 25 \end{cases}; (-) \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 13x + y = 25 \end{cases}; -10x = -20; x = 2$$

$$3 \cdot 2 + y = 5; 6 + y = 5; y = -1$$

$$x = 2; y = -1$$

Comprobación

$$\begin{cases} 3 \cdot 2 + (-1) = 5 \\ 13 \cdot 2 + (-1) = 25 \end{cases}; \begin{cases} 6 - 1 = 5 \\ 26 - 1 = 25 \end{cases}$$

36 Elige el método más adecuado para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

a.
$$\begin{cases} 4x + 3 \cdot (y-1) = 5 \\ 2x - 7 = 3 \cdot (y-1) \end{cases}$$

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} 4x + 3y - 3 = 5 \\ 2x - 7 = 3y - 3 \end{cases} ; + \begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases} ; 6x = 12; x = 2$$

$$4 \cdot 2 + 3y = 8; 8 + 3y = 8; 3y = 0; y = 0$$

$$x = 2; y = 0$$

Comprobación

$$\begin{cases} 4 \cdot 2 + 3 \cdot 0 = 8 \\ 2 \cdot 2 - 3 \cdot 0 = 4 \end{cases} ; \begin{cases} 8 + 0 = 8 \\ 4 - 0 = 4 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 2x + \frac{y}{4} = \frac{5}{3} \\ 8 \cdot (x-1) + 1 = \frac{5 \cdot (2y-4)}{3} \end{cases}$$

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} 2x + \frac{y}{4} = \frac{5}{3} \\ 8x - 8 + 1 = \frac{10y - 20}{3} \end{cases} ; \begin{cases} \frac{24x + 3y}{12} = \frac{20}{12} \\ \frac{24x - 21}{3} = \frac{10y - 20}{3} \end{cases} ; \begin{cases} 24x + 3y = 20 \\ 24x - 21 = 10y - 20 \end{cases} ;$$

$$- \begin{cases} 24x + 3y = 20 \\ 24x - 10y = 1 \end{cases} ; 13y = 19; y = \frac{19}{13}$$

$$24x + 3 \cdot \frac{19}{13} = 20; 24x + \frac{57}{13} = 20; \frac{312x + 57}{13} = \frac{260}{13}; 312x + 57 = 260;$$

$$312x = 203; x = \frac{203}{312}$$

$$x = \frac{203}{312}; y = \frac{19}{13}$$

Comprobación

$$\begin{cases} 24 \cdot \frac{203}{312} + 3 \cdot \frac{19}{13} = 20 \\ 24 \cdot \frac{203}{312} - 10 \cdot \frac{19}{13} = 1 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{4872}{312} + \frac{57}{13} = 20 \\ \frac{4872}{312} - \frac{190}{13} = 1 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{4872}{312} + \frac{57}{13} = 20 \\ \frac{4872}{312} - \frac{190}{13} = 1 \end{cases}$$

$$c. \begin{cases} 2 \cdot (5x - 3) + 2y = 0 \\ -3 \cdot (x - y) = -(x + 8) \end{cases}$$

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} 10x - 6 + 2y = 0 \\ -3x + 3y = -x - 8 \end{cases}; + \begin{cases} 10x + 2y = 6 \\ 5(-2x + 3y = -8) \end{cases}; + \begin{cases} 10x + 2y = 6 \\ -10x + 15y = -40 \end{cases};$$

$$17y = -34; y = -2$$

$$10x + 2 \cdot (-2) = 6; 10x - 4 = 6; 10x = 10; x = 1$$

$$x = 1; y = -2$$

Comprobación

$$\begin{cases} 10 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) = 6 \\ -10 \cdot 1 + 15 \cdot (-2) = -40 \end{cases}; \begin{cases} 10 - 4 = 6 \\ -10 - 30 = -40 \end{cases}$$

$$d. \begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{2} = 0 \\ -x + \frac{3y}{4} = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:

$$\begin{cases} \frac{2x - 5y}{10} = 0 \\ \frac{-4x + 3y}{4} = -\frac{14}{4} \end{cases}; \begin{cases} 2x - 5y = 0 \\ -4x + 3y = -14 \end{cases}; \begin{cases} y = \frac{2x}{5} \\ y = \frac{-14 + 4x}{3} \end{cases}$$

$$\frac{2x}{5} = \frac{-14 + 4x}{3}; \frac{6x}{15} = \frac{-70 + 20x}{15}; 6x = -70 + 20x; -14x = -70; x = 5$$

$$y = \frac{2 \cdot 5}{5} = 2$$

$$x = 5, y = 2$$

Comprobación

$$\begin{cases} 2 \cdot 5 - 5 \cdot 2 = 0 \\ -4 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = -14 \end{cases}; \begin{cases} 10 - 10 = 0 \\ -20 + 9 = -14 \end{cases}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES

- 37 Alberto ha pagado 3,90 € por 1 kg de lentejas y 2 kg de judías. En la misma tienda, Elisa ha pagado 6,90 € por 3 kg de lentejas y 2 kg de judías. ¿A cuánto está el kilo de cada una de estas legumbres?**

Precio kilo de lentejas: x

Precio kilo de judías: y

Resolvemos por reducción:

$$-\begin{cases} x + 2y = 3,90 \\ 3x + 2y = 6,90 \end{cases}; -2x = -3; x = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$1,5 + 2y = 3,90; 2y = 2,4; y = 1,2$$

