CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade Convocatoria extraordinaria 2023	Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dada la matriz

$$A=\begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Calcule los valores de a para los cuales la matriz A tiene inversa.
b) Para a = 1, calcule, si es posible, la inversa de la matriz A.

c) Exprese en forma matricial el sistema de ecuaciones siguiente y resuélvalo: $\begin{cases} 2x+y+z=2 \\ 2y-z=-1 \\ x+y=1 \end{cases}$

EJERCICIO 2. Álgebra. Un barco pesquero se dedica a la captura de jurel y caballa. Las normas sobre cuotas son: las capturas totales no pueden exceder de 30 toneladas (Tm); la cantidad de jurel como máximo puede triplicar la de caballa y la cantidad de caballa no puede superar las 18 Tm.
Si el precio al que vende el jurel es de 5 €/kg y el de la caballa 6 €/kg
a) Formule y resuelva el problema que determina las cantidades que debe pescar de cada especie para maximizar los ingresos, cumpliendo las normas.
b) Represente gráficamente la región factible e indique sus vértices. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?
c) ¿Cumpliría las normas sobre cuotas pesqueras si captura 20 Tm de jurel y 6 Tm de caballa? Explique su respuesta.

EJERCICIO 3. Análisis. El número de ejemplares vendidos de una revista (en miles de unidades), en los primeros cinco meses del año, viene dado por la función

$$N(t)=\begin{cases} 8-t(t-2) & si \quad 0\le t\le 3 \\ 2t-1 & si \quad 3<t\le 5 \end{cases}$$ *donde t es el tiempo transcurrido en meses*

a) Estudie el crecimiento y decrecimiento del número de ejemplares vendidos. Calcule en qué momentos se produce el máximo y el mínimo número de ventas y a cuánto ascienden.
b) Represente gráficamente la función N(t). Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función N(t), el eje de abscisas y las rectas t = 0 y t = 5.

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x)=\dfrac{x}{a}+\dfrac{a}{x},\ x\neq 0,\ a\neq 0$

a) Calcule los valores del parámetro "a" para que *f(x)* tenga un punto crítico en $x_0=3$.
b) Para a = 3, estudie el crecimiento y decrecimiento de la función y sus máximos y mínimos, si existen. Estudie también sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión, si existen.

EJERCICIO 5. Estadística y probabilidad. En una urna A hay 8 bolas verdes y 6 rojas y en otra urna B hay 4 verdes y 5 rojas. Se lanza un dado y si sale un número menor que 3 se saca una bola de la urna A y si sale un número mayor o igual a 3 se saca la bola de la urna B. Se extrae una bola al azar,

a) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja. **b)** Sabiendo que se extrajo una bola verde, ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido de la urna A? **c)** ¿Son independientes los sucesos "extraer bola roja" y "la bola procede de la urna A"?

EJERCICIO 6. Estadística y probabilidad. El salario (en €) de los trabajadores de una empresa se distribuye normalmente con desviación típica $\sigma = 300$ €. Se preguntó a 36 trabajadores elegidos al azar, y se establece que el salario medio de los trabajadores de la empresa oscila entre 1552€ e 1748€
a) ¿Cuál ha sido el salario medio de los trabajadores de la muestra? ¿Con qué nivel de confianza se ha establecido el intervalo anterior? **b)** Si el salario medio de los trabajadores de la empresa es $\mu = 1650$ €, ¿cuál es la probabilidad de que el salario medio de muestras de 36 trabajadores sea superior a 1590 €?

SOLUCIONES

EJERCICIO 1. Álgebra. Dada la matriz

$$A=\begin{pmatrix}2 & a & a\\ 0 & 2 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

a) Calcule los valores de a para los cuales la matriz A tiene inversa.
b) Para a = 1, calcule, si es posible, la inversa de la matriz A.
c) Exprese en forma matricial el sistema de ecuaciones siguiente y resuélvalo: $\begin{cases}2x+y+z=2\\ 2y-z=-1\\ x+y=1\end{cases}$

a) La matriz tiene inversa si su determinante es no nulo.

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & a & a\\ 0 & 2 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}=0-a+0-2a-0+2=-3a+2$$

$$|A|=0\Rightarrow -3a+2=0\Rightarrow 3a=2\Rightarrow \boxed{a=\frac{2}{3}}$$

La matriz A tiene inversa si $a\neq\frac{2}{3}$.

b) Para a = 1 se cumple $a\neq\frac{2}{3}$ y la matriz A tiene inversa. La calculamos

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 0 & 2 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & 1 & 1\\ 0 & 2 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}=0-1+0-2-0+2=-1$$

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^t\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}}{-1}=-\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}2 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & -1\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 0\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}0 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & 0\\ 1 & 2\end{vmatrix}\end{pmatrix}$$

$$\boxed{A^{-1}=-\begin{pmatrix}1 & 1 & -3\\ -1 & -1 & 2\\ -2 & -1 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -1 & 3\\ 1 & 1 & -2\\ 2 & 1 & -4\end{pmatrix}}$$

c)

$$\begin{cases} 2x+y+z=2 \\ 2y-z=-1 \\ x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow AX = B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = A^{-1}B \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+1+3 \\ 2-1-2 \\ 4-1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \\ z=-1 \end{cases}}$$

