NOMBRE ____

1ª y 2ª EVALUACIÓN: ☐ APROBADAS ☐ SUSPENDIDAS

1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^2-4x+3}}$ *(2 puntos)*

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. *(1 punto)*

3) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. *(0,5 puntos)*

4) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. *(0,5 puntos)*

5) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: *(1,5 puntos)*

$$f(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & si \quad x \le 6 \\ 2x & si \quad x > 6 \end{cases}$$

6) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x-3)^4$ *(1,5 puntos)*

7) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* Dibujar los vectores de posición de los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. A continuación, *calcular* las coordenadas del vector que va desde A hasta B, obteniéndolo mediante una operación con los vectores de posición anteriores, y dibujarlo en el gráfico anterior. *(1 punto)*

8) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* En un mercado mayorista se han anotado, en días sucesivos, la cantidad ofertada de una determinada hortaliza y el precio que alcanza el kg de venta, obteniendo los siguientes resultados:

x (kg)	2000	2400	2500	3000	2900	2800	3200	2600
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,23	1,60

a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. *(1 punto)*

b) Calcular la recta de regresión y predecir el precio que se alcanzaría un día en que la oferta sea de 2700 kg. *(1 punto)*

7) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Sin calculadora, siendo $\operatorname{tg} \alpha = -2$, $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α. A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. *(1 punto)*

8) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Resolver las ecuaciones:

a) $5 \log x = 3 + \log \dfrac{x^3}{10}$ *(1 punto)*

b) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$ *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^2-4x+3}}$ *(2 puntos)*

El dominio lo constituyen los valores de x que verifican la inecuación, que habremos de resolver, siguiente:

$$\frac{x-2}{x^2-4x+3} \geq 0$$

- Descomponemos factorialmente y calculamos las raíces de los polinomios del numerador y del denominador:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \iff x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \left\langle \begin{array}{l} = \frac{2}{2} = 1 \\ = \frac{6}{2} = 3 \end{array} \right.$$

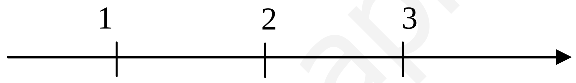
$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

Por consiguiente, la inecuación se transforma en:

$$\frac{(x-2)}{(x-1)(x-3)} \geq 0$$

lo que nos lleva a evaluar el signo de esa expresión.

- Dividimos R en intervalos mediante las raíces obtenidas:



Evaluamos el signo de la expresión en cada uno de los intervalos resultantes. Para ello, basta con elegir un valor cualquiera de x en cada intervalo, porque el signo será el mismo, en ese intervalo, para cualquier valor de x que elijamos:

	$(-\infty, 1)$	1	(1, 2)	2	(2, 3)	3	$(3, +\infty)$
$x-1$	–	0	+	…	+	…	+
$x-2$	–	…	–	0	+	…	+
$x-3$	–	…	–	…	–	0	+
$\frac{(x-2)}{(x-1)(x-3)}$	–	$\nexists$	+	0	–	$\nexists$	+
¿Sirven? →	No	No	Si	Si	No	No	Si

Luego la solución de la inecuación es:

$$\boxed{x \in (1, 2] \cup (3, +\infty)}$$

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. *(1 punto)*

La ecuación del la recta en *forma continua* nos proporciona un método fácil para resolver el problema. Siendo los puntos conocidos (x_0, y_0) y (x_1, y_1):

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \Rightarrow \frac{x-1}{3-1} = \frac{y+3}{4+3} \Rightarrow 7(x-1) = 2(y+3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x - 7 = 2y + 6 \Rightarrow 7x - 7 - 6 = 2y \Rightarrow \boxed{y = \frac{7x-13}{2}}$$

3) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \dfrac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$.

(0,5 puntos)

Como la recta dada se puede escribir como $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$, su pendiente es $m=\frac{2}{3}$.

