Método de derivación logarítmica:

Este método se puede usar para calcular cualquier derivada, pero fundamentalmente se utiliza en las derivadas de:

Funciones **potencio-exponenciales**.

Ejemplo1:

Calculo de la derivada de: $f(x) = (3x)^{x^2+1}$

1° Tomamos logaritmo neperiano del primer y segundo miembro y desarrollamos al máximo utilizando las propiedades de los logaritmos:

$$L f(x) = L (3x)^{x^2+1} \quad \text{por lo tanto} \quad L f(x) = (x^2 + 1) L (3x)$$

2° derivamos el primer y segundo miembro de la expresión resultante:

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 2x L (3x) + (x^2 + 1) \cdot \frac{3}{3x}$$

3° Se despeja $f'(x)$ y se sustituye $f(x)$ por su valor inicial:

$$f'(x) = \left[2x L (3x) + \frac{(x^2 + 1)}{x} \right] (3x)^{x^2+1}$$

Ejemplo2:

Calculo de la derivada de: $f(x) = (Lx)^{\text{sen } 2x}$

1° Tomamos logaritmo neperiano del primer y segundo miembro y desarrollamos al máximo utilizando las propiedades de los logaritmos:

$$L f(x) = L (Lx)^{\text{sen } 2x} \quad \text{por lo tanto} \quad L f(x) = (\text{sen } 2x) L (Lx)$$

2° derivamos el primer y segundo miembro de la expresión resultante:

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = (2 \cos 2x) L (Lx) + (\text{sen } 2x) \cdot \frac{1}{Lx}$$

3° Se despeja $f'(x)$ y se sustituye $f(x)$ por su valor inicial:

$$f'(x) = \left[(2 \cos 2x) L (Lx) + \frac{\text{sen } 2x}{xLx} \right] (Lx)^{\text{sen } 2x}$$

Ejemplo3:

Calculo de la derivada de: $f(x) = (tg x)^{Lx}$

1º Tomamos logaritmo neperiano del primer y segundo miembro y desarrollamos al máximo utilizando las propiedades de los logaritmos:

$$L f(x) = L (tg x)^{Lx} \quad \text{por lo tanto} \quad L f(x) = (Lx) L (tg x)$$

2º derivamos el primer y segundo miembro de la expresión resultante:

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \left(\frac{1}{x}\right) L (tg x) + (Lx) \cdot \frac{1+tg^2 x}{tg x}$$

3º Se despeja $f'(x)$ y se sustituye $f(x)$ por su valor inicial:

$$f'(x) = \left[\frac{L (tg x)}{x} + \frac{(1+tg^2 x) \cdot Lx}{tg x} \right] (tg x)^{Lx}$$

Ejemplo4:

Calculo de la derivada de: $f(x) = \left(\frac{senx}{x}\right)^{sen 2x}$

$$\text{Solución: } f'(x) = \left[L\left(\frac{senx}{x}\right) + \frac{x \cdot \cos x}{sen x} - 1 \right] \left(\frac{sen x}{x}\right)^x$$

Ejemplo5:

Calculo de la derivada de: $f(x) = x^{e^x}$

$$\text{Solución: } f'(x) = x^{e^x} e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$$

Ejercicios propuestos:

Calcula:

Ejercicio: $f(x) = (x)^{tg x}$

$$\text{Solución: } f'(x) = tg x \cdot x^{tg x - 1} + x^{tg x} \cdot Lx \cdot (1 + tg^2 x)$$

Ejercicio: $f(x) = (sen x)^{\cos x}$

$$\text{Solución: } f'(x) = \cos x (sen x)^{\cos x - 1} \cdot \cos x + (sen x)^{\cos x} \cdot (Lsen x) \cdot (-sen x) = \cos^2 x (sen x)^{\cos x - 1} - (sen x)^{\cos x} (Lsen x) \cdot sen x$$

Ejercicio: $f(x) = (sen x)^{sen x}$

$$\text{Solución: } f'(x) = sen x (sen x)^{sen x - 1} \cdot \cos x + (sen x)^{sen x} \cdot Lsen x \cdot \cos x$$

Ejercicio: $f(x) = (sen x)^x$

$$\text{Solución: } f'(x) = x (sen x)^{x-1} \cdot \cos x + (sen x)^x \cdot Lsen x \cdot \cos x$$