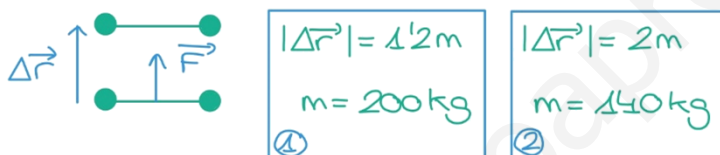


TRABAJO MECÁNICO

1. En el lenguaje ordinario, trabajo y esfuerzo son casi sinónimos, pero ¿y en Física? Pon algún ejemplo en el que se realice un gran esfuerzo, pero con trabajo nulo.

El esfuerzo se relaciona con la fatiga en el lenguaje ordinario, pero el trabajo mecánico es la fuerza por el desplazamiento en la misma dirección y sentido. Por ejemplo, se puede estar realizando un gran esfuerzo para empujar una caja muy pesada, pero si no logramos moverla no habrá trabajo mecánico.

2. ¿En qué caso realiza más trabajo un especialista en halterofilia, elevando 200kg a 1,2m de altura o levantando 140kg a 2m? ¿Cuánto hace más fuerza?



La fuerza que tenemos que aplicar para que se produzca el movimiento debe ser igual al peso:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \underbrace{\cos \phi}_{\cos 0^\circ = 1} = m \cdot g \cdot |\Delta \vec{r}|$$

El trabajo en cada caso es:

$$W_1 = 200 \cdot 9,8 \cdot 1,2 = 2352 \text{ (J)}$$

$$W_2 = 140 \cdot 9,8 \cdot 2 = 2744 \text{ (J)}$$

Por tanto, se realiza un mayor trabajo en el segundo caso. En el caso de la fuerza, será mayor cuanto mayor sea la masa. Por tanto, en nuestro caso, la fuerza será mayor en el primer supuesto: $F_1 > F_2$.

3. ¿Qué se requiere para que el trabajo motor de una fuerza sea máximo? Y si se trata de un trabajo resistente, ¿cómo se alcanza el valor absoluto más alto?

Según la expresión del trabajo:

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos \phi$$

Para que su valor sea máximo, el coseno debe valer 1. Por tanto, el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento debe ser nulo.

En el caso de que la fuerza sea resistente, el valor del trabajo será negativo, y el sentido de la fuerza es contrario al del desplazamiento. Así, el coseno del ángulo que forman deberá ser -1. Por tanto, el ángulo tiene que ser 180° .

4. ¿Qué trabajo realiza la fuerza $\vec{F}$ cuando se mueve la maleta 5m? ¿Qué componente no realiza trabajo?



La expresión para el trabajo y su valor es:

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\phi = 80\text{N} \cdot 5\text{m} \cdot \cos(45^\circ) = 283\text{J}$$

La componente normal de la fuerza no realiza trabajo porque forma un ángulo de 90° con el vector desplazamiento.

5. Calcula el trabajo que debe realizar una grúa para levantar verticalmente a 8m de altura un bloque de hormigón de 12500kg. ¿Depende el trabajo del tiempo invertido en el desplazamiento?

Para levantar el bloque, la grúa debe efectuar una fuerza vertical hacia arriba que como mínimo iguale su peso:

$$F \geq p = m \cdot g = 12500 \cdot 9.8 = 122500 \text{ (N)}$$

Como los vectores $\vec{F}$ y $\Delta\vec{r}$ forman un ángulo de $\phi = 0^\circ$, el trabajo mecánico resulta:

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \underbrace{\cos\phi}_{\cos(0^\circ) = 1} = m \cdot g \cdot |\Delta\vec{r}| = \\ &= 122500 \cdot 8 \cdot 1 = 9.8 \cdot 10^5 \text{ (J)} \end{aligned}$$

El trabajo no depende del tiempo invertido.

6. Sobre un objeto que se mueve en línea recta a lo largo de 5m actúan diversas fuerzas. Una de ellas es constante y de valor $F = 2,4\text{kN}$. Determina el ángulo que forman $\vec{F}$ y $\Delta\vec{r}$ en los siguientes casos:
- $W = -6\text{kJ}$
 - $W = +105\text{J}$

- Ⓔ El trabajo es negativo o resistente. Por tanto, el ángulo es mayor que 90° , y $\vec{F}$ se opone al movimiento.