EJERCICIO 2. Álgebra. Un barco pesquero se dedica a la captura de jurel y caballa. Las normas sobre cuotas son: las capturas totales no pueden exceder de 30 toneladas (Tm); la cantidad de jurel como máximo puede triplicar la de caballa y la cantidad de caballa no puede superar las 18 Tm.
Si el precio al que vende el jurel es de 5 €/kg y el de la caballa 6 €/kg
a) Formule y resuelva el problema que determina las cantidades que debe pescar de cada especie para maximizar los ingresos, cumpliendo las normas.
b) Represente gráficamente la región factible e indique sus vértices. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?
c) ¿Cumpliría las normas sobre cuotas pesqueras si captura 20 Tm de jurel y 6 Tm de caballa? Explique su respuesta.

a) Llamamos x = número de toneladas de jurel, y = número de toneladas de caballa.

Los ingresos vienen expresados por la función: $I(x,y) = 5000x + 6000y$

Las restricciones son:

"Las capturas totales no pueden exceder de 30 toneladas" → $x + y \leq 30$

"La cantidad de jurel como máximo puede triplicar la de caballa" → $x \leq 3y$

"La cantidad de caballa no puede superar las 18 Tm" → $y \leq 18$

Las cantidades deben ser positivas → $x \geq 0;\ y \geq 0$

Reunimos todas las inecuaciones en un sistema:

$$\left.\begin{aligned} x \leq 3y \\ x + y \leq 30 \\ y \leq 18 \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{aligned}\right\}$$

b) Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x = 3y$

x	$y = \frac{x}{3}$
0	0
3	1
18	6

$x + y = 30$

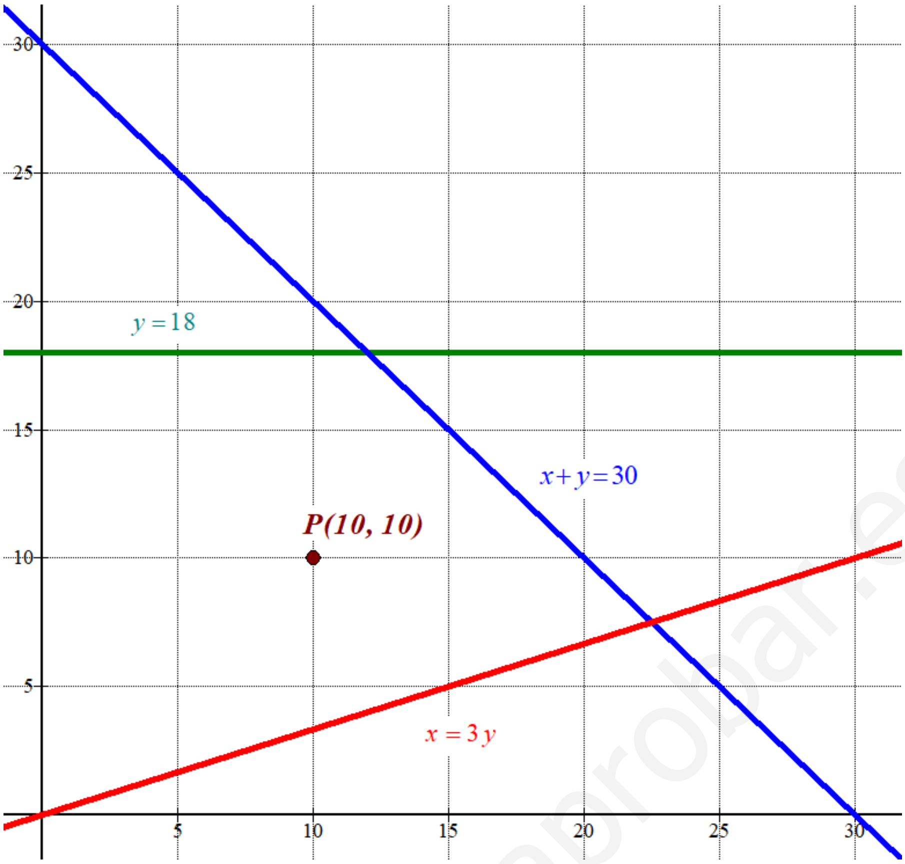
x	$y = 30 - x$
0	30
12	18
30	0

$y = 18$

x	$y = 18$
0	18
12	18
20	18

$x \geq 0;\ y \geq 0$

Primer cuadrante

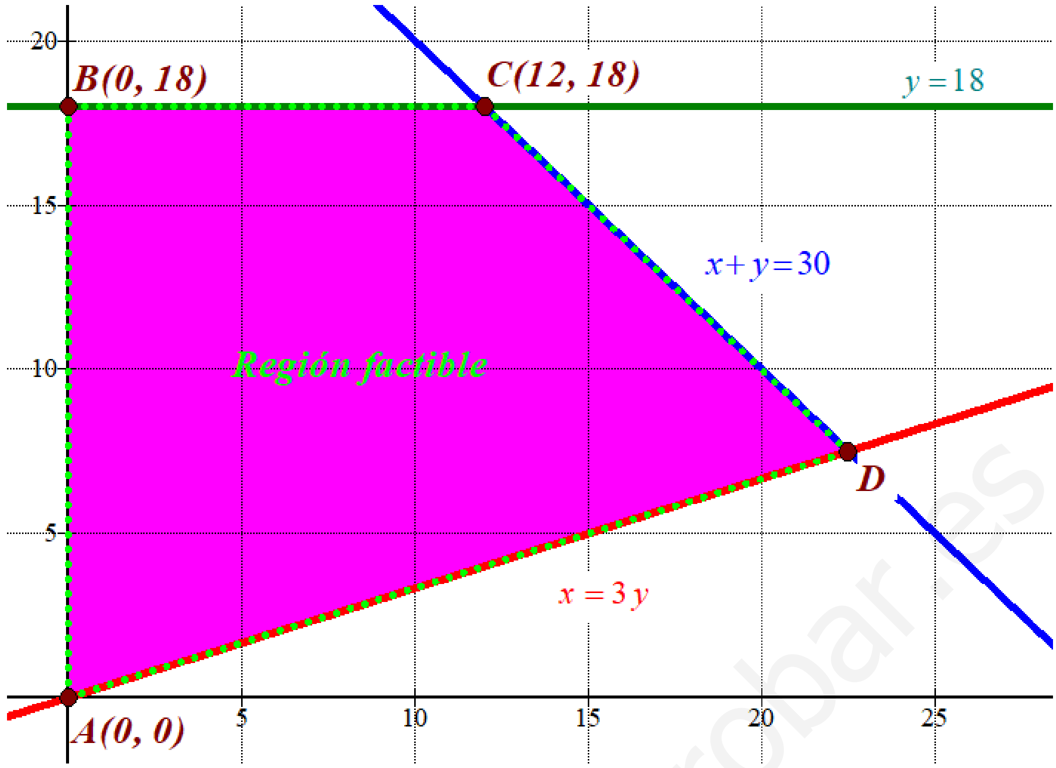


Como las restricciones del problema son $\left.\begin{array}{r} x \leq 3y \\ x + y \leq 30 \\ y \leq 18 \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas azul y verde, y por encima de la roja.

Comprobamos que el punto P(10, 10) que pertenece a dicha región cumple las restricciones.

$$\left.\begin{array}{r} 10 \leq 30 \\ 10 + 10 \leq 30 \\ 10 \leq 18 \\ 10 \geq 0; 10 \geq 0 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible y determinamos las coordenadas de sus vértices.



Hallamos las coordenadas de los vértices C y D.

$$C \Rightarrow \begin{rcases} y = 18 \\ x + y = 30 \end{rcases} \Rightarrow x + 18 = 30 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow \boxed{C(12,18)}$$

$$D \Rightarrow \begin{rcases} x = 3y \\ x + y = 30 \end{rcases} \Rightarrow 3y + y = 30 \Rightarrow 4y = 30 \Rightarrow y = \frac{30}{4} = 7.5 \Rightarrow x = 3 \cdot 7.5 = 22.5 \Rightarrow \boxed{D(22.5, 7.5)}$$

Los vértices son A(0, 0); B(0, 18); C(12, 18) y D(22.5, 7.5).

Valoramos la función objetivo $I(x,y) = 5000x + 6000y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0,0) → $I(0,0) = 0$

B(0, 18) → $I(0,18) = 0 + 6000 \cdot 18 = 108.000$

C(12, 18) → $I(12,18) = 5000 \cdot 12 + 6000 \cdot 18 = 168.000$ ¡Máximo!

