

Unidad 1. Números reales

SOLUCIONES PÁG. 21

1 Copia y completa estas igualdades en tu cuaderno:

a. $23 = 5 \cdot 4 + \square$

$$23 = 5 \cdot 4 + 3$$

b. $-21 = 6 \cdot (-4) + \square$

$$-21 = 6 \cdot (-4) + 3$$

c. $-45 = 7 \cdot \square + 4$

$$-45 = 7 \cdot -7 + 4$$

d. $-67 = \square \cdot (-8) + 5$

$$-67 = 9 \cdot (-8) + 5$$

2 Expresa con una fracción estos enunciados:

a. La parte de una guardia de 8 horas que realiza un bombero si hay una plantilla de 12 trabajadores.

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

b. Se plantan 3 arbustos por cada 5 árboles para repoblar un monte.

$$\frac{3}{5}$$

c. En una pomada, hay 4 g de principio activo por cada 100 g de medicamento.

$$\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$$

d. La parte de los beneficios de un negocio que reciben Luis y Julia si a ella le corresponde el doble que a él.

Luis recibe $\frac{1}{3}$ de los beneficios, y Julia, $\frac{2}{3}$.

- 3 Copia en tu cuaderno estas fracciones y rodea con el mismo color las que representan el mismo número racional:

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{10}{15}$$

$$\frac{10}{40}$$

$$\frac{64}{40}$$

$$\frac{4}{6}$$

$$\frac{8}{5}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{24}{15}$$

$$\frac{12}{24}$$

$$\frac{18}{27}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15} = \frac{18}{27}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{10}{40}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{64}{40} = \frac{24}{15}$$

$$\frac{12}{24} \text{ no es equivalente ni a } \frac{2}{3}, \text{ ni a } \frac{1}{4}, \text{ ni a } \frac{8}{5}.$$

- 4 Expresa en forma de fracción irreducible los siguientes números racionales:

$$\text{a. } \frac{18}{315} = \frac{18 : 9}{315 : 9} = \frac{2}{35}$$

$$\text{b. } \frac{-70}{42} = \frac{-70 : 14}{42 : 14} = \frac{-5}{3}$$

$$\text{c. } \frac{-12}{-18} = \frac{-12 : 6}{-18 : 6} = \frac{2}{3}$$

$$\text{d. } \frac{198}{-84} = \frac{198 : 6}{-84 : 6} = \frac{33}{-14}$$

- 5 Indica a qué conjunto ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ o $\mathbb{Q}$) pertenece cada número.

$$\frac{4}{3}, \frac{10}{-5}, \frac{-5}{8}, \frac{-12}{-6}, \frac{7}{10}, \frac{6}{-3}, \frac{-8}{9}, \frac{11}{7}, \frac{-5}{-4}$$

$$\text{Pertenece a } \mathbb{N}: \frac{-12}{-6} \text{ y } \frac{6}{-3}$$

$$\text{Pertenece a } \mathbb{Z}: \frac{10}{-5}$$

$$\text{Pertenece a } \mathbb{Q}: \text{el resto de números.}$$

SOLUCIONES PÁG. 23

6 Clasifica los siguientes números decimales según sean exactos, periódicos puros o periódicos mixtos. Indica, en cada caso, la parte entera, el período y el anteperíodo.

- a. 0,334 5 → Decimal exacto
- b. 2,003 3... → Decimal periódico mixto
- c. 2,003 3 → Decimal exacto
- d. 6,717 1 → Decimal exacto
- e. 2,356 356... → Decimal periódico puro
- f. 4,317 272... → Decimal periódico mixto
- g. 3,197 → Decimal exacto
- h. 9,443 939... → Decimal periódico mixto
- i. 0,001 111... → Decimal periódico mixto

Número	Parte entera	Anteperíodo	Período
2,003 3...	2	00	3
2,356 356...	2	--	356
4,317 272...	4	31	72
3,197 7...	3	19	7
9,443 939...	9	44	39
0,001 111...	0	00	1

7 Halla la expresión decimal de cada número racional y clasifica dicha expresión según el tipo de número decimal que sea.

- a. $\frac{2}{30} = 0,066... \rightarrow$ decimal periódico mixto.
- b. $\frac{19}{20} = 0,95 \rightarrow$ decimal exacto.
- c. $-\frac{9}{16} = -0,5625 \rightarrow$ decimal exacto.
- d. $-\frac{456}{900} = -0,5066... \rightarrow$ decimal periódico mixto.
- e. $\frac{41}{25} = 1,64 \rightarrow$ decimal exacto.
- f. $-\frac{25}{7} = -3,571428571428... \rightarrow$ decimal periódico puro.

8 Halla la fracción generatriz de estos números:

a. $-1,25 = \frac{-125}{100} = \frac{-125 : 25}{100 : 25} = \frac{-5}{4}$

b. $2,\overline{36}$

$$100 N = 236,363\ 636\ 36\ldots$$

$$\underline{N = 2,363\ 636\ 36\ldots}$$

$$99 N = 234 \Rightarrow N = \frac{234}{99} = \frac{234 : 9}{99 : 9} = \frac{26}{11}$$

c. $-3,\widehat{1}$

$$10 N = -31,111\ 111\ldots$$

$$\underline{N = -3,111\ 111\ldots}$$

$$9 N = 28 \Rightarrow N = \frac{-28}{9}$$

d. $2,\widehat{6}$

$$10 N = 26,666\ 666\ldots$$

$$\underline{N = 2,666\ 666\ldots}$$

$$9 N = 24 \Rightarrow N = \frac{24}{9} = \frac{24 : 3}{9 : 3} = \frac{8}{3}$$

e. $0,625 = \frac{625}{1000} = \frac{625 : 125}{1000 : 125} = \frac{5}{8}$

f. $0,\widehat{06}$

$$100 N = 6,666\ 666\ldots$$

$$\underline{10 N = 0,666\ 666\ldots}$$

$$90 N = 6 \Rightarrow N = \frac{6}{90} = \frac{6 : 6}{90 : 6} = \frac{1}{15}$$

g. $-3,\widehat{06}$

$$100 N = -306,666\ 666\ldots$$

$$\underline{10 N = -30,666\ 666\ldots}$$

$$90 N = -276 \Rightarrow N = \frac{-276}{90} = \frac{-276 : 6}{90 : 6} = \frac{-46}{15}$$

h. $4,2\widehat{03}$

$$1000 N = 4\ 203,333\ 333\ldots$$

$$\underline{100 N = 420,333\ 333\ldots}$$

$$900 N = 3\ 783 \Rightarrow N = \frac{3783}{900} = \frac{3783 : 3}{900 : 3} = \frac{1261}{300}$$

i. $1,5\overline{6}$

$$100N = 156,565\,656\dots$$

$$\underline{N = 1,565\,656\dots}$$

$$99N = 155 \Rightarrow N = \frac{155}{99}$$

9 Escribe, en cada caso, un número decimal que cumpla la condición pedida. Después, compara tus respuestas con las de tus compañeros.

a. La parte entera es 8, y tiene tres cifras decimales iguales.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 8,111

b. Es periódico puro, la parte entera es 1, una de sus cifras periódicas es 4, y la otra es mayor que 3.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 1,454 545...

c. La parte entera es 5, la cifra del anteperíodo es menor que 7, y tiene exactamente dos cifras periódicas que suman 8.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 5,017 17...

d. Es periódico puro, tiene más de dos cifras periódicas que suman 12, y las cifras de la parte entera suman 6.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 33,426 426...

e. Es exacto, la parte entera es 0, y el producto de sus cifras decimales es 3.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 0,113

10 Reflexiona y resuelve estas cuestiones:

a. Halla la expresión decimal de cada una de estas fracciones: $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}$

0,111...; 0,222...; 0,333...; 0,444...

b. Analiza los resultados del apartado anterior y explica qué propiedad cumplen los números decimales obtenidos.

Se obtienen números periódicos puros cuyo periodo coincide con la cifra del numerador de la fracción generatriz.

c. Sin efectuar las divisiones, escribe la expresión decimal de cada una de

las siguientes fracciones: $\frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$

0,555... ; 0,666... ; 0,777... ; 0,888...