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos \phi$$

$$\rightarrow \cos \phi = \frac{W}{F \cdot |\Delta\vec{r}|} = \frac{-6000}{2400 \cdot 5} = -0.5$$

$$\rightarrow \phi = \arccos(-0.5) = 120^\circ$$

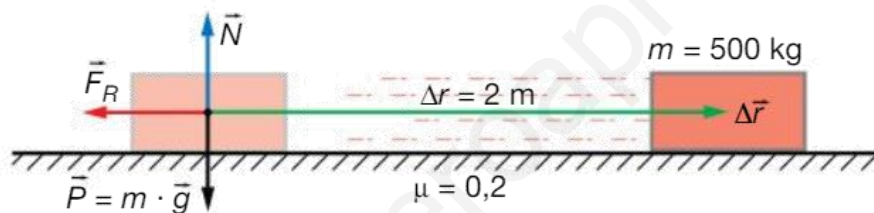
- Ⓕ Ahora el ángulo es:

$$\rightarrow \cos \phi = \frac{W}{F \cdot |\Delta\vec{r}|} = \frac{105}{2400 \cdot 5} = 0.00875$$

$$\rightarrow \phi = \arccos(0.00875) = 89.5^\circ$$

El trabajo es pequeño porque la fuerza y el desplazamiento son casi perpendiculares (y el coseno se acerca a cero).

7. Calcula el trabajo del rozamiento en este caso:



La fuerza de rozamiento realiza un trabajo negativo o resistente.

$$W = \vec{F}_{roz} \cdot \Delta\vec{r} = F_{roz} \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \underbrace{\cos \phi}_{\cos(180^\circ) = -1} = -F_{roz} \cdot |\Delta\vec{r}|$$

Aplico la II ley de Newton en el eje Y:

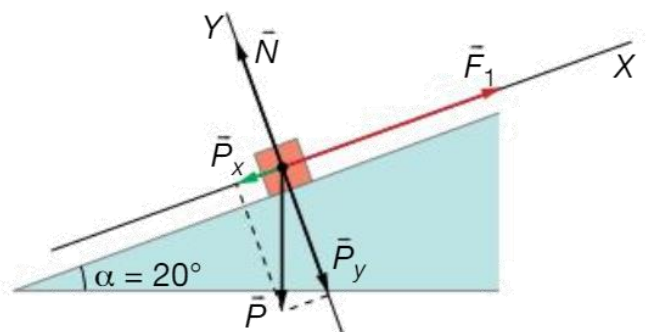
$$N - p = 0 \rightarrow N = p = m \cdot g$$

Entonces:

$$F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

$$\rightarrow W = -F_{roz} \cdot |\Delta\vec{r}| = -\mu \cdot m \cdot g \cdot |\Delta\vec{r}| = -0.2 \cdot 500 \cdot 9.8 \cdot 2 = -1960 \text{ (J)}$$

8. Una fuerza $\vec{F}_1$, de 25N, hace que el bloque de 2kg de la figura deslice 2m hacia arriba sin rozamiento por un plano inclinado 20° . Calcula y clasifica el trabajo que realizan $\vec{F}_1$, $\vec{P}_x$ y $\vec{P}_y$.



- Fuerza: $\vec{F}_1 = 25\hat{i}$ (N)
- Peso: $p_x = m \cdot g \cdot \sin 20^\circ = 2 \cdot 9.8 \cdot \sin 20^\circ = 6.7$
 $p_y = m \cdot g \cdot \cos 20^\circ = 2 \cdot 9.8 \cdot \cos 20^\circ = 18.4$
 $\vec{p} = \vec{p}_x + \vec{p}_y = -6.7\hat{i} - 18.4\hat{j}$ (N)
- Normal: III ley de Newton en el eje y
 $N - p_y = 0 \rightarrow N = p_y = 18.4 \rightarrow \vec{N} = 18.4\hat{j}$ (N)

TRABAJOS:

- $W_F = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ = 25 \cdot 2 \cdot 1 = 50$ (N) (motor)
- $W_p = W_{p_x} + W_{p_y} = p_x \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ + p_y \cdot \Delta r \cdot \cos 270^\circ =$
 $= 6.7 \cdot 2 \cdot (-1) + 18.4 \cdot 2 \cdot 0 = -13.4$ (N) (resistente)
- $W_N = N \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ = 18.4 \cdot 2 \cdot 0 = 0$ (N)

El trabajo que realizan $\vec{N}$ y $\vec{p}_y$ es nulo, por ser fuerzas perpendiculares al desplazamiento.

9. Calcula el trabajo total que realizan las cuatro fuerzas implicadas en el ejercicio anterior:

a) Como suma de los trabajos individuales.