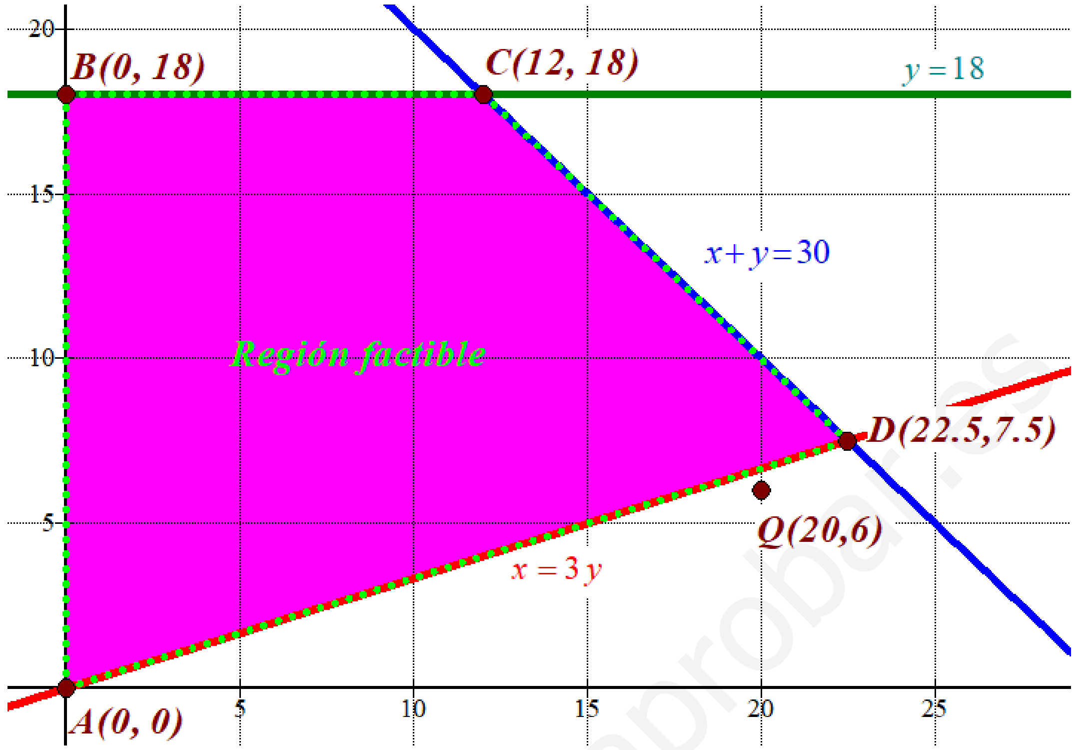
$D(22.5, 7.5)$ → $I(22.5, 7.5) = 5000 \cdot 22.5 + 6000 \cdot 7.5 = 157.500$

Los ingresos máximos son de 168.000 € y se produce en el vértice C (12, 18) que significa capturar 12 toneladas de jurel y 18 toneladas de caballa.

c) Los valores proporcionados corresponden con el punto Q(20, 6). Comprobamos si cumple todas las restricciones.

$$\begin{rcases} 20 \le 3 \cdot 6 \\ 20 + 6 \le 30 \\ 6 \le 18 \\ 20 \ge 0;\ 6 \ge 0 \end{rcases} \text{No se cumplen todas las normas sobre cuotas pesqueras.}$$

También se puede comprobar visualmente que el punto Q(20, 6) no pertenece a la región factible.



EJERCICIO 3. Análisis. El número de ejemplares vendidos de una revista (en miles de unidades), en los primeros cinco meses del año, viene dado por la función

$$N(t)=\begin{cases} 8-t(t-2) & si \quad 0\le t\le 3 \\ 2t-1 & si \quad 3<t\le 5 \end{cases} \quad \textit{donde t es el tiempo transcurrido en meses}$$

a) Estudie el crecimiento y decrecimiento del número de ejemplares vendidos. Calcule en qué momentos se produce el máximo y el mínimo número de ventas y a cuánto ascienden.
b) Represente gráficamente la función N(t). Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función N(t), el eje de abscisas y las rectas t = 0 y t = 5.

a) Utilizamos la derivada y según sea su signo la función crece o decrece.

$$N(t)=\begin{cases} 8-t(t-2)=8-t^2+2t & si \quad 0\le t\le 3 \\ 2t-1 & si \quad 3<t\le 5 \end{cases}$$

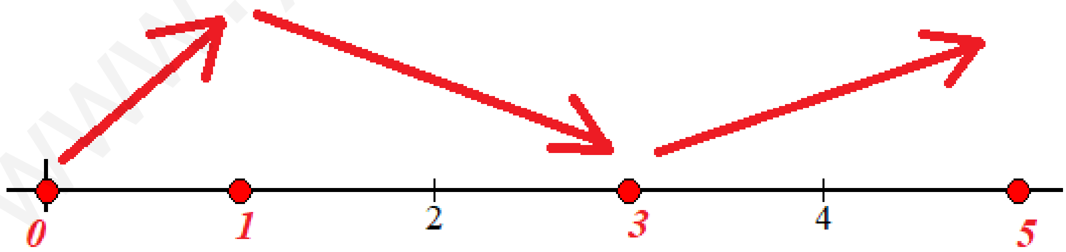
$$N´(t)=\begin{cases} -2t+2 & si \quad 0\le t< 3 \\ 2 & si \quad 3<t\le 5 \end{cases}$$

$$N´(t)=0 \Rightarrow -2t+2=0 \Rightarrow t=1\in[0,3)$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de *t = 0*, *t = 1* y *t = 3*.