11 Actividad resuelta.

- 12 Sin efectuar la división, clasifica los números decimales que corresponden a las siguientes fracciones:

- a. $\frac{9}{24} \rightarrow$ Exacto
- b. $\frac{74}{35} \rightarrow$ Mixto
- c. $\frac{37}{40} \rightarrow$ Exacto
- d. $\frac{25}{48} \rightarrow$ Mixto
- e. $\frac{48}{75} \rightarrow$ Exacto
- f. $\frac{49}{21} \rightarrow$ Puro

- 13 Dadas las fracciones $\frac{7}{3}$ y $\frac{42}{18}$, resuelve las siguientes cuestiones:

- a. ¿Son equivalentes?

Son equivalentes porque $7 \cdot 18 = 42 \cdot 3 = 126$.

- b. ¿Representan el mismo número racional? Justifica tu respuesta.

Al ser fracciones equivalentes, corresponden al mismo número racional.

- c. Calcula las expresiones decimales de $\frac{7}{3}$ y $\frac{42}{18}$.

La expresión decimal en ambos casos es el número periódico puro 2,333...

- d. Explica si la expresión decimal de un número racional depende de la fracción elegida para representarlo.

La expresión decimal de un número racional no depende de la fracción que se elige, puesto que las divisiones que se realizan son equivalentes.

14 Razona y resuelve las siguientes cuestiones:**a. Halla las fracciones generatrices de $-1,9,4,9$ y $15,9$.**

Las fracciones generatrices corresponden a los números -2 , 5 y 16 .

$$10N = -19,999\ 999\dots$$

$$\underline{N = -1,999\ 999\dots}$$

$$9N = -18 \Rightarrow N = \frac{-18}{9} = -2$$

$$10N = 49,999\ 999\dots$$

$$\underline{N = 4,999\ 999\dots}$$

$$9N = 45 \Rightarrow N = \frac{45}{9} = 5$$

$$10N = 159,999\ 999\dots$$

$$\underline{N = 15,999\ 999\dots}$$

$$9N = 144 \Rightarrow N = \frac{144}{9} = 16$$

b. ¿Se pueden expresar los números enteros como números decimales periódicos? Justifica tu respuesta.

Cualquier número entero puede expresarse como un decimal periódico puro de periodo 9.

c. Expresa el número -21 como un número decimal periódico.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $-21 = -20,999\dots$

SOLUCIONES PÁG. 25**15 Clasifica los siguientes números según sean racionales o irracionales:**

a. $0,123\ 456\ 789\ 101\ 112\dots \rightarrow$ Irracional

b. $-\sqrt{16} \rightarrow$ Racional

c. $1,233\ 233\ 332\dots \rightarrow$ Irracional

d. $\sqrt{\frac{45}{5}} \rightarrow$ Racional

e. $1,456\ 789\ 789\dots \rightarrow$ Racional

f. $1 - \sqrt{18} \rightarrow$ Irracional

16 Indica cuál es el menor de los conjuntos ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ o $\mathbb{R}$) a los que pertenece cada uno de estos números:

- a. $-\frac{2}{5} \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{Q}$.
- b. $2,111... \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{Q}$.
- c. $(-5)^2 \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{N}$.
- d. $6,002\ 22... \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{Q}$.
- e. $\sqrt{17} - 5 \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{R}$.
- f. $\frac{-81}{27} \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{Z}$.
- g. $\sqrt{22} \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{R}$.
- h. $1,246\ 810\ 121\ 4 \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{R}$.
- i. $9,81 \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{Q}$.
- j. $2\pi \rightarrow$ Pertenece a $\mathbb{R}$.

17 Calcula el valor absoluto de los siguientes números:

- a. $-3 = 3$
- b. $-\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$
- c. $2,65 = 2,65$
- d. $-0,121\ 1 = 0,121\ 1$
- e. $-4\pi = 4\pi$
- f. $\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}}$

18 Simplifica las expresiones propuestas.

- a. $3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 9\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
- b. $5\pi + 6 - 9\pi - 12 = -4\pi - 6$
- c. $\frac{1}{2}\pi - \frac{2}{3}\pi + \frac{5}{6}\pi = \frac{3}{6}\pi - \frac{4}{6}\pi + \frac{5}{6}\pi = \frac{4}{6}\pi = \frac{2}{3}\pi$
- d. $2\sqrt{6} + 5 - 7\sqrt{6} + 1 = -5\sqrt{6} + 6$

19 Simplifica estas expresiones y analiza los resultados obtenidos:

- a. $2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{5} = -\sqrt{5} + \sqrt{5} = 0$
- b. $4\sqrt{2} + 1 - 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 1 - 4\sqrt{2} = 1$

¿Dan estas operaciones como resultado siempre números irracionales?

¿Son números reales? Justifica tu respuesta.

Los ejemplos muestran que el resultado de operar con números irracionales no siempre es un número irracional, aunque siempre es un número real porque $\mathbb{R}$ contiene a los números naturales, los enteros, los racionales y los irracionales.

SOLUCIONES PÁG. 27

20 Aproxima a las milésimas, por redondeo y por truncamiento, los siguientes números reales. Después, compara los resultados que has obtenido con los de tu compañero.

- a. 2,345 299 d. 1,818 811 888 111...
 b. 7,235 55... e. $3,6\overline{75}$
 c. $0,2\overline{56}$ f. 5,439 77...

Número	Redondeo	Truncamiento
2,345 299	2,345	2,345
7,235 55...	7,236	7,235
$0,2\overline{56}$	0,256	0,256
1,818 811 888 111...	1,819	1,818
$3,6\overline{75}$	3,676	3,675
5,439 77...	5,440	5,439

21 Actividad resuelta

22 Opera con la calculadora cuando sea necesario y aproxima el resultado a las centésimas, por exceso y por defecto.

- a. $\sqrt{8}$ d. 98,997 23
 b. $\frac{7}{15}$ e. $23,72\overline{5}$
 c. $\frac{13}{7}$ f. $\sqrt{47}$

Número	Por exceso	Por defecto
$\sqrt{8}$	2,83	2,82
$\frac{7}{15}$	0,47	0,46
$\frac{13}{7}$	1,86	1,85
98,997 23	99,00	98,99
$23,72\overline{5}$	23,73	23,72
$\sqrt{47}$	6,86	6,85

- 23 Halla la expresión decimal de $\frac{21}{11}$. Después, copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla con las aproximaciones correspondientes:

La expresión decimal de $\frac{21}{11}$ es 1,909 090...

	Truncamiento	Redondeo
A las unidades	1	2
A las décimas	1,9	1,9
A las centésimas	1,90	1,91
A las milésimas	1,909	1,909

- 24 Calcula el error absoluto y el error relativo que se comete en las siguientes aproximaciones:

a. $\frac{7}{6} \approx 1,2$

$$\Delta = \left| \frac{7}{6} - 1,2 \right| = 0,033\ 3...; \varepsilon = \frac{\left| \frac{7}{6} - 1,2 \right|}{\left| \frac{7}{6} \right|} = 0,028\ 57...$$

b. $\frac{7}{6} \approx 1,16$

$$\Delta = \left| \frac{7}{6} - 1,16 \right| = 0,006\ 66...; \varepsilon = \frac{\left| \frac{7}{6} - 1,16 \right|}{\left| \frac{7}{6} \right|} = 0,005\ 742\ 857...$$

c. $\frac{17}{12} \approx 1,4$

$$\Delta = \left| \frac{17}{12} - 1,4 \right| = 0,016\ 66...; \varepsilon = \frac{\left| \frac{17}{12} - 1,4 \right|}{\left| \frac{17}{12} \right|} = 0,011\ 76...$$

d. $\frac{17}{12} \approx 1,42$

$$\Delta = \left| \frac{17}{12} - 1,42 \right| = 0,003\ 33...; \varepsilon = \frac{\left| \frac{17}{12} - 1,42 \right|}{\left| \frac{17}{12} \right|} = 0,002\ 352...$$

e. $2,592\ 01 \approx 2,5$

$$\Delta = |2,59201 - 2,5| = 0,092\ 01; \varepsilon = \frac{|2,59201 - 2,5|}{|2,59201|} = 0,035\ 497\ 5...$$

f. $2,592\ 01 \approx 2,6$

$$\Delta = |2,59201 - 2,6| = 0,007\ 99; \varepsilon = \frac{|2,59201 - 2,6|}{|2,59201|} = 0,003\ 082\ 54...$$

- 25 Arquímedes utilizó las fracciones $\frac{223}{71}$ y $\frac{22}{7}$ como aproximaciones del número π .

