

① Desarrollar la expresión:

$$x - |2-x| + 3|x+2| - 2|1-2x| = (*)$$

Desarrollamos los valores absolutos por separado:

$$|2-x| = \begin{cases} 2-x & \text{si } 2-x \geq 0 \Rightarrow 2 \geq x \Rightarrow x \leq 2 \\ -2+x & \text{si } 2-x < 0 \Rightarrow 2 < x \Rightarrow x > 2 \end{cases}$$

$$|x+2| = \begin{cases} x+2 & \text{si } x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \\ -x-2 & \text{si } x+2 < 0 \Rightarrow x < -2 \end{cases}$$

$$|1-2x| = \begin{cases} 1-2x & \text{si } 1-2x \geq 0 \Rightarrow 1 \geq 2x \Rightarrow \frac{1}{2} \geq x \Rightarrow x \leq \frac{1}{2} \\ -1+2x & \text{si } 1-2x < 0 \Rightarrow 1 < 2x \Rightarrow \frac{1}{2} < x \Rightarrow x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Colocemos en la recta real los valores "frontera" de los valores absolutos:  $-2, \frac{1}{2}, 2$

Desarrollamos la expresión en las 4 regiones establecidas:

$$\begin{aligned} * &= \begin{cases} x - (2-x) + 3(-x-2) - 2(1-2x) & \text{si } x < -2 \\ x - (2-x) + 3(x+2) - 2(1-2x) & \text{si } -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x - (2-x) + 3(x+2) - 2(-1+2x) & \text{si } \frac{1}{2} < x \leq 2 \\ x - (-2+x) + 3(x+2) - 2(-1+2x) & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{operamos} \\ \hline \text{paréntesis} \end{array} \\ &= \begin{cases} x - 2 + x - 3x - 6 - 2 + 4x & \text{si } x < -2 \\ x - 2 + x + 3x + 6 - 2 + 4x & \text{si } -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x - 2 + x + 3x + 6 + 2 - 4x & \text{si } \frac{1}{2} < x \leq 2 \\ x + 2 - x + 3x + 6 + 2 - 4x & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{sumamos términos semejantes} \end{array} \\ &= \boxed{\begin{cases} 3x - 10 & \text{si } x < -2 \\ 9x + 2 & \text{si } -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x + 6 & \text{si } \frac{1}{2} < x \leq 2 \\ -x + 10 & \text{si } x > 2 \end{cases}} \end{aligned}$$