Dos rectas son paralelas si, y sólo si tienen la misma pendiente. Luego de la recta que nos piden sabemos que debe tener como pendiente la antes indicada y que debe pasar por el punto que nos proporcionan en el enunciado. Usando la ecuación en *forma punto-pendiente*:

$$y-y_0=m(x-x_0) \;\Rightarrow\; y+3=\frac{2}{3}(x-1) \;\Rightarrow\; y=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}-3 \;\Rightarrow\; \boxed{y=\frac{2}{3}x-\frac{11}{3}}$$

4) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y=\frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. *(0,5 puntos)*

Si la pendiente de la recta dada es $m=\frac{2}{3}$, la de una perpendicular será $m'=-\frac{1}{m}=-\frac{1}{2/3}=-\frac{3}{2}$. Usando, nuevamente, *punto-pendiente*:

$$y+3=-\frac{3}{2}(x-1) \;\Rightarrow\; y=-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}-3 \;\Rightarrow\; \boxed{y=-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}}$$

5) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: *(1,5 puntos)*

$$f(x)=\begin{cases}8x-x^2 & si \quad x\le 6\\ 2x & si \quad x>6\end{cases}$$

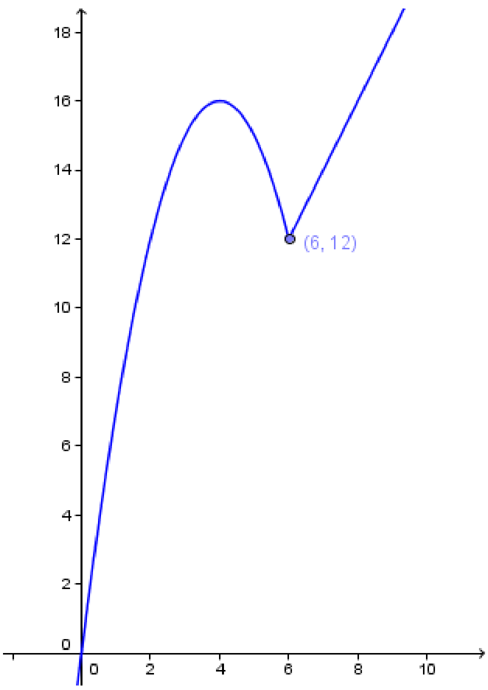
La función $y=2x$ es una recta. Con una pequeña tabla de valores la dibujamos. Y la restringimos a la zona $x>6$.

La función $y=8x-x^2$ es una parábola *cóncava*, puesto que el coeficiente de x^2 es negativo. Además:

- $x=0 \Rightarrow y=0$. Corta a OY en (0, 0).
  $y=0 \Rightarrow 0=8x-x^2 \Rightarrow x(8-x)=0 \Leftrightarrow$
  $$\begin{cases}x=0 \quad ó\\ 8-x=0\Rightarrow x=8\end{cases}$$
- porque un producto vale 0 si, y sólo si alguno de los factores es 0. $\Rightarrow x=0$ ó $x=8$. Corta a OX en (0, 0) y (8, 0).
- Eje: $x=-b/2a \Rightarrow x=\frac{-8}{-2} \Rightarrow$ $x=4$.
- Vértice: $x=4 \Rightarrow y=32-16=16$: (4, 16).

Con una pequeña tabla de valores adicional, obtenemos su gráfica, que restringimos a la zona $x\le 6$.

La gráfica resultante de f es la reproducida junto a estas líneas.



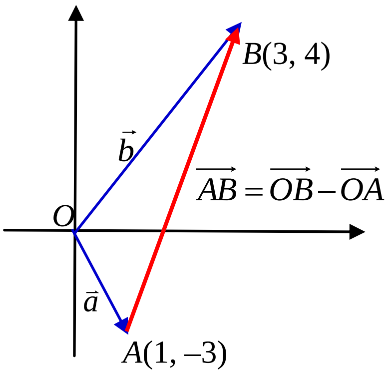
6) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x-3)^4$ *(1,5 puntos)*

$$(2x-3)^4=\binom{4}{0}(2x)^4-\binom{4}{1}(2x)^3 3+\binom{4}{2}(2x)^2 3^2-\binom{4}{3}2x\cdot 3^3+\binom{4}{4}3^4=$$

$= 1·2^4x^4 – 4·2^3x^3·3 + 6·2^2x^2·9 – 4·2x·27 + 1·81 =$
$= \boxed{16x^4 – 96x^3 + 216x^2 – 216x + 81}$

7) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* Dibujar los vectores de posición de los puntos $A(1, –3)$ y $B(3, 4)$. A continuación, *calcular* las coordenadas del vector que va desde A hasta B, obteniéndolo mediante una operación con los vectores de posición anteriores, y dibujarlo en el gráfico anterior. *(1 punto)*

Los *vectores de posición* son: $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ y $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$. Vemos que el vector que une sus extremos $\overrightarrow{AB}$ es $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. Por tanto:



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a} = (3, 4) – (1, –3) = \boxed{(2, 7)}$$

(Se puede recordar pensando en que, una vez colocados los vectores a restar con origen común, el *vector diferencia* es *extremo menos origen*, siendo el *extremo* el vector que va desde el origen común hasta el *extremo* del vector diferencia y el *origen* el que va desde el origen común hasta el *origen* del vector diferencia).