Investiga otras aproximaciones de π que se hayan propuesto a lo largo de la historia y responde a las siguientes cuestiones:

- a. Calcula la expresión decimal de las fracciones y redondea a las décimas, centésimas y milésimas.

$$\frac{223}{71} = 3,140\ 845\ 07...; \frac{22}{7} = 3,142\ 857\ 143...; \pi = 3,141\ 592\ 654...$$

Fracción	Décimas	Centésimas	Milésimas
$\frac{223}{71}$	3,1	3,14	3,141
$\frac{22}{7}$	3,1	3,14	3,143

- b. ¿Qué fracción proporciona aproximaciones por defecto?

La fracción $\frac{223}{71}$ proporciona aproximaciones por defecto.

- c. ¿Qué fracción proporciona aproximaciones por exceso?

La fracción $\frac{22}{7}$ proporciona dos aproximaciones por defecto, pero la aproximación a las milésimas es por exceso.

26 Actividad resuelta.

- 27 Julio ha gastado 24 150 € en un coche, y Laura se ha comprado un equipo de música por 1 350 €. Calcula el error relativo que se comete si se aproxima el precio del coche a 24 000 € y el del equipo de música a 1 500 € e indica con qué aproximación se comete un error más grave.

$$\Delta (\text{coche}) = |24150 - 24000| = 150 \text{ €}$$

$$\varepsilon (\text{coche}) = \frac{150}{24150} = 0,006\ 211... \approx 0,006\ 21 = 0,621 \%$$

$$\Delta (\text{equipo de música}) = |1350 - 1500| = 150 \text{ €}$$

$$\varepsilon (\text{equipo de música}) = \frac{150}{1350} = 0,111... \approx 0,111\ 1 = 11,11 \%$$

Con la aproximación del equipo de música se comete mayor error porque el error relativo es mayor.

- 28 Un supermercado vende cajas de tomates de 3 kg con una variación de 30 g y bolsas de manzanas de 0,5 kg con una variación de 15 g. ¿Qué variación resulta más ventajosa para el supermercado?**

$$\varepsilon (\text{tomates}) = \frac{|3000-30|}{|3000|} = \frac{2970}{3000} = 0,99 = 99 \%$$

$$\varepsilon (\text{manzanas}) = \frac{|500-15|}{|500|} = \frac{485}{500} = 0,97 = 97 \%$$

Por tanto, la variación más ventajosa para el supermercado es la de los tomates.

SOLUCIONES PÁG. 29

- 29 Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor:**

a. $\frac{8}{5}, -\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, -\frac{3}{5}$

Todas las fracciones tienen el mismo denominador, luego es menor la que tiene menor numerador.

$$-\frac{3}{5} < -\frac{2}{5} < \frac{1}{5} < \frac{8}{5}$$

b. $\frac{2}{7}, \frac{2}{3}, \frac{2}{11}, \frac{2}{5}, \frac{2}{9}$

Todas las fracciones tienen el mismo numerador, luego es menor la que tiene mayor denominador.

$$\frac{2}{11} < \frac{2}{7} < \frac{2}{9} < \frac{2}{5} < \frac{2}{3}$$

c. $\frac{3}{2}, -\frac{5}{6}, \frac{5}{4}, -\frac{7}{8}, -\frac{4}{3}$

Se reducen las fracciones a común denominador.

$$\frac{3}{2} = \frac{36}{24}$$

$$-\frac{5}{6} = -\frac{20}{24}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{30}{24}$$

$$-\frac{7}{8} = -\frac{21}{24}$$

$$-\frac{4}{3} = -\frac{32}{24}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{2} = \frac{36}{24} \\ -\frac{5}{6} = -\frac{20}{24} \\ \frac{5}{4} = \frac{30}{24} \\ -\frac{7}{8} = -\frac{21}{24} \\ -\frac{4}{3} = -\frac{32}{24} \end{array} \right\} -\frac{32}{24} < -\frac{21}{24} < -\frac{20}{24} < \frac{30}{24} < \frac{36}{24} \Rightarrow -\frac{4}{3} < -\frac{7}{8} < -\frac{5}{6} < \frac{5}{4} < \frac{3}{2}$$

d. $-\frac{1}{2}, -\frac{4}{5}, -\frac{7}{10}, -\frac{11}{6}$

Se reducen las fracciones a común denominador.

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{1}{2} = -\frac{15}{30} \\ -\frac{4}{5} = -\frac{24}{30} \\ -\frac{7}{10} = -\frac{21}{30} \\ -\frac{11}{6} = -\frac{55}{30} \end{array} \right\} -\frac{55}{30} < -\frac{24}{30} < -\frac{21}{30} < -\frac{15}{30} \Rightarrow -\frac{11}{6} < -\frac{4}{5} < -\frac{7}{10} < -\frac{1}{2}$$

30 Ordena los números de cada serie de menor a mayor.

a. 2,35 ; 3,234 ; 2,347 ; 3,2 ; 3,233 5

$$2,347 < 2,35 < 3,2 < 3,233 5 < 3,234$$

b. -6,21 ; 6,214 ; 6,217 ; -6,3 ; 6,27

$$-6,3 < -6,21 < 6,214 < 6,217 < 6,27$$

c. -5,03 ; -5,3 ; -5,003 ; -5,031 ; -5,013

$$-5,3 < -5,031 < -5,03 < -5,013 < -5,003$$

31 Ordena de menor a mayor.

a. $1,6\overline{7}; 1,6\overline{7}; 1,67; 1,66\overline{7}$

$$1,66\overline{7} < 1,67 < 1,6\overline{7} < 1,6\overline{7}$$

b. $0,236\overline{1}; 0,2361; 0,23\overline{61}; 0,23\overline{6}$

$$0,2361 < 0,236\overline{1} < 0,23\overline{61} < 0,23\overline{6}$$

c. $9,7\overline{7}; 9,7\overline{1}; 9,70\overline{1}; 9,73\overline{1}$

$$9,70\overline{1} < 9,7\overline{1} < 9,73\overline{1} < 9,7\overline{7}$$

32 Expresa en forma decimal, compara y ordena las fracciones de cada serie de mayor a menor.

a. $\frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}$

$$\frac{2}{7} = 0,285..., \frac{2}{9} = 0,222..., \frac{1}{5} = 0,2, \frac{1}{4} = 0,25$$

Por tanto: $\frac{2}{7} > \frac{1}{4} > \frac{2}{9} > \frac{1}{5}$

b. $\frac{7}{6}, \frac{24}{11}, \frac{6}{5}, \frac{8}{3}$

$$\frac{7}{6} = 1,166 6..., \frac{24}{11} = 2,181 8..., \frac{6}{5} = 1,2, \frac{8}{3} = 2,666...$$

Por tanto: $\frac{8}{3} > \frac{24}{11} > \frac{6}{5} > \frac{7}{6}$

c. $-\frac{7}{5}, -\frac{5}{6}, -\frac{4}{3}, -\frac{9}{8}$

$$-\frac{7}{5} = -1,4, \quad -\frac{5}{6} = -0,833..., \quad -\frac{4}{3} = -1,33..., \quad -\frac{9}{8} = -1,125$$

Por tanto: $-\frac{5}{6} > -\frac{9}{8} > -\frac{4}{3} > -\frac{7}{5}$

d. $\frac{5}{4}, \frac{7}{9}, -\frac{12}{11}, \frac{9}{8}$

$$\frac{5}{4} = 1,25, \quad \frac{7}{9} = 0,777..., \quad -\frac{12}{11} = -1,090\ 909..., \quad \frac{9}{8} = 1,125$$

Por tanto: $\frac{5}{4} > \frac{9}{8} > \frac{7}{9} > -\frac{12}{11}$

- 33 Silvia, Miguel y Lola han sido los alumnos más votados en la elección a delegado de clase. Silvia ha recibido la tercera parte de los votos; Miguel, la cuarta parte, y Lola, una sexta parte. Indica en qué orden aparecerán los nombres en el acta de la elección si figuran en orden decreciente de votos.**

Silvia ha recibido $\frac{1}{3}$, Miguel ha recibido $\frac{1}{4}$ y Lola, $\frac{1}{6}$. Como las tres fracciones

tienen el mismo numerador, es mayor la que tiene menos denominador: $\frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6}$.