En el intervalo (0, 1) tomamos *t = 0.5* y la derivada vale $N´(0.5)=-1+2=1>0$. La función crece en (0, 1).
En el intervalo (1, 3) tomamos *t = 2* y la derivada vale $N´(2)=-2\cdot 2+2=-2<0$. La función decrece en (1, 3).
En el intervalo (3, 5) la derivada es siempre positiva: $N´(t)=2>0$. La función crece en $(3,\ 5)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función crece en (0, 1) ∪ (3, 5) y decrece en (1, 3).
Comprobamos si la función es continua en el cambio de definición *t = 3*.

$$\left.\begin{array}{l} N(3)=8-3(3-2)=5 \\ \lim\limits_{t\to 3^-} N(t)=\lim\limits_{t\to 3^-} 8-t(t-2)=5 \\ \lim\limits_{t\to 3^+} N(t)=\lim\limits_{t\to 3^+} 2t-1=5 \end{array}\right\} \Rightarrow N(3)=\lim_{t\to 3^-} N(t)=\lim_{t\to 3^+} N(t)=5$$

La función es continua en *t = 3*. La función es continua en todo su dominio.

En $t = 1$ la función presenta un máximo relativo y en $t = 3$ presenta un mínimo relativo.

Calculamos las ventas en $t = 0$, $t = 1$, $t = 3$ y $t = 5$.

$$\left.\begin{array}{l} N(0)=8-0(0-2)=8 \\ N(1)=8-1(1-2)=9 \text{ ¡Máximo!} \\ N(3)=8-3(3-2)=5 \text{ ¡}\textit{Mínimo}\text{!} \\ N(5)=2\cdot 5-1=9 \text{ ¡Máximo!} \end{array}\right\}$$

El máximo absoluto de ventas se produce en los meses 1 y 5 siendo estas ventas de 9000 ejemplares.
El número mínimo de ventas se produce al tercer mes siendo estas ventas de 5000 ejemplares.

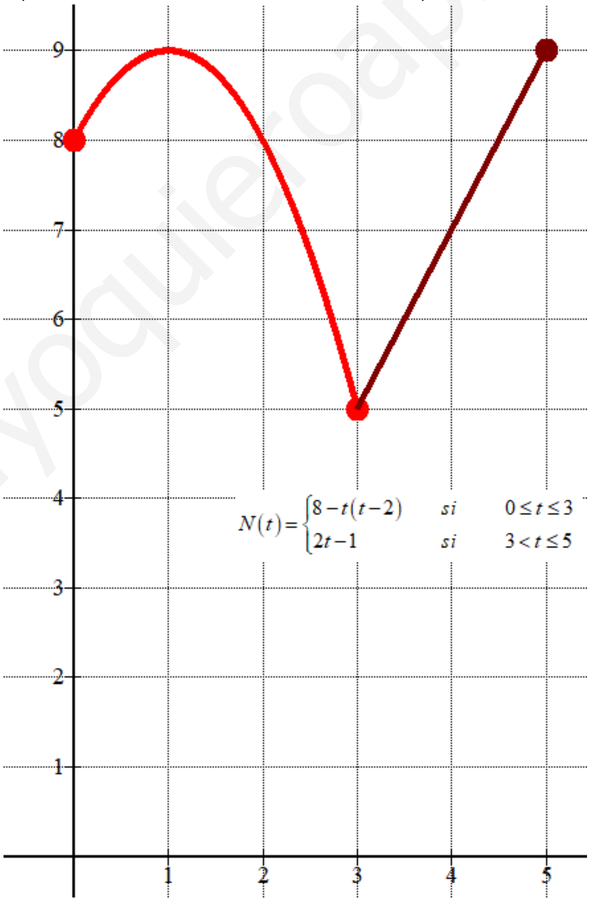
b) Hacemos una tabla de valores y representamos la gráfica.

