

1.4.2. Sistemas de Ecuaciones Exponenciales:

Problema 113 Resolver el sistema de ecuaciones exponenciales:

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 6^y = 40 \\ 2 \cdot 4^x - 6^y = -88 \end{cases}$$

Solución

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 6^y = 40 \\ 2 \cdot 4^x - 6^y = -88 \end{cases} \implies \begin{cases} 4 \cdot 4^x - 6^y = 40 \\ 2 \cdot 4^x - 6^y = -88 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $4^x = u$ y $6^y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 4u - v = 40 \\ 2u - v = -88 \end{cases} \implies \begin{cases} u = 64 \\ v = 216 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} 4^x = u = 64 \\ 6^y = v = 216 \end{cases} \implies \begin{cases} 4^x = 4^3 \\ 6^y = 6^3 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Problema 114 Resolver el sistema de ecuaciones exponenciales:

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases}$$

Solución

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases} \implies \begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 4 \cdot 2^x + 5 \cdot 5^y = 41 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $2^x = u$ y $5^y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} u + v = 9 \\ 4u + 5v = 41 \end{cases} \implies \begin{cases} u = 4 \\ v = 5 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} 2^x = u = 4 \\ 5^y = v = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} 2^x = 2^2 \\ 5^y = 5^1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Problema 115 Resolver el sistema de ecuaciones exponenciales:

$$\begin{cases} 2^{x-1} + 3^{y+1} = 4 \\ 2^{x+1} - 3^{y+1} = 5 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2^{x-1} + 3^{y+1} = 4 \\ 2^{x+1} - 3^{y+1} = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} \frac{2^x}{2} + 3 \cdot 3^y = 4 \\ 2 \cdot 2^x - 3 \cdot 3^y = 5 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $2^x = u$ y $3^y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \frac{u}{2} + 3v = 4 \\ 2u - 3v = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} u = \frac{18}{5} \\ v = \frac{11}{15} \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} 2^x = u = \frac{18}{5} \\ 3^y = v = \frac{11}{15} \end{cases} \implies \begin{cases} x \log 2 = \log \frac{18}{5} \\ y \log 3 = \log \frac{11}{15} \end{cases} \implies \begin{cases} x = \frac{\log \frac{18}{5}}{\log 2} = 1,847996906 \\ y = \frac{\log \frac{11}{15}}{\log 3} = -0,2823151820 \end{cases}$$

Problema 116 Resolver el sistema de ecuaciones exponenciales:

$$\begin{cases} 2^{x+1} - 3^{y-1} = 4 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} = 5 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2^{x+1} - 3^{y-1} = 4 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} 2 \cdot 2^x - \frac{3^y}{3} = 4 \\ 2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^y = 5 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $2^x = u$ y $3^y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 2u - \frac{v}{3} = 4 \\ 2u + 3v = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} u = \frac{41}{20} = 2,05 \\ v = \frac{3}{10} = 0,3 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} 2^x = u = \frac{41}{20} \\ 3^y = v = \frac{3}{10} \end{cases} \implies \begin{cases} x \log 2 = \log \frac{41}{20} \\ y \log 3 = \log \frac{3}{10} \end{cases} \implies \begin{cases} x = \frac{\log \frac{41}{20}}{\log 2} = 1,035623909 \\ y = \frac{\log \frac{3}{10}}{\log 3} = -1,095903274 \end{cases}$$

Problema 117 Resolver el sistema de ecuaciones exponenciales:

$$\begin{cases} 2^{x+1} - 3^{y-1} = 3 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} = 4 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2^{x+1} - 3^{y-1} = 3 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} = 4 \end{cases} \implies \begin{cases} 2 \cdot 2^x - \frac{3^y}{3} = 3 \\ 2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^y = 4 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $2^x = u$ y $3^y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 2u - \frac{v}{3} = 3 \\ 2u + 3v = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \frac{31}{20} = 1,55 \\ v = \frac{3}{10} = 0,3 \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} 2^x = u = \frac{31}{20} \\ 3^y = v = \frac{3}{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \log 2 = \log \frac{31}{20} \\ y \log 3 = \log \frac{3}{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\log \frac{31}{20}}{\log 2} = 0,6322682154 \\ y = \frac{\log \frac{3}{10}}{\log 3} = -1,095903274 \end{cases}$$

Problema 118 Resolver el sistema de ecuaciones exponenciales:

$$\begin{cases} 2^{x+1} - 3^{y-1} = 1 \\ 2^{x-1} + 3^{y+1} = 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2^{x+1} - 3^{y-1} = 1 \\ 2^{x-1} + 3^{y+1} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2^x - \frac{3^y}{3} = 1 \\ \frac{2^x}{2} + 3 \cdot 3^y = 2 \end{cases}$$

Haciendo el cambio de variables $2^x = u$ y $3^y = v$ el sistema quedará de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 2u - \frac{v}{3} = 1 \\ \frac{u}{2} + 3v = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6u - v = 3 \\ u + 6v = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \frac{22}{37} \\ v = \frac{21}{37} \end{cases}$$