Los nombres aparecen en el acta en el siguiente orden: Silvia, Miguel y Lola.

- 34 En África vive el 15 % de la población mundial, mientras que en Oceanía se localiza el 0,9 %. Asia tiene aproximadamente el 60,43 % de los habitantes del planeta; Europa, el 11,20 %, y uno de cada cinco habitantes es americano. Ordena los continentes en orden creciente según el número de habitantes.**

África → 15 %

Oceanía → 0,9 %

Asia → 60,43 %

Europa → 11,20 %

América → $\frac{1}{5} = 20 \%$

$0,9 \% < 11,20 \% < 15 \% < 20 \% < 60,43 \%$

Los continentes según el número de habitantes se ordenan del siguiente modo: Oceanía, Europa, África, América y Asia.

35 Halla, en cada caso, un número que esté comprendido entre los números dados. Usa la calculadora si es necesario.

a. $\frac{5}{3}$ y 1,7

Respuesta abierta. Por ejemplo: 1,68

b. $\frac{11}{5}$ y $\sqrt{5}$

Respuesta abierta. Por ejemplo: 2,22

c. $3,\overline{47}$ y 3,538

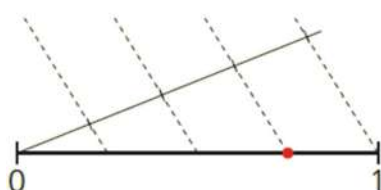
Respuesta abierta. Por ejemplo: 3,475

d. $\frac{17}{10}$ y $\sqrt{3}$

Respuesta abierta. Por ejemplo: 1,721

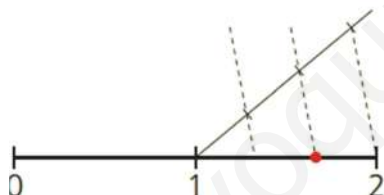
36 Halla el número racional representado en cada caso.

a.



Se ha dividido la unidad en 4 partes y se han cogido 3, por lo tanto: $\frac{3}{4}$.

b.



Se ha dividido la unidad en 3 partes, y se han cogido 5 partes: 3 partes corresponden a lo que va entre 0 y 1, y 2 partes corresponde a lo que va entre

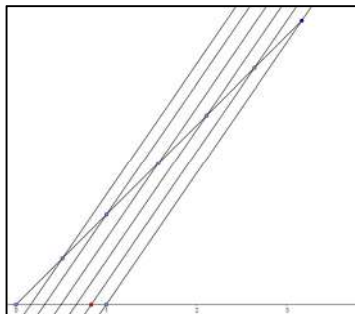
1 y 2. Por lo tanto: $\frac{5}{3}$

37 Actividad resuelta.

38 Representa en la recta numérica los siguientes números:

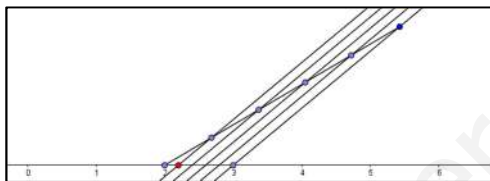
a. $\frac{5}{6}$

Con origen en 0, se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen seis segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto 1 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



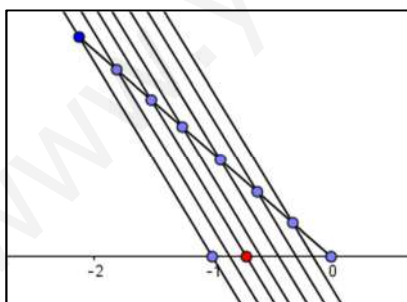
b. $\frac{11}{5}$

Con origen en 2, se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen cinco segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto 3 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



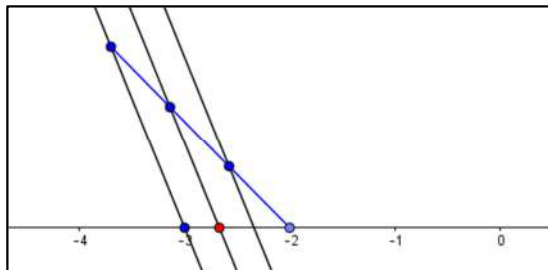
c. $-\frac{5}{7}$

Con origen en 0, se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen siete segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto -1 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



d. $-\frac{8}{3}$

Con origen en -2 , se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen tres segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto -3 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



SOLUCIONES PÁG. 31

39 Determina, en cada caso, si el número cumple la desigualdad que se indica.

- a. $x = 2$ $(-3 < x < 1) \rightarrow$ No la cumple.
- b. $x = -5$ $(x < -4) \rightarrow$ Sí la cumple.
- c. $x = 1$ $(x > 3) \rightarrow$ No la cumple.
- d. $x = 0,25$ $(0 < x < 0,35) \rightarrow$ Sí la cumple.
- e. $x = 2$ $(-1 < x \leq 2) \rightarrow$ Sí la cumple.
- f. $x = 0,001$ $(0 < x) \rightarrow$ Sí la cumple.
- g. $x = -1$ $(x < -1) \rightarrow$ No la cumple.

40 Escribe dos números que pertenezcan a cada uno de los siguientes intervalos:

- a. $[-5, -3] \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $-4, -3$
- b. $(-\infty, 2] \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $-7, 0$
- c. $(5, 6) \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $5,1; 5,99$
- d. $(-\infty, -2) \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $-10, -2,001$
- e. $[3, +\infty) \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $3,001; 27$
- f. $(-4, -3] \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $-3,9; -3,01$

41 Representa en la recta real los siguientes intervalos:

a. $[5, 7]$



b. $[-6, -3)$



c. $[2, +\infty)$



d. $(-\infty, 2)$



e. $(-4, 0)$



f. $(1, 2]$



g. $(-\infty, -3)$



h. $(-\infty, 3]$



i. $[0, 1]$



j. $(0, 1)$



k. $(0, +\infty)$



l. $(-\infty, 0]$



42 Escribe en forma de intervalo cada uno de los siguientes conjuntos de números reales:

a.



$$[-3, 2]$$

b.



$$(-3, 2)$$

c.



$$[-3, 2)$$

d.



$$(-3, 2]$$

43 Expresa cada enunciado haciendo uso de los signos $<$, $\leq$, $>$, $\geq$. Después, escribe y representa cada conjunto.

a. La estatura mínima para montar en una atracción es de 1,20 m.

$$x \geq 1,20; [1,20, +\infty);$$



b. Al menos 3 millones de personas usan Internet.

$$x \geq 3\,000\,000$$



c. El precio de la entrada a un concierto es como mínimo de 20 €, pero no supera los 50 €.

$$20 \leq x \leq 50; [20, 50]$$



d. La velocidad mínima en autovía es de 60 km/h, y la máxima, de 120 km/h.

$$60 \leq x \leq 120; [60, 120]$$



e. La temperatura anual de una región oscila entre 5 °C bajo cero y 39 °C.

$$-5 \leq x \leq 39; [-5, 39]$$



44 Actividad resuelta.

45 Escribe los siguientes conjuntos usando los signos $<$, $\leq$, $>$, $\geq$ y represéntalos gráficamente. Indica, en cada caso, si los números pertenecen o no al correspondiente conjunto.

a. $(-4, 1]$ $a = -4$; $b = 1$; $c = -3,9$

$-4 < x \leq 1$; pertenece al intervalo b y c.



b. $(2, 7)$ $a = 2$; $b = 7,000$; $c = 5$

$2 < x < 7$; pertenece al intervalo c.



c. $(2, +\infty)$ $a = 2$; $b = 5$; $c = -1$

$x > 2$; pertenece a la semirrecta b.



d. $[5, 6]$ $a = 5,3$; $b = 6$; $c = 5$

$5 \leq x \leq 6$; pertenecen al intervalo a, b y c.



e. $(-\infty, -2]$ $a = -1,9$; $b = 6$; $c = -5$

$x \leq -2$; pertenece a la semirrecta c.