$0 \le t \le 3$

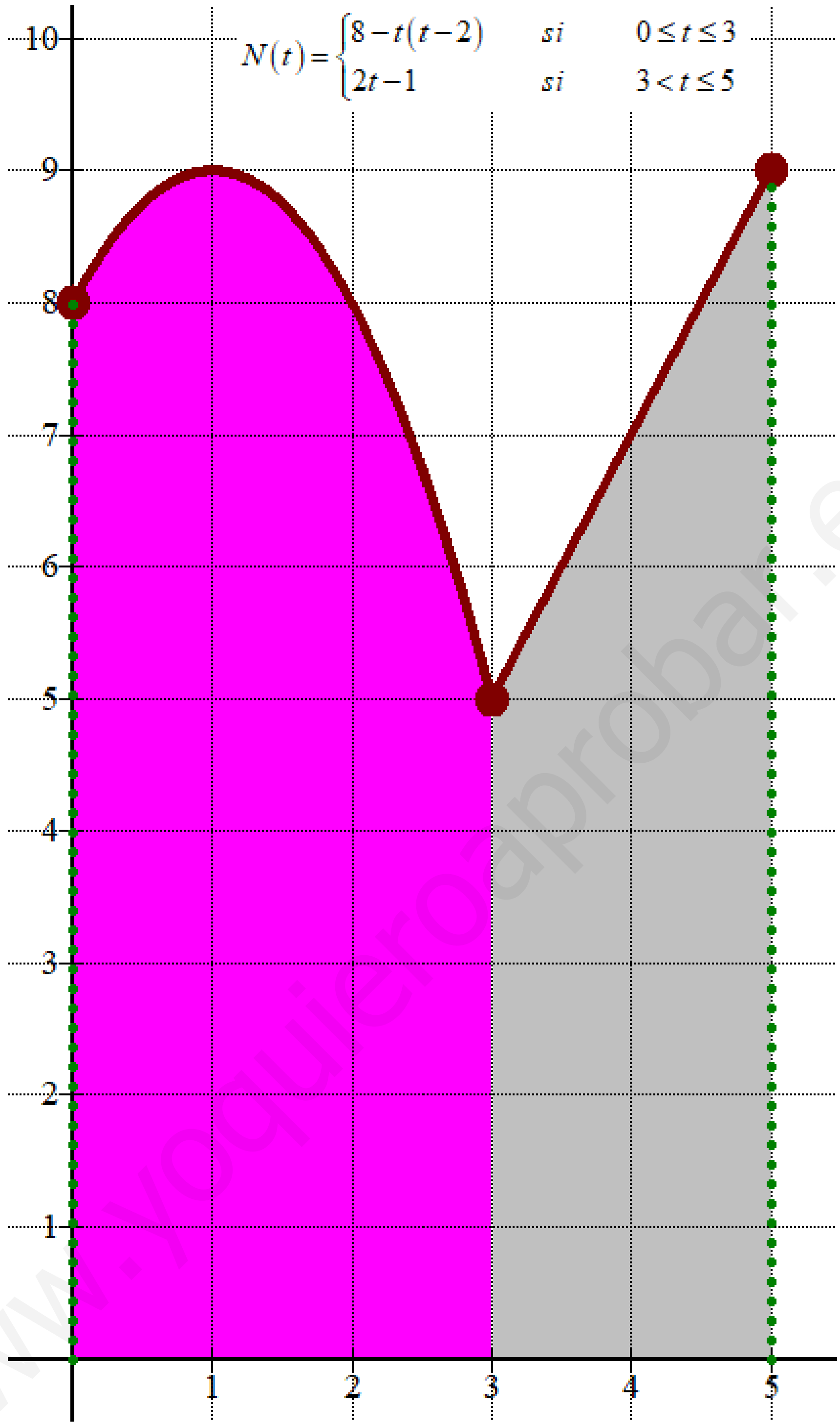
t	$N(t)=8-t(t-2)$
0	8
1	9
3	5

$3 < t \le 5$

t	$N(t)=2t-1$
3.5	6
4	7
5	9



Calculamos el área de la región pedida usando el cálculo integral.
La región aparece representada en el dibujo inferior.



$$Área = \int_0^3 -t^2+2t+8dt + \int_3^5 2t-1dt =$$

$$= \left[-\frac{t^3}{3}+t^2+8t\right]_0^3 + \left[t^2-t\right]_3^5 =$$

$$= \left(\left[-\frac{3^3}{3}+3^2+8\cdot 3\right]-\left[-\frac{0^3}{3}+0^2+8\cdot 0\right]\right)+\left(\left[5^2-5\right]-\left[3^2-3\right]\right)=24+20-6=\boxed{38\ u^2}$$

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x)=\dfrac{x}{a}+\dfrac{a}{x},\ x\neq 0,\ \ a\neq 0$

a) Calcule los valores del parámetro "a" para que *f(x)* tenga un punto crítico en $x_0=3$.

b) Para a = 3, estudie el crecimiento y decrecimiento de la función y sus máximos y mínimos, si existen. Estudie también sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión, si existen.

a) Si la función presenta un punto crítico en $x_0=3$ la derivada debe anularse → $f'(3)=0$

$$f(x)=\frac{x}{a}+\frac{a}{x}=\frac{1}{a}x+ax^{-1}\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{a}-ax^{-2}=\frac{1}{a}-\frac{a}{x^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)=\dfrac{1}{a}-\dfrac{a}{x^2} \\ f'(3)=0 \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{1}{a}-\frac{a}{3^2}=0\Rightarrow\frac{1}{a}=\frac{a}{9}\Rightarrow 9=a^2\Rightarrow\boxed{a=\sqrt{9}=\pm 3}$$

Los valores buscados son *a* = *–3* y *a* = *3*.

b) Para *a* = *3* la función queda $f(x)=\dfrac{x}{3}+\dfrac{3}{x},\ x\neq 0$.

Buscamos sus puntos críticos.

$$f(x)=\frac{x}{3}+\frac{3}{x}=\frac{1}{3}x+3x^{-1}\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{3}-3x^{-2}=\frac{1}{3}-\frac{3}{x^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{x^2} \\ f'(x)=0 \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{1}{3}-\frac{3}{x^2}=0\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{3}{x^2}\Rightarrow x^2=9\Rightarrow\boxed{x=\sqrt{9}=\pm 3}$$

Estudiamos el crecimiento y decrecimiento de la función antes, entre y después de estos valores. Añadimos el valor *x* = *0* excluido del dominio de la función.