Deshaciendo el cambio de variables nos quedaría:

$$\begin{cases} 2^x = u = \frac{22}{37} \\ 3^y = v = \frac{21}{37} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \log 2 = \log \frac{22}{37} \\ y \log 3 = \log \frac{21}{37} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\log \frac{22}{37}}{\log 2} = -0,7500217469 \\ y = \frac{\log \frac{21}{37}}{\log 3} = -0,5155553790 \end{cases}$$

Problema 119

$$\begin{cases} 3^{x-1} + 2^{y+1} = 2 \\ 3^x - 2^y = 3 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \frac{3^x}{3} + 2 \cdot 2^y = 2 \\ 3^x - 2^y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{u}{3} + 2v = 2 \\ u - v = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} u = \frac{27}{7} = 3^x \Rightarrow x = 1,22876 \\ v = \frac{13}{7} = 2^y \Rightarrow y = 0,89385 \end{cases}$$

Problema 120

$$\begin{cases} 2^{x-1} + 3^{y+1} = 5 \\ 2^x - 3^y = 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \frac{2^x}{2} + 3 \cdot 3^y = 5 \\ 2^x - 3^y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{u}{2} + 3v = 5 \\ u - v = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \frac{22}{7} = 2^x \Rightarrow x = 1,65208 \\ v = \frac{8}{7} = 3^y \Rightarrow y = 0,12154 \end{cases}$$

Problema 121

$$\begin{cases} 3^{x-2} + 2^y = 1 \\ 2^x + 3 \cdot 2^y = 5 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \frac{3^x}{9} + 2^y = 1 \\ 3^x + 3 \cdot 2^y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{u}{9} + v = 1 \\ u + 3v = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 3 = 3^x \Rightarrow x = 1 \\ v = \frac{2}{3} = 2^y \Rightarrow y = -0,585 \end{cases}$$

Problema 122

$$\begin{cases} 2^x - 3^y = 1 \\ 2^x + 3^y = 3 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2^x - 3^y = 1 \\ 2^x + 3^y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u - v = 1 \\ u + v = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 2 = 2^x \Rightarrow x = 1 \\ v = 1 = 3^y \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Problema 123

$$\begin{cases} 2^{x+2} - 3^y = 1 \\ 2^x + 2 \cdot 3^y = 3 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2 \cdot 2^x - 3^y = 1 \\ 2^x + 2 \cdot 3^y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u - v = 1 \\ u + 2v = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 1 = 2^x \Rightarrow x = 0 \\ v = 1 = 3^y \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Problema 124

$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 2 \\ 2^{x+1} - 3^y = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 2 \\ 2 \cdot 2^x - 3^y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u + v = 2 \\ 2u - v = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 1 = 2^x \Rightarrow x = 0 \\ v = 1 = 3^y \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Problema 125 Unos problemas para ejercitarse:

1.

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 4 \cdot 7^y = -172 \\ 7 \cdot 2^x + 2 \cdot 7^y = 154 \end{cases}$$

Sol: $x = 3$; $y = 2$

2.

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 6^y = 40 \\ 2 \cdot 4^x - 6^y = -88 \end{cases}$$

Sol: $x = 3$; $y = 3$

3.

$$\begin{cases} 2 \cdot 3^{x+1} - 5^{y+2} = -2639 \\ 4 \cdot 3^x + 5^y = 449 \end{cases}$$

Sol: $x = 4$; $y = 4$

4.

$$\begin{cases} 3^x + 2^y = 31 \\ 3^{x+1} - 2^{y+2} = 65 \end{cases}$$

Sol: $x = 3$; $y = 2$

5.

$$\begin{cases} 5^{x+y} = 25^3 \\ 3^{x-y} = 25 \end{cases}$$

Sol: $x = 4$; $y = 2$

6.

$$\begin{cases} 15 \cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \\ 3 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^{y+1} = 807 \end{cases}$$

Sol: $x = 3$; $y = 2$

7.

$$\begin{cases} a^{x+y} = a^4 \\ a^{x-y} = a^2 \end{cases}$$

Sol: $x = 3$; $y = 1$

8.

$$\begin{cases} 8^y \cdot 2^{2x} = 128 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} = 27 \end{cases}$$

Sol: $x = -70$; $y = 49$

9.

$$\begin{cases} 3^{3x-y} = \sqrt{3^{10}} \\ 3^{2x+y} = 3 \end{cases}$$

Sol: $x = \frac{6}{5}$; $y = -\frac{7}{5}$

10.

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -6 \\ 4 \cdot 2^x - 3 \cdot 3^y = -11 \end{cases}$$

Sol: $x = 2$; $y = 2$

11.

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 5 \cdot 3^y = 3 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} = 59 \end{cases}$$

Sol: $x = 4$; $y = 2$

12.

$$\begin{cases} 2^x - 3^{y-1} = 5 \\ 2^{x+1} + 8 \cdot 3^y = 712 \end{cases}$$

Sol: $x = 5$; $y = 4$

13.

$$\begin{cases} 2 \cdot 3^x + 2^{y+3} = 86 \\ 3^x - 2^y = 23 \end{cases}$$

Sol: $x = 3$; $y = 2$

14.

$$\begin{cases} 2^{x+2y} = 32 \\ 5^{2x-y} = 1 \end{cases}$$

Sol: $x = 1$; $y = 2$