46 Expresa en forma de intervalo o semirrecta los siguientes conjuntos, definidos mediante desigualdades:

a. $-1 < x < 0 \rightarrow (-1, 0)$

b. $x \geq -7 \rightarrow [-7, +\infty)$

c. $-2 \leq x \leq -1 \rightarrow [-2, -1]$

d. $x < 8 \rightarrow (-\infty, 8)$

e. $0 \leq x < 9 \rightarrow [0, 9)$

f. $x > -4 \rightarrow (-4, +\infty)$

47 Representa gráficamente los conjuntos de la actividad anterior.

a.



b.



c.



d.



e.



f.



SOLUCIONES PÁG. 32

1. Escribe en forma de fracción irreducible los siguientes números racionales:

a. $\frac{28}{21} = \frac{28:7}{21:7} = \frac{4}{3}$

b. $\frac{275}{-198} = \frac{275:11}{-198:11} = \frac{25}{-18}$

c. $\frac{-105}{-75} = \frac{-105:15}{-75:15} = \frac{7}{5}$

d. $\frac{-147}{126} = \frac{-147:21}{126:21} = \frac{-7}{6}$

e. $\frac{-207}{-117} = \frac{-207:9}{-117:9} = \frac{23}{13}$

2. Calcula la expresión decimal de las fracciones anteriores y clasifícalas.

a. $\frac{28}{21} = 1,333... \text{ (periódico puro)}$

b. $\frac{275}{-198} = -1,388 8... \text{ (periódico mixto)}$

c. $\frac{-105}{-75} = 1,4 \text{ (decimal exacto)}$

d. $\frac{-147}{126} = -1,1666... \text{ (periódico mixto)}$

e. $\frac{-207}{-117} = 1,769 230 769 230... \text{ (periódico puro)}$

www.yoquieroaprobar.es

3. Usa la calculadora y escribe en tu cuaderno las expresiones decimales tal y como se hace en el ejemplo.

$$\frac{1}{3} = 0,3\hat{3} \Rightarrow \frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3} = 2 + 0,3\hat{3}$$

a. $\frac{1}{4} = 0,25 \Rightarrow \frac{25}{4} = 6 + \frac{1}{4} = 6 + 0,25 = 6,25$

b. $\frac{1}{6} = 0,1\hat{6} \Rightarrow \frac{13}{6} = 2 + \frac{1}{6} = 2 + 0,1\hat{6} = 2,1\hat{6}$

c. $\frac{1}{11} = 0,0\bar{9} \Rightarrow \frac{12}{11} = 1 + \frac{1}{11} = 1 + 0,0\bar{9} = 1,0\bar{9}$

d. $\frac{1}{8} = 0,125 \Rightarrow \frac{17}{8} = 2 + \frac{1}{8} = 2 + 0,125 = 2,125$

SOLUCIONES PÁG. 33

- 1 ¿Qué conjunto de números es ampliado por los números racionales? Justifica tu respuesta con ejemplos.

Los números enteros, ya que el cociente de dos números enteros exige la definición del conjunto de los números racionales.

- 2 Investiga sobre la historia de los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$ y elabora una *wiki* con tus compañeros de clase que trate los siguientes puntos:

a. Origen histórico de las diferentes clases de números en diversas épocas y culturas.

b. Sistemas de numeración y escritura de fracciones.

c. Operaciones con números y máquinas de cálculo.

d. Aplicaciones de los conjuntos numéricos en distintas culturas: babilónica, griega, egipcia, china...

e. Números reales y sus aproximaciones con fracciones.

f. Aproximaciones de π y $\sqrt{2}$.

Respuesta abierta.

- 3 Elabora con tus compañeros una *wiki* en la que aparezcan todos los contenidos del mapa conceptual convenientemente explicados. Poned ejemplos de cada uno de los contenidos.

Respuesta abierta.

- 4 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
- El conjunto de los números enteros incluye a los números negativos.
Verdadero
 - Todo número decimal puede expresarse en forma de fracción.
Falso
 - Dos números reales distintos no pueden tener el mismo valor absoluto.
Falso
 - Los números racionales solo pueden representarse en la recta real de forma aproximada.
Falso
 - El error relativo siempre es menor que el absoluto.
Falso

SOLUCIONES PÁG. 34 – REPASO FINAL

NÚMEROS NATURALES, ENTEROS Y RACIONALES

- Expresa cada número entero como diferencia de dos números naturales.
 - $-3 \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $6 - 9$
 - $-7 \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $3 - 10$
 - $-12 \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $12 - 24$
 - $-20 \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $20 - 40$
 - $-30 \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $30 - 60$
 - $0 \rightarrow$ Respuesta abierta. Por ejemplo: $5 - 5$
- Dos números son «amigos» si cada uno de ellos es la suma de los divisores del otro. ¿Son amigos los números 45 y 36? ¿Y los números 220 y 284?
 - Los divisores de 45 son: $\{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$, y los divisores de 36 son: $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$.
Si se suman los divisores de 45, exceptuando él mismo, se tiene que:
 $1 + 3 + 5 + 9 + 15 = 33$
Si se suman los divisores de 36, exceptuando él mismo, se tiene que:
 $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 = 55$; por tanto, 45 y 36 no son números amigos.
 - Los divisores de 220 son: $\{1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, 220\}$, y los divisores de 284 son: $\{1, 2, 4, 71, 142, 284\}$.
Si se suman los divisores de 220, exceptuando él mismo, se tiene que:
 $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$
Si se suman los divisores de 284, exceptuando él mismo, se tiene que:
 $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$; por tanto, 220 y 284 son números amigos.

- 3 Escribe, en cada caso, una fracción equivalente con el denominador que se indica.

a. $\frac{7}{2}$, denominador 24 $\rightarrow \frac{7 \cdot 12}{2 \cdot 12} = \frac{84}{24}$

b. $\frac{64}{15}$, denominador 90 $\rightarrow \frac{64 \cdot 6}{15 \cdot 6} = \frac{384}{90}$

c. $\frac{3}{5}$, denominador 105 $\rightarrow \frac{3 \cdot 21}{5 \cdot 21} = \frac{63}{105}$

d. $\frac{21}{48}$, denominador 400 $\rightarrow \frac{21}{48} = \frac{7}{16} = \frac{7 \cdot 25}{16 \cdot 25} = \frac{175}{400}$

- 4 Halla, en cada caso, el término que falta para que las fracciones sean equivalentes.

a. $\frac{3}{4} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9$

b. $\frac{2}{y} = \frac{-10}{15} \Rightarrow y = \frac{2 \cdot 15}{-10} = -3$

c. $\frac{-5}{-10} = \frac{1}{a} \Rightarrow a = \frac{-10 \cdot 1}{-5} = 2$

d. $\frac{-3}{15} = \frac{b}{-10} \Rightarrow b = \frac{-3 \cdot (-10)}{15} = 2$

e. $-\frac{m}{21} = \frac{12}{14} \Rightarrow m = \frac{21 \cdot 12}{-14} = -18$

f. $-\frac{15}{n} = \frac{-1}{-3} \Rightarrow n = \frac{-15 \cdot (-3)}{-1} = -45$

- 5 Piensa y responde a cada pregunta con una fracción irreducible.

- a. ¿Qué fracción de hora son 12 min?

Una hora tiene 60 minutos, por lo tanto: $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$

- b. ¿Qué fracción de euro son 20 cts.?

Un euro son 100 céntimos, así: $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

- c. ¿Qué fracción de centímetro es un milímetro?

Un centímetro tiene 10 milímetros, por lo tanto: $\frac{1}{10}$

d. ¿Qué fracción de kilómetro son 300 m?

