

PROBLEMAS DE GRIFOS, FUENTES Y MANANTIALES

Un tanque tiene tres grifos, los tres abiertos lo llenan en dos horas. Si se abren solo dos, se llena en 5 horas. ¿Cuánto se tarda en llenarlo con un solo grifo abierto?

Solución

Los tres grifos A, B y C llenan el tanque en 2 horas

Sea x la cantidad de agua que el grifo A echa.

Sea y la cantidad de agua que el grifo B echa.

Sea z la cantidad de agua que el grifo C echa.

Luego, los tres grifos juntos, en una hora, llenan la mitad del tanque:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2} \text{ ecuación 1}$$

Los dos grifos juntos A y B, en una hora, llenan una quinta parte del tanque:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \text{ ecuación 2}$$

Por tanto, un grifo solo, C, llenará (sustituimos el valor de la ecuación 2 en la ecuación 1)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{z} = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \quad \text{ecuación 1}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{3}{10}$$

$$3z = 10$$

$$z = \frac{10}{3} = 3h 20' \text{ tarda en llenarlo el grifo C}$$

Dos conductos A y B, llenan un estanque en 20 horas. Si el conducto B fuera de desagüe, se tardaría en llenar 52 horas. ¿En qué tiempo se llenará el estanque, estando abierto solamente el conducto A, y qué tiempo, solamente con B?

Solución

Sea “x” el tiempo que tarda en llenarse el estanque con el conducto A, e “y” tiempo que llenarse con el conducto B.

Si en 20 horas llenan un estanque

En 1 hora llenarán: $1/x + 1/y = 1/20$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \text{ ecuación 1}$$

De la misma manera vamos a calcular el tiempo siendo el conducto B de desagüe:

Si en 52 horas llenan un estanque

En 1 hora llenarán: $1/x - 1/y = 1/52$

Por tanto tenemos:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{52} \text{ ecuación 2}$$

Luego, sumando miembro a miembro la ecuación 1 y 2

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \text{ ecuación 1}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{52} \text{ ecuación 2}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{20} + \frac{1}{52} = \frac{18}{260}$$

$$x = \frac{2 \times 260}{18} = 28,8 \text{ horas tarda en llenarse el estanque con el conducto A}$$

Sustituyendo su valor en la ecuación 1, tenemos:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \text{ ecuación 1}$$

$$\frac{1}{\frac{260}{9}} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{9}{260} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$$

$$9y + 260 = 13y$$

$$4y = 260$$

$$y = \frac{260}{4} = 65 \text{ horas tarda en llenarse el estanque con el conducto B}$$