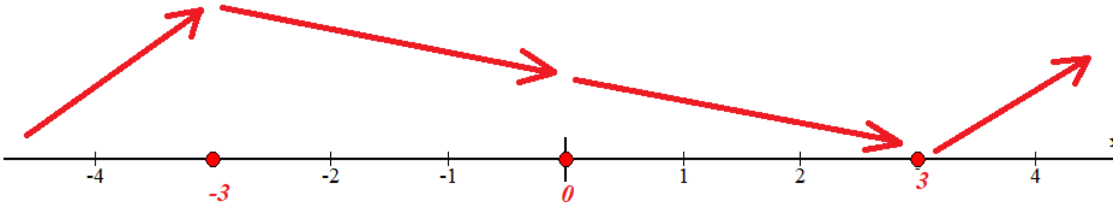
En el intervalo (–∞, –3) tomamos *x* = *–4* y la derivada vale $f'(-4)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{(-4)^2}=\dfrac{7}{48}>0$. La función crece en (–∞, –3).

En el intervalo (–3, 0) tomamos *x* = *–1* y la derivada vale $f'(-1)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{(-1)^2}=\dfrac{-8}{3}<0$. La función decrece en (–3, 0).

En el intervalo (0, 3) tomamos *x* = *1* y la derivada vale $f'(1)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{1^2}=\dfrac{-8}{3}<0$. La función decrece en (0, 3).

En el intervalo (3, +∞) tomamos *x* = *4* y la derivada vale $f'(4)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{4^2}=\dfrac{7}{48}>0$. La función crece en (3, +∞).

La función sigue el esquema siguiente:



La función crece en $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$ y decrece en $(-3,0)\cup(0,3)$

La función tiene un máximo relativo en $x = -3$ y un mínimo relativo en $x = 3$.

Para estudiar la concavidad y convexidad utilizamos la segunda derivada.

$$f'(x)=\frac{1}{3}-3x^{-2} \Rightarrow f''(x)=0+6x^{-3}=\frac{6}{x^3}$$

Esta expresión de la segunda derivada cambia de signo en $x = 0$, valor excluido del dominio. Por lo que la función no presenta puntos de inflexión.

En el intervalo $(-\infty, 0)$ tomamos $x = -1$ y la derivada segunda vale $f''(-1)=\frac{6}{(-1)^3}=-6<0$.

La función es cóncava (∩) en el intervalo $(-\infty, 0)$.

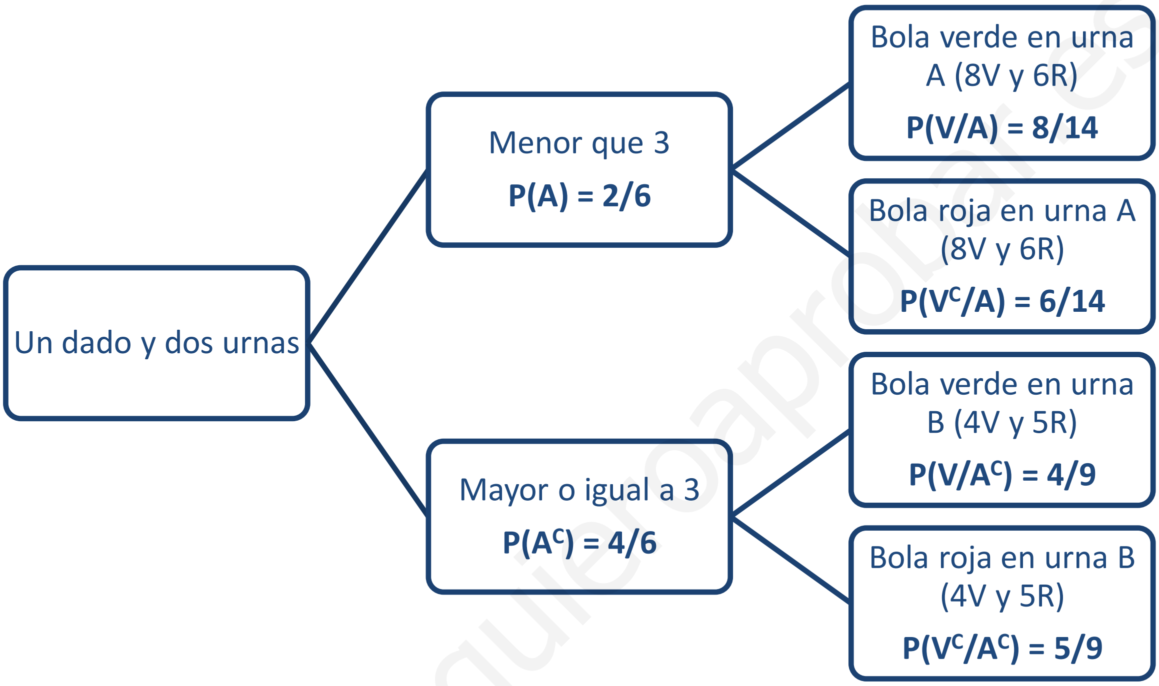
En el intervalo $(0, +\infty)$ tomamos $x = 1$ y la derivada segunda vale $f''(1)=\frac{6}{1^3}=6>0$. La función es convexa (∪) en el intervalo $(0, +\infty)$.