Un kilómetro tiene 1 000 m, por lo tanto. $\frac{300}{1000} = \frac{3}{10}$

NÚMEROS DECIMALES: CLASIFICACIÓN Y CONVERSIÓN

6 Halla el número decimal que corresponde a cada número racional y clasifícalo.

a. $-\frac{21}{20} = -1,05 \rightarrow$ Exacto

b. $\frac{10}{27} = 0,307\ 307... \rightarrow$ Periódico puro

c. $\frac{31}{60} = 0,516\ 66... \rightarrow$ Periódico mixto

d. $-\frac{481}{125} = -3,848 \rightarrow$ Exacto

e. $-\frac{491}{150} = -3,273\ 33... \rightarrow$ Periódico mixto

f. $\frac{1}{7} = 0,142\ 857\ 142... \rightarrow$ Periódico puro

7 Copia en tu cuaderno la tabla y completa los huecos en blanco. (Recuerda que $a\% = \frac{a}{100}$).

Fracción	Porcentaje	Decimal	Fracción	Porcentaje	Decimal
$\frac{18}{25}$			$\frac{18}{25}$	72 %	0,72
	24 %		$\frac{6}{25}$	24 %	0,24
		0,35	$\frac{7}{20}$	35 %	0,35

8 Calcula el número racional que representa cada número decimal.

a. $8,2\overline{4}$

$$100\ N = 824,242\ 424...$$

$$\underline{N = 8,242\ 424...}$$

$$99\ N = 816 \quad \Rightarrow \quad N = \frac{816}{99} = \frac{816 : 3}{99 : 3} = \frac{272}{33}$$

b. $0,0\overline{4}$

$$100\ N = 4,444\ 444...$$

$$\underline{10\ N = 0,444\ 444...}$$

$$90\ N = 4 \quad \Rightarrow \quad N = \frac{4}{90} = \frac{4 : 2}{90 : 2} = \frac{2}{45}$$

c. $8,2\hat{4}$

$$100 N = 824,444\ 444\dots$$

$$\underline{10 N = 82,444\ 444\dots}$$

$$90 N = 742 \quad \Rightarrow N = \frac{742}{90} = \frac{742 : 2}{90 : 2} = \frac{371}{45}$$

d. $7,25 = \frac{725}{100} = \frac{9}{4}$

e. $0,\overline{04}$

$$100 N = 4,040\ 404\dots$$

$$\underline{N = 0,040\ 404\dots}$$

$$99 N = 4 \quad \Rightarrow N = \frac{4}{99}$$

f. $7,2\hat{5}$

$$100 N = 725,555\ 555\dots$$

$$\underline{10 N = 72,555\ 555\dots}$$

$$90 N = 653 \quad \Rightarrow N = \frac{653}{90}$$

9 Formad grupos en clase y realizad la siguiente actividad:

a. Determinad los números decimales que representan las fracciones $\frac{1}{11}$,

$\frac{2}{11}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{4}{11}$ y $\frac{5}{11}$ con ayuda de la calculadora.

0,090 909...; 0,181 818...; 0,272 727...; 0,363 636...; 0,454 545 45...

b. Analizad los resultados y elaborad una hipótesis sobre los números decimales que habéis obtenido.

El período del primer número es 09 y el período de los demás números se obtiene multiplicando 9 por el numerador correspondiente.

c. Hallad los números decimales que corresponden a los números $\frac{6}{11}$, $\frac{7}{11}$ y

$\frac{8}{11}$ comprobad si vuestra conclusión es correcta.

0,545 454...; 0,636 363...; 0,727 272...

d. Comparad con el resto de los grupos las conclusiones que habéis obtenido.

Respuesta abierta.

- 10 Lee atentamente, reflexiona y escribe, en cada caso, dos ejemplos de números que cumplan la condición indicada.**

a. Números enteros, pero no naturales.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 0 y -6

b. Números racionales, pero no enteros.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $\frac{1}{2}$ y $-\frac{4}{5}$

c. Números decimales que tienen infinitos cincos y setes y que no son racionales.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 0,575 5755 57... y 0,757 755 777 555...

d. Números decimales que tienen infinitos cincos y setes y que son racionales.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 0,575 7... y 0,557 557...

e. Números reales que no son racionales y que se suelen expresar mediante un símbolo.

Respuesta abierta. Por ejemplo: Φ y π

- 11 Piensa y clasifica los números decimales que corresponden a estas fracciones sin efectuar la división:**

a. $\frac{31}{7}$ → Periódico puro, porque al descomponer el denominador en producto de

factores, no contiene ni al 2 ni al 5.

b. $-\frac{19}{12}$ → Periódico mixto, porque al descomponer el denominador en producto

de factores primos, contiene al 2 o al 5 y además a otros números primos.

c. $\frac{45}{80}$ → Decimal exacto, porque al descomponer el denominador en producto de

factores primos, contiene al 2, al 5 o a ambos.

d. $\frac{49}{21}$ → Periódico puro, porque al descomponer el denominador en producto de

factores, no contiene ni al 2 ni al 5.

e. $-\frac{21}{13} \rightarrow$ Periódico puro, porque al descomponer el denominador en producto de

factores, no contiene ni al 2 ni al 5.

f. $-\frac{18}{11} \rightarrow$ Periódico puro, porque al descomponer el denominador en producto de

factores, no contiene ni al 2 ni al 5.

SOLUCIONES PÁG. 35

NÚMEROS DECIMALES: CLASIFICACIÓN Y CONVERSIÓN

12 Copia la tabla en tu cuaderno y escribe cada número según el menor conjunto al que pertenezca:

$\frac{-6}{-3}$	$\sqrt{2} + 1$	2,345 345...	-6	$16,\overline{27}$	$\sqrt{23}$	
$\frac{12}{-4}$	1,232 23...	1,25	$\frac{2\pi}{3}$	0	$-\frac{3}{7}$	23

N	
Z	
Q	
I	
R	

N	$-\frac{6}{-3}; 23$
Z	$-6; \frac{12}{-4}; 0$
Q	$2,345\ 345...; 16,\overline{27}; 1,25; -\frac{3}{7}$
I	$\sqrt{2} + 1; 1,232\ 23...; \sqrt{23}; \frac{2\pi}{3}$
R	Todos los números son reales

13 Piensa y escribe, en cada caso, un número que cumpla la condición indicada.

a. Un número racional negativo que no sea entero.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $-\frac{1}{3}$

b. Un número entero que no sea natural.

Respuesta abierta. Por ejemplo: -6

c. Un número que sea real, pero no racional.

Respuesta abierta. Por ejemplo: π

d. Un número que sea real, pero no irracional.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 1,5

14 Expresa con un número decimal positivo o negativo cada una de las siguientes situaciones:

- a. El saldo a mi favor en la cuenta es de 286,50 €. $\rightarrow +286,50$
- b. La temperatura media del planeta durante el año 2012 ha aumentado 0,45 °C.
 $\rightarrow +0,45$
- c. El saldo a favor del banco en la cuenta es de 151,25 €. $\rightarrow -151,25$
- d. La capa de ozono se reduce aproximadamente un 2 % cada año. $\rightarrow -2 \%$

15 Escribe un número que cumpla cada una de las condiciones pedidas.

a. Número decimal periódico entre 2,5 y 2,55.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 2,511 11...

b. Número irracional entre 2 y 3.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $\sqrt{5}$

c. Número racional entre 4,5 y 4,6.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 4,555...

d. Número irracional entre 9,1 y 9,2.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $\sqrt{84}$

16 Calcula, en cada caso, la diagonal aplicando el teorema de Pitágoras e indica si la solución es un número irracional.

a. Rectángulo de 3 cm de largo y 4 cm de alto.

$$d^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow d^2 = 25 \Rightarrow d = \sqrt{25} = 5$$

Racional: 5 cm

b. Rectángulo de 8 m de largo y 7 m de alto.

$$d^2 = 8^2 + 7^2 \Rightarrow d^2 = 113 \Rightarrow d = \sqrt{113}$$

Irracional: $\sqrt{113}$ m

17 Actividad resuelta.

18 Simplifica las expresiones cuando sea posible.

a. $\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

b. $\sqrt{5} + \sqrt{11} \rightarrow$ No se puede simplificar.

c. $3\pi + 7\pi - 2\pi = 10\pi - 2\pi = 8\pi$

d. $4\sqrt{7} - 2 + 3\sqrt{7} + 5 = 7\sqrt{7} + 3$

19 Halla, en cada caso, el valor absoluto.

a. $\frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

b. $-6 \cdot \sqrt{11} = 6 \cdot \sqrt{11}$

c. $-5\pi = 5\pi$

- 20 Observa atentamente este vídeo sobre el descubrimiento de los números irracionales y responde a las siguientes preguntas:

<https://www.youtube.com/watch?v=kXx6p46gS1E>



- a. ¿A quién se le atribuye este descubrimiento?