8) *(Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación)* En un mercado mayorista se han anotado, en días sucesivos, la cantidad ofertada de una determinada hortaliza y el precio que alcanza el kg de venta, obteniendo los siguientes resultados:

x (kg)	2000	2400	2500	3000	2900	2800	3200	2600
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,23	1,60

a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. *(1 punto)*

$$\bar{x} = \frac{2000+2400+\ldots+2600}{8} = \boxed{2675} \qquad \bar{y} = \frac{1{,}8+1{,}68+\ldots+1{,}6}{8} = \boxed{1{,}5275}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{2000^2+2400^2+\ldots+2600^2·3}{8} - \bar{x}^2} = \boxed{356{,}20}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1{,}8^2+1{,}68^2+\ldots+1{,}6^2}{8}} = \boxed{0{,}1795}$$

$$s_{xy} = \frac{2000·1{,}8+2400·1{,}68+\ldots+2600·1{,}6}{8} - \bar{x}·\bar{y} = \boxed{-62{,}4375} \quad r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \boxed{-0{,}9766}$$

Como está próximo a –1 y es negativo, las variables tienen <u>correlación muy fuerte y negativa</u>. Las predicciones que se hagan con la recta de regresión son fiables.

Las fórmulas utilizadas son las estándares, donde se han utilizado los valores de x y de y que proporciona la tabla, junto con las frecuencias de cada pareja, que se encuentran en el interior, o las de cada valor de x, que están sumadas en el margen derecho, y las de y, en el margen inferior.

Pero en el cálculo hemos usado la función *estadística* de la calculadora. Para una tipo Casio S.V.P.A.M. (por ejemplo, la *fx-82MS*), o alguna de otra marca que tienen un funcionamiento idéntico, sería como sigue.

- Ponemos la calculadora en modo *regresión lineal*: $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{REG}}$ $\boxed{\text{LIN}}$.

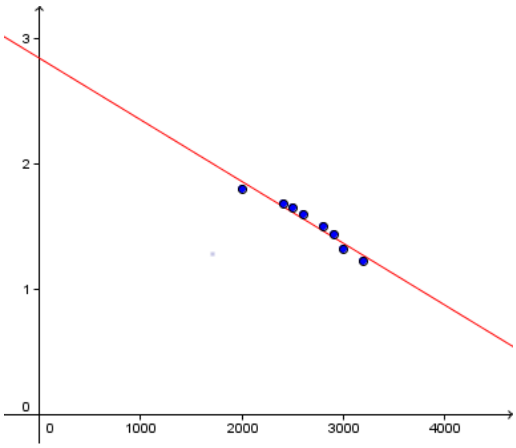
- Introducimos los datos: 2000 $\boxed{,}$ 1.8 $\boxed{\text{M+}}$. 2400 $\boxed{,}$ 1.68 $\boxed{\text{M+}}$. Etc. Para aquellos datos cuya frecuencia es mayor que 1, que no es nuestro caso, sería, por poner un ejemplo inventado: 4 $\boxed{,}$ 2 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 2 $\boxed{\text{M+}}$ que aparecería en pantalla como: 4,2;2. Si queremos rectificar algún dato, nos movemos con flecha abajo o flecha arriba hasta el valor a cambiar, escribimos el nuevo sobre el mismo y pulsamos $\boxed{=}$. Hay que salir del modo *introducción de datos* pulsando $\boxed{\text{AC}}$. Los datos introducidos no se pierden aunque apaguemos la calculadora. Sólo lo hacen al cambiar el MODE o elegir $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{CLR}}$.
- Los datos de $\bar{x}$ o $\bar{y}$ los obtenemos en $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$: esta secuencia de teclas nos lleva a los resultados más importantes que buscamos. Hay que desplazarse con Flecha Derecha o Flecha Izquierda hasta encontrar el que buscamos. La *desviación típica* es la simbolizada con σx o σy. Entre este conjunto de datos está también el *coeficiente de correlación*.
- La *covarianza* no la proporciona directamente la calculadora. Un modo de obtenerla es usar su fórmula: $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{3}$ $\boxed{:}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{3}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\text{x}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$, que muestra en pantalla: $\sum xy : n - \bar{x} \text{ x } \bar{y}$.