Precio kilo de lentejas: $x = 1,5$ €

Precio kilo de judías: $y = 1,2$ €

Comprobación

$$\begin{cases} 1,5 + 2 \cdot 1,2 = 3,90 \\ 3 \cdot 1,5 + 2 \cdot 1,2 = 6,90 \end{cases}, \begin{cases} 1,5 + 2,4 = 3,90 \\ 4,5 + 2,4 = 6,90 \end{cases}$$

- 38 En un hotel hay 204 habitaciones entre dobles e individuales. Si el total de camas es de 324, ¿cuántas habitaciones hay de cada tipo?**

Habitaciones dobles: x

Habitaciones individuales: y

$$\begin{cases} x + y = 204 \\ 2x + y = 324 \end{cases}$$

$$x = 204 - y$$

$$2 \cdot (204 - y) + y = 324; 408 - 2y + y = 324; y = 84$$

$$x = 204 - y = 204 - 84 = 120$$

Habitaciones dobles: $x = 120$

Habitaciones individuales: $y = 84$

Comprobación

$$\begin{cases} 120 + 84 = 204 \\ 2 \cdot 120 + 84 = 324 \end{cases}, \begin{cases} 120 + 84 = 204 \\ 240 + 84 = 324 \end{cases}$$

EVALUACIÓN

1 La ecuación $3 \cdot (2x - 4) + 5 = -6 - (1 - x)$ tiene por solución:

- a. 5 b. 0 c. -5 d. 7

$$6x - 12 + 5 = -6 - 1 + x; 6x - x = -6 - 1 + 12 - 5; 5x = 0; x = 0$$

2 La ecuación $\frac{2 \cdot (3x+7)}{3} - 1 = \frac{4x+5}{2}$:

- a. No tiene solución. **b. Tiene una solución.**
c. Tiene dos soluciones. **d. Tiene infinitas soluciones.**

$$\frac{4 \cdot (3x+7) - 6}{6} = \frac{3 \cdot (4x+5)}{6}; 4 \cdot (3x+7) - 6 = 3 \cdot (4x+5);$$

$$12x + 28 - 6 = 12x + 15; 0x = -7. \text{ No tiene solución.}$$

3 La ecuación $2x^2 - 5x - 3 = 0$ tiene por soluciones:

- a. $x = 1, x = \frac{1}{3}$ **b. $x = 1, x = 3$**
c. $x = -\frac{1}{2}, x = 3$ **d. $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{3}$**

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4}; x_1 = 3; x_2 = -\frac{1}{2}$$

4 Indica la respuesta correcta en relación con la ecuación $2x^2 - 4x + 7 = 0$.

- a. No tiene solución. b. Tiene una solución.
c. Tiene dos soluciones. d. Tiene infinitas soluciones.

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 56}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{-40}}{4}. \text{ No tiene solución.}$$

5 Las soluciones de la ecuación $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$ son:

- a. $x = 2, x = -2, x = 3, x = -3$ b. $x = 1, x = -1, x = 6, x = -6$
c. $x = 2, x = -2$ d. $x = 3, x = -3$

$$x^2 = t \Rightarrow t^2 + 5t - 36 = 0$$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{2} = \frac{-5 \pm 13}{2}; t_1 = 4; t_2 = -9$$

$$x^2 = 4; x = \pm \sqrt{4}; x_1 = 2; x_2 = -2$$

$$x^2 = -9. \text{ No tiene solución.}$$

6 El sistema $\begin{cases} -2x + 3y = -5 \\ 6x - 9y = 15 \end{cases}$ es...

- a. Incompatible. b. Compatible determinado.
c. Compatible indeterminado. d. Ninguna de las anteriores.

$$-\frac{2}{6} = -\frac{3}{9} = -\frac{5}{15}. \text{ Es compatible indeterminado.}$$

7 El sistema $\begin{cases} 2x - 5y = 7 \\ -3x + 2y = -5 \end{cases}$ tiene por solución:

- a. (1, 1) b. (2, -1) c. (1, 2) d. (1, -1)

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} 3(2x - 5y = 7) \\ 2(-3x + 2y = -5) \end{cases} + \begin{cases} 6x - 15y = 21 \\ -6x + 4y = -10 \end{cases}; -11y = 11; y = -1$$

$$2x - 5(-1) = 7; 2x = 7 - 5; x = 1$$

- 8 Eduardo tiene el triple de años que Natalia, y Natalia, 7 años más que Sandra. Si entre los tres tienen 53 años, ¿cuál es la edad de cada uno?
- a. Eduardo: 36; Natalia: 12; Sandra: 5
 - b. Eduardo: 12; Natalia: 36; Sandra: 5**
 - c. Eduardo: 5; Natalia: 12; Sandra: 36
 - d. Eduardo: 15; Natalia: 12; Sandra: 5

Edad de Sandra: x

Edad de Natalia: $x + 7$

Edad de Eduardo: $3 \cdot (x + 7)$

Ecuación

$$x + x + 7 + 3 \cdot (x + 7) = 53; 5x = 25; x = 5$$

Edad de Sandra: 5 años

Edad de Natalia: 12 años

Edad de Eduardo: 36 años

Comprobación

$$5 + 12 + 36 = 53 \text{ años}$$