Resumiendo: La gráfica de la función es cóncava (∩) en el intervalo $(-\infty, 0)$ y es convexa (∪) en el intervalo $(0, +\infty)$. No presenta puntos de inflexión.

EJERCICIO 5. Estadística y probabilidad. En una urna A hay 8 bolas verdes y 6 rojas y en otra urna B hay 4 verdes y 5 rojas. Se lanza un dado y si sale un número menor que 3 se saca una bola de la urna A y si sale un número mayor o igual a 3 se saca la bola de la urna B. Se extrae una bola al azar,
a) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja. **b)** Sabiendo que se extrajo una bola verde, ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido de la urna A? **c)** ¿Son independientes los sucesos “extraer bola roja” y “la bola procede de la urna A”?

Llamamos A al suceso “Sacar un número menor que 3 al lanzar un dado”.
Llamamos V a “sacar bola verde de la urna” y V^C a “sacar bola roja de la urna”

Hacemos un diagrama de árbol.



a) Nos piden calcular $P(V^C)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(V^C) = P(A)P(V^C/A) + P(A^C)P(V^C/A^C) =$$

$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{6}{14} + \frac{4}{6}\cdot\frac{5}{9} = \boxed{\frac{97}{189} \simeq 0.513}$$

b) Nos piden calcular $P(A/V)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/V) = \frac{P(A\cap V)}{P(V)} = \frac{P(A)P(V/A)}{1-P(V^C)} = \frac{\frac{2}{6}\cdot\frac{8}{14}}{1-\frac{97}{189}} = \boxed{\frac{9}{23} \simeq 0.391}$$

c) Los sucesos V^C y A son independientes si se cumple que $P(A\cap V^C) = P(A)P(V^C)$.

$$\left.\begin{array}{l} P\left(A\cap V^C\right)=\frac{2}{6}\cdot\frac{6}{14}=\frac{1}{7} \\ \left.\begin{array}{l} P(A)=\frac{2}{6} \\ P\left(V^C\right)=\frac{97}{189} \end{array}\right\}\rightarrow P(A)P\left(V^C\right)=\frac{2}{6}\cdot\frac{97}{189}=\frac{97}{567} \end{array}\right\}\Rightarrow ¡¡P\left(A\cap V^C\right)=\frac{1}{7}\neq\frac{97}{567}=P(A)P\left(V^C\right)!!$$

Los sucesos no son independientes.

EJERCICIO 6. Estadística y probabilidad. El salario (en €) de los trabajadores de una empresa se distribuye normalmente con desviación típica σ =300 €. Se preguntó a 36 trabajadores elegidos al azar, y se establece que el salario medio de los trabajadores de la empresa oscila entre 1552€ e 1748€
a) ¿Cuál ha sido el salario medio de los trabajadores de la muestra? ¿Con qué nivel de confianza se ha establecido el intervalo anterior? **b)** Si el salario medio de los trabajadores de la empresa es μ =1650 €, ¿cuál es la probabilidad de que el salario medio de muestras de 36 trabajadores sea superior a 1590 €?

a) X = El salario (en €) de los trabajadores de una empresa.
X = N(μ, 300)
Tamaño de la muestra = n = 36.
Intervalo de confianza = (1552, 1748)

La media muestral es el valor central del intervalo de confianza → $\bar{x}=\frac{1552+1748}{2}=1650$ €.

El salario medio de los trabajadores de la muestra es de 1650 €.
El error del intervalo de confianza es la mitad de la amplitud del intervalo de confianza.

$$Error=\frac{1748-1552}{2}=98\text{ €}$$

Aplicamos la fórmula del error para obtener el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$Error=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Rightarrow 98=z_{\alpha/2}\cdot\frac{300}{\sqrt{36}}\Rightarrow 98=z_{\alpha/2}\cdot 50\Rightarrow z_{\alpha/2}=\frac{98}{50}=1.96$$

Hallamos el nivel de confianza para un valor de $z_{\alpha/2}=1.96$

$$z_{\alpha/2}=1.96\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\text{Miramos en la}\\\text{tabla N(0, 1)}\end{array}\right\}\Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0.975\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0.025\Rightarrow\alpha=0.05\Rightarrow\boxed{1-\alpha=0.95}$$

El nivel de confianza establecido en el ejercicio es del 95 %.

b) X = El salario (en €) de los trabajadores de una empresa.

X = N(1650, 300) → $\overline{X_{36}}=N\left(1650,\frac{300}{\sqrt{36}}\right)\Rightarrow\overline{X_{36}}=N(1650,50)$

Nos piden calcular $P\left(\overline{X_{36}}>1590\right)$.

$$P\left(\overline{X_{36}}>1590\right)=\{Tipificamos\}=P\left(Z>\frac{1590-1650}{50}\right)=P(Z>-1.2)=$$

$$=P(Z<1.2)=\left\{\begin{array}{l}\text{Miramos en la}\\\text{tabla N(0, 1)}\end{array}\right\}=\boxed{0.8849}$$