Resolver:

$$\sqrt{5a+x}+\sqrt{5a-x}=\frac{12\mathrm{a}}{\sqrt{5a+x}}$$

Solución

$$\sqrt{5a+x}+\sqrt{5a-x}=\frac{12\mathrm{a}}{\sqrt{5a+x}}$$

Quitamos el denominador del 2º término:

$$(\sqrt{5a+x})^2+(\sqrt{5a-x})(\sqrt{5a+x})=12\mathrm{a}$$

$$5a+x+\sqrt{25a^2-x^2}=12\mathrm{a}$$

Ahora, despejamos el término con raíz cuadrada:

$$\sqrt{25a^2-x^2}=7\mathrm{a}-x$$

Elevamos al cuadrado ambos términos,

$$(\sqrt{25a^2-x^2})^2=\ (7\mathrm{a}-x)^2$$

Operando sobre la igualdad:

$$25a^2-x^2=49a^2+x^2-14ax$$

$$2x^2-14ax+24a^2=0$$

$$x^2-7ax+12a^2=0$$

$$\mathrm{x}=\frac{7\mathrm{a}\pm\sqrt{49a^2-48a^2}}{2}=\frac{7\mathrm{a}\pm\sqrt{a^2}}{2}=\frac{7\mathrm{a}\pm\mathrm{a}}{2}=$$

$$\boldsymbol{x_1}=\frac{7\mathrm{a}+\mathrm{a}}{2}=\frac{8\mathrm{a}}{2}=\mathbf{4a\ soluci\acute{o}n\ v\acute{a}lida}$$

$$\boldsymbol{x_2}=\frac{7\mathrm{a}-\mathrm{a}}{2}=\frac{6\mathrm{a}}{2}=\mathbf{3a\ soluci\acute{o}n\ v\acute{a}lida}$$

Resolver:

$$\sqrt{x^2+4x+8}+\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{2x^2+8x+12}$$

<u>Solución</u>

$$\sqrt{x^2+4x+8}+\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{2x^2+8x+12}$$

Sabemos que:

$$x^2+4x+4=(\mathrm{x}+2)^2$$

Luego:

$$\sqrt{x^2+4x+8}+\sqrt{(\mathrm{x}+2)^2}=\sqrt{2x^2+8x+12}$$

$$\sqrt{x^2+4x+8}+(\mathrm{x}+2)=\sqrt{2x^2+8x+12}$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$$[\sqrt{x^2+4x+8}+(\mathrm{x}+2)]^2=(\sqrt{2x^2+8x+12})^2$$

Y desarrollamos:

$$(x^2+4x+8)+(\mathrm{x}+2)^2+2\sqrt{(x^2+4x+8)\cdot(\mathrm{x}+2)}=2x^2+8x+12$$

$$x^2+4x+8+x^2+4x+4+2\sqrt{(x^2+4x+8)\cdot(\mathrm{x}+2)}=2x^2+8x+12$$

$$2x^2+8x+12+2\sqrt{(x^2+4x+8)\cdot(\mathrm{x}+2)}=2x^2+8x+12$$

$$2x^2+8x+12-2x^2-8x-12+2\sqrt{(x^2+4x+8)\cdot(\mathrm{x}+2)}=0$$

$$2\sqrt{(x^2+4x+8)\cdot(\mathrm{x}+2)}=0$$

$$\sqrt{(x^2+4x+8)\cdot(\mathrm{x}+2)}=0$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$$[\sqrt{(x^2+4x+8)\cdot(\mathrm{x}+2)}]^2=0^2$$

$$(x^2+4x+8)\cdot(\mathrm{x}+2)=0$$

$$x^2+4x+8=0$$

$$\mathrm{x}=\frac{-4\pm\sqrt{16-32}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{-16}}{2}=\text{no tuene solución en R}$$

O bien:

$$\mathrm{x}+2=0$$

$$\mathrm{x}=-2$$