Hipaso de Metaponto.

- b. ¿Qué supuso tal hallazgo para los pitagóricos?

El descubrimiento puso en duda el principio pitagórico de que la realidad se podía describir mediante números enteros y racionales.

- c. ¿Qué números irracionales se mencionan en el vídeo?

π ; e, Φ y 2

APROXIMACIONES Y ERRORES

- 21 Usa la calculadora y redondea a las milésimas.

a. $\sqrt{6} + 2\sqrt{3} = 5,914$

b. $\pi + 3\sqrt{2} = 7,384$

c. $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$

d. $\pi^2 = 9,870$

e. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{5} = 5,916$

f. $-\sqrt{5} - 2\sqrt{3} = -5,700$

- 22 Con la ayuda de la calculadora, aproxima a las centésimas por exceso y por defecto los siguientes números:

a. $\sqrt{28}$

c. $\frac{21}{19}$

e. $\sqrt{80}$

b. $\frac{45}{7}$

d. $21,5\overline{12}$

f. $9,0\overline{3}$

Número	Por exceso	Por defecto
$\sqrt{28}$	5,30	5,29
$\frac{45}{7}$	6,43	6,42
$\frac{21}{19}$	1,11	1,10
$\sqrt{80}$	8,95	8,94
$21,5\overline{12}$	21,52	21,51
$9,0\overline{3}$	9,04	9,03

SOLUCIONES PÁG. 36

- 23 Redondea a las milésimas cada número irracional y después calcula un valor aproximado para cada expresión.**

a. $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$

b. $\frac{3\pi}{8} = 1,178$

c. $\sqrt{5} - 6 = -3,764$

d. $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618$

e. $2\sqrt{7} - 9 = -3,708$

f. $\frac{1}{3} - \frac{\pi}{2} = -1,237$

- 24 Aproxima a las centésimas el área de un círculo de 5 m de radio.**

$$A = \pi \cdot 5^2 = 78,5398\dots$$

El área es 78,54 m².

- 25 Miguel cruza en diagonal un parque rectangular de 8 km de largo y 7 km de ancho. Calcula aproximadamente los kilómetros que recorre. ¿Es razonable dar el resultado con tres cifras decimales? Razona tu respuesta.**

Miguel recorre:

$$d^2 = 8^2 + 7^2 \Rightarrow d^2 = 113 \Rightarrow d = \sqrt{113} = 10,630\ 145\ 81\dots \text{ km} \approx 10,630 \text{ km.}$$

El resultado, expresado con tres cifras decimales, se corresponde con una aproximación a los metros, por lo que es una aproximación razonable en el contexto del problema.

- 26 Carlos va a cercar un terreno con forma circular de 15 m de radio. Calcula cuántos metros de valla necesita comprar aproximadamente.**

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 15 = 94,247\ 779\dots$$

Necesita comprar 95 m de valla.

- 27 En un campamento para refugiados se dispone de 500 kg de arroz al día para alimentar a 3 500 personas.**

- a. Calcula la ración diaria que recibe cada persona.**

$$500 : 3\ 500 = 0,142\ 857\ 142\dots$$

Cada persona recibe una cantidad diaria de 0,142 kg.

- b. ¿Se puede redondear por exceso el resultado? Razona tu respuesta.**

No se puede redondear por exceso porque al multiplicar 0,143 por 3 500 se obtendría una cantidad de arroz superior a la cantidad de que se dispone.

- 28 Con la ayuda de la calculadora, redondea el error relativo que se comete al aproximar $\frac{11}{32}$ por los siguientes números decimales:

a. 0,3

$$\frac{11}{32} = 0,34375$$

$$\varepsilon = \frac{|0,34375 - 0,3|}{|0,34375|} = \frac{0,04375}{0,34375} = 0,127$$

b. 0,34

$$\varepsilon = \frac{|0,34375 - 0,34|}{|0,34375|} = \frac{0,00375}{0,34375} = 0,011$$

c. 0,4

$$\frac{|0,34375 - 0,4|}{|0,34375|} = \frac{0,05625}{0,34375} = 0,164$$

d. 0,3438

$$\frac{|0,34375 - 0,3438|}{|0,34375|} = \frac{0,00005}{0,34375} = 0,0001$$

- 29 Entra en esta página web y calcula los errores relativos y los errores absolutos que se cometen al realizar las aproximaciones que se indican. Después, verifica las soluciones que has obtenido pulsando sobre Comprobar.

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esomatematicas/3quincena1/3q1_ejercicios_resueltos_5b.htm

Respuesta abierta.

- 30 La tarifa Casa Óptima de electricidad es de 0,050 789 71 €/kWh, y el consumo medio anual de una familia es de 9 500 kWh.

a. Calcula el valor exacto del consumo anual con la ayuda de la calculadora. Después, redondea adecuadamente el valor obtenido.

El valor exacto es 482,502 245 €, y el valor aproximado, 482,50 €.

b. ¿Cuál es el error relativo cometido en la aproximación anterior?

$$\varepsilon = \frac{|482,502245 - 482,50|}{|482,502245|} = \frac{0,002245}{482,502245} = 0,0000047$$

c. Copia la tabla en tu cuaderno y redondea el precio del kilovatio hora según se indica. Después, calcula el importe de la factura anual.

	Diezmilésimas	Milésimas	Centésimas
Precio del kWh			
Importe			

	Diezmilésimas	Milésimas	Centésimas
Redondeo del kWh	0,0508 €	0,051 €	0,05 €
Importe	482,6 €	484,5 €	475 €

- d. Calcula el error relativo que se comete en cada uno de los casos anteriores.

Los errores relativos son, respectivamente:

$$\varepsilon = \frac{|482,502\,245 - 482,6|}{|482,502\,245|} = \frac{0,097\,755}{482,502\,245} = 0,000\,20$$

$$\varepsilon = \frac{|482,502\,245 - 484,5|}{|482,502\,245|} = \frac{1,997\,755}{482,502\,245} = 0,000\,046\,5$$

$$\varepsilon = \frac{|482,502\,245 - 475|}{|482,502\,245|} = \frac{7,502\,245}{482,502\,245} = 0,015\,55$$

- e. Compara los resultados anteriores con el error obtenido en el apartado b. y explica si efectuar primero los redondeos y después las operaciones influye en el error cometido.

Los errores relativos son mayores que en el apartado b.; por tanto, es mejor efectuar las operaciones y después redondear el resultado.

- 31 Los errores relativos de dos aproximaciones de un número son 0,001 y 0,01. ¿Cuál de las dos es más exacta? Razona la respuesta.
Es más exacta la que menor error relativo tiene.