b) Calcular la recta de regresión y predecir el precio que se alcanzaría un día en que la oferta sea de 2700 kg. *(1 punto)*

La recta de regresión lineal de y sobre x será: $y - \bar{y} = \dfrac{s_{xy}}{s_x^{\ 2}}(x - \bar{x})$, que sustituyendo y despejando resulta: $\boxed{y = 2.8439 - 0.00049212x}$.
Para $x = 2700$ se obtiene $\boxed{y = 1.52}$, que es el precio que cabría esperar un día en que la oferta sea de 2700kg.

Con la calculadora, los coeficientes de la recta de regresión son los valores A y B de la serie de datos de $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$. La predicción para $x = 8$ también la proporciona pulsando: 2700 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$. En pantalla se nos mostrará: 2700 $\hat{y}$.

Hay que recordar salir del *modo estadística*, lo que se consigue pulsando $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{COMP}}$.
La nube de puntos y la recta de regresión se muestran en el gráfico.



7) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Sin calculadora, siendo $\text{tg } \alpha = -2$, $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α. A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. *(1 punto)*

Como la tangente es negativa en el cuarto cuadrante y positiva en el primero, el ángulo está en el <u>cuarto cuadrante</u>.

- $\boxed{\text{cotg } \alpha = \dfrac{1}{\text{tg}\,\alpha} = -\dfrac{1}{2}}$
- $1 + \text{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \dfrac{1}{1+\text{tg}^2\alpha} = \dfrac{1}{1+(-2)^2} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow$

  $\Rightarrow \boxed{\cos\alpha = +\sqrt{\dfrac{1}{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}}$, positivo por ser del segundo cuadrante.
- $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\,\alpha = \text{tg}\,\alpha\,\cos\alpha = -2\dfrac{\sqrt{5}}{5} = -\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$
- $\boxed{\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{1/\sqrt{5}} = \sqrt{5}}$
- $\boxed{\text{cosec}\,\alpha = \dfrac{1}{\text{sen}\,\alpha} = \dfrac{1}{-2\sqrt{5}/5} = -\dfrac{5}{2\sqrt{5}} = -\dfrac{5\sqrt{5}}{2\cdot 5} = -\dfrac{\sqrt{5}}{2}}$

Con la calculadora, obtenemos (partiendo de que tg α = – 2), que α = – 63,43º.
que también es: $\boxed{\alpha = -63{,}43º + 360º = 296{,}57º = 296º\ 33'\ 54''}$

8) *(Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación)* Resolver las ecuaciones:

a) $5 \log x = 3 + \log \dfrac{x^3}{10}$ *(1 punto)*

$$5 \log x = 2 + \log \frac{x^3}{10} \Leftrightarrow 5 \log x = 2 + \log x^3 - \log 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5 \log x = 2 + 3 \log x - 1 \Leftrightarrow 5 \log x - 3 \log x = 1 \Leftrightarrow 2 \log x = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log x = 1/2 \Leftrightarrow x = 10^{1/2} \Leftrightarrow \boxed{x = \sqrt{10}}$$

La solución hallada es válida porque no anula los argumentos de los logaritmos de la ecuación inicial.

b) $5^{2x} - 30\cdot 5^x + 125 = 0$ *(1 punto)*

$$5^{2x} - 30\cdot 5^x + 125 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 30\cdot 5^x + 125 = 0$$

Llamando $\boxed{t = 5^x}$:

$$t^2 - 30t + 125 = 0 \Rightarrow t = \frac{30 \pm \sqrt{900-500}}{2} = \frac{30 \pm 20}{2} = \left\langle \begin{array}{l} = \dfrac{10}{2} = 5 \\ = \dfrac{50}{2} = 25 \end{array}\right.$$

- Si $t = 5 \Rightarrow$ Como $t = 5^x$, $5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x = 1}$
- Si $t = 25 \Rightarrow 5^x = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2 \Rightarrow \boxed{x = 2}$