COMPARACIÓN, ORDENACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

- 32 Ordena los siguientes números de menor a mayor usando la calculadora:

a. $\frac{5}{4}, \frac{28}{9}, \frac{18}{11}, \frac{113}{90}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5}{4} = 1,25 \\ \frac{28}{9} = 3,1 \\ \frac{18}{11} = 1,63 \\ \frac{113}{90} = 1,25 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5}{4} < \frac{113}{90} < \frac{18}{11} < \frac{28}{9}$$

b. $-\frac{1}{3}, -\frac{3}{4}, -\frac{7}{2}, -\frac{4}{9}$

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{1}{3} = -0,3 \\ -\frac{3}{4} = -0,75 \\ -\frac{7}{2} = -3,5 \\ -\frac{4}{9} = -0,4 \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{7}{2} < -\frac{3}{4} < -\frac{4}{9} < -\frac{1}{3}$$

c. $3,0\overline{6}; 3,\overline{06}; 3,66; 3,\overline{60}$

$$3,0\overline{6} < 3,\overline{06} < 3,\overline{60} < 3,66$$

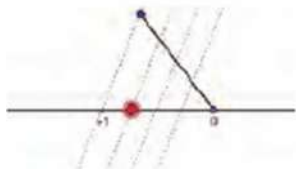
d. $-0,5; -2,75; -0,75; -1,2$

$$-2,75 < -1,2 < -0,75 < -0,5$$

33 Representa los siguientes números racionales:

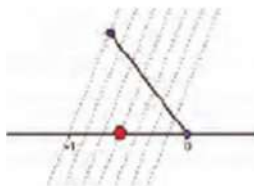
a. $-\frac{3}{4}$

Con origen en 0, se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen cuatro segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto -1 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



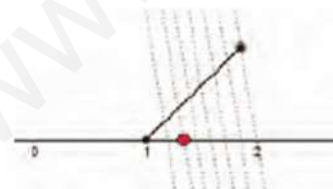
b. $-\frac{4}{7}$

Con origen en 0, se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen siete segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto -1 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



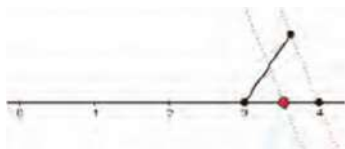
c. $\frac{9}{7}$

Con origen en 1, se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen siete segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto 2 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



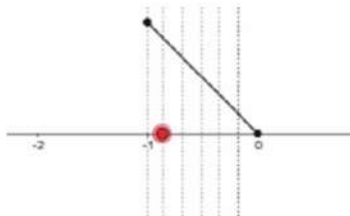
d. $\frac{7}{2}$

Con origen en 3, se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen dos segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto 4 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



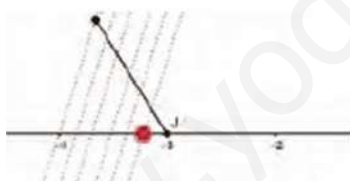
e. $-\frac{5}{6}$

Con origen en 0, se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen seis segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto -1 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



f. $-\frac{19}{6}$

Con origen en -3 , se traza una semirrecta. Sobre ella se construyen seis segmentos iguales y consecutivos. El último punto de la semirrecta se une con el punto -4 y se trazan rectas paralelas en cada uno de los puntos de la semirrecta.



- 34 Una empresa dedica la cuarta parte de su presupuesto a comprar materiales, el 5 % a publicidad y las tres quintas partes a pagar a sus empleados.

Ordena de menor a mayor los gastos de la empresa. (Recuerda que $a\% = \frac{a}{100}$).

Los gastos de la empresa, ordenados de menor a mayor, son: publicidad (5 %), compra de materiales (25 %) y pago a los empleados (60 %).

SOLUCIONES PÁG. 37

INTERVALOS

35 Representa en la recta los siguientes conjuntos:

a. $[-2, 3)$



b. $(-\infty, 2]$



c. $(-5, -3)$



d. $[-1, 0]$



e. $[-1, +\infty)$



f. $(-\infty, -3)$



36 Escribe en forma de intervalo o semirrecta y representa gráficamente los números, x , que cumplen que:

a. $-2 < x < 4$

$(-2, 4)$



b. $x \geq 5$

$[5, +\infty)$



c. $3 < x \leq 4$

$(3, 4]$



d. $-2 \leq x \leq -1$

$[-2, -1]$



e. $x < 7$

$(-\infty, 7)$



f. $x \geq 0$

$[0, +\infty)$



37 Escribe cada conjunto en forma de semirrecta o intervalo y represéntalo usando los símbolos $<$, $\leq$, $>$ y $\geq$.

a.



$[0, 2]$

b.



$(-2, 0]$

c.



$[1, 3)$

d.



$[5, +\infty)$

38 Actividad resuelta.

39 Escribe como unión de intervalos o semirrectas:

a. Los números que están entre 0 y 1, ambos inclusive, o los que están entre 3 y 5.

$[0, 1] \cup (3, 5)$

b. Los números que están entre 3 y 4 o entre 5 y 6.

$(3, 4) \cup (5, 6)$

40 Determina si $x = -2$ pertenece al conjunto: $(-5, -4) \cup [-3, 0]$

-2 pertenece al intervalo $[-3, 0]$. Por tanto, pertenece al conjunto.

41 Escribe en forma de unión o intersección de semirrectas o intervalos y representa en la recta los números, x , que cumplen que:

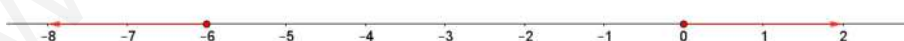
a. $x < -1$ o $x > 1$

$(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$



b. $x \leq -6$ o $x \geq 0$

$(-\infty, -6] \cup [0, +\infty)$



c. $-2 < x < -1$ o $3 < x < 7$

(nota: en la primera edición del libro del alumno el primer intervalo pone $2 < x < -1$, y debe ser $-2 < x < -1$)

$(-2, -1) \cup (3, 7)$



d. $-1 \leq x \leq 2$ o $4 < x < 5$

(nota: en la primera edición del libro del alumno el primer intervalo pone $1 \leq x \leq 2$, y debe ser $-1 \leq x \leq 2$)

$[-1, 2] \cup (4, 5)$



EVALUACIÓN

1 Indica cuál es la menor de estas fracciones:

- a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{5}{9}$ c. $\frac{8}{10}$ d. $\frac{13}{12}$

Se realiza la división, y la que tenga menor cociente es la menor.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} = 0,\widehat{6} \\ \frac{5}{9} = 0,\widehat{5} \\ \frac{8}{10} = 0,8 \\ \frac{13}{12} = 1,08\widehat{3} \end{array} \right\}$$

2 Señala en qué caso las fracciones corresponden a un mismo número racional.

- a. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{15}$ y $\frac{5}{6}$ c. $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{4}{12}$ y $\frac{14}{21}$
 b. $\frac{1}{7}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{7}{15}$ y $\frac{1}{8}$ d. $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{18}{100}$ y $\frac{1}{7}$

Porque son todas equivalentes.

3 Indica cuál es la fracción generatriz de $1,2\widehat{4}$.

- a. $\frac{112}{90}$ b. $\frac{124}{90}$ c. $\frac{124}{99}$ d. $\frac{112}{99}$

$$100 N = 124,444 \ 444 \dots$$

$$\underline{10 N = 12,444 \ 444 \dots}$$

$$90 N = 112 \quad \Rightarrow \quad N = \frac{112}{90}$$

4 Indica cuál de estos números no es racional:

- a. 209,209 209 209 209...
 b. 1,101 001 000 100 001 000 001 000 000 1...
 c. 7,777 777 777 777 777 777 777 777 777...
 d. 12 345,823 478 234 7...

5 Señala cuál es el resultado de aproximar a las milésimas por redondeo el número 3,096 783.

- a. 3,096 b. 3,09 c. 3,0967 d. 3,097

6 ¿Cuál es el error relativo que se comete al aproximar $\frac{12}{7}$ por 1,7?

- a. $\frac{1}{7}$ b. $\frac{12}{7}$ c. $\frac{2}{70}$ d. $\frac{1}{120}$

$$\varepsilon = \frac{\left| \frac{12}{7} - \frac{17}{10} \right|}{\frac{12}{7}} = \frac{\left| \frac{1}{70} \right|}{\frac{12}{7}} = \frac{1}{70} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{840} = \frac{1}{120}$$

7 ¿A qué número racional corresponde esta representación?



- a. $\frac{9}{7}$ b. $\frac{3}{7}$ c. $\frac{2}{7}$ d. $\frac{3}{8}$

(Nota: en la primera edición del libro del alumno, en el apartado a. pone $\frac{10}{7}$ y debe poner $\frac{9}{7}$)

Se ha dividido la unidad en 7 partes, y se han cogido 9 partes: 7 partes corresponden a lo que va entre 0 y 1, y 2 partes corresponden a lo que va entre 1 y

2. Por lo tanto: $\frac{9}{7}$

8 ¿Cuál de estas expresiones corresponde al intervalo (2, 4]?

- a. $2 < x < 4$ b. $2 < x \leq 4$ c. $2 \leq x < 4$ d. $2 \leq x \leq 4$

El intervalo está formado por todos los números reales comprendidos entre 2, sin incluir, y 4, incluido.