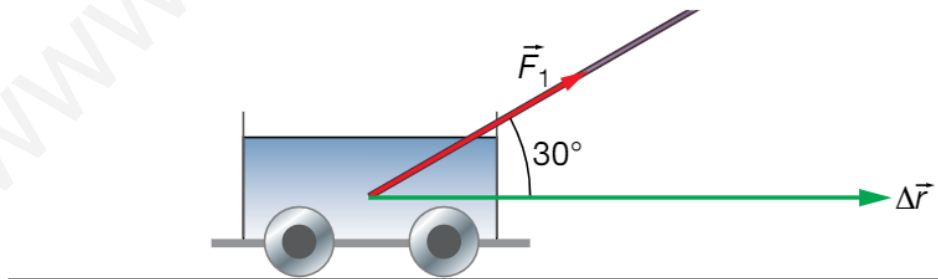
b) Hallando la fuerza resultante y obteniendo, a partir de ella, el trabajo.

$$\textcircled{a} W_T = W_F + W_p + W_N = 50 - 13.4 + 0 = 36.6 \text{ (N)}$$

$$\textcircled{b} \vec{F}_T = \vec{F} + \vec{p} + \vec{N} = 25\hat{i} - 6.7\hat{i} - 18.4\hat{j} + 18.4\hat{j} = 18.3\hat{i} \text{ (N)}$$

$$W_T = F_T \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ = 18.3 \cdot 2 \cdot 1 = 36.6 \text{ (N)}$$

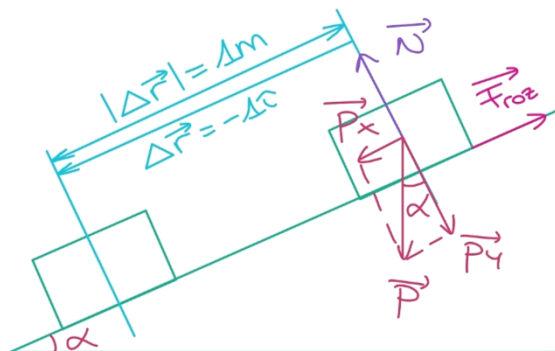
10. ¿Qué fuerza constante, $\vec{F}_1$, realiza un trabajo de 6,5MJ cuando la vagoneta de la figura se desplaza 100m en línea recta?



$$W = F_1 \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$$

$$\rightarrow F_1 = \frac{W}{\Delta r \cdot \cos \alpha} = \frac{6.5 \cdot 10^6}{100 \cdot \cos 30^\circ} = 75000 = 75 \text{ kN}$$

11. ¿Qué trabajo neto recibe un cuerpo de 50kg cuando desliza 1m por un plano inclinado 30° ? Considera $\mu = 0,1$.



- **Peso:** $p_x = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ = 50 \cdot 9,8 \cdot \sin 30^\circ = 245$
 $p_y = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ = 50 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ = 424,4$
 $\vec{p} = \vec{p}_x + \vec{p}_y = -245\hat{i} - 424,4\hat{j}$
- **Normal:** III ley de Newton en el eje y
 $N - p_y = 0 \rightarrow N = p_y = 424,4 \rightarrow \vec{N} = 424,4\hat{j} \text{ (N)}$
- **Fuerza rozamiento:**
 $F_{roz} = \mu \cdot N = 0,1 \cdot 424,4 = 42,4 \rightarrow \vec{F}_{roz} = 42,4\hat{i} \text{ (N)}$

TRABAJOS:

- $W_p = W_{p_x} + W_{p_y} = p_x \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ + p_y \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ =$
 $= 250 \cdot 1 \cdot 1 + 424,4 \cdot 1 \cdot 0 = 250 \text{ (J)}$
 - $W_N = N \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ (J)}$
 - $W_{Froz} = F_{roz} \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = 42,4 \cdot 1 \cdot (-1) = -42,4 \text{ (J)}$
- $\rightarrow W_T = W_p + W_N + W_{Froz} = 250 + 0 - 42,4 = 207,6 \text{ (J)}$

12. Se arrastra una mesa de 20kg por el suelo a largo de 5m. ¿Qué trabajo realiza el peso?

El trabajo es nulo, porque el peso es perpendicular al desplazamiento.

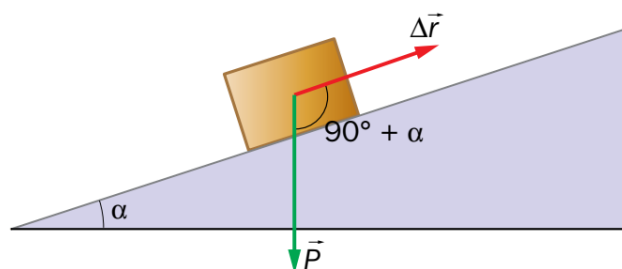
13. Una persona sostiene en sus brazos un cuerpo de 8kg. ¿Realiza trabajo? ¿Y si lo levanta verticalmente 1m?

En el primer caso, no realiza trabajo, porque el desplazamiento es nulo.

En el segundo caso, sí hay trabajo, porque la fuerza y el desplazamiento son paralelos. La fuerza debe superar al peso:

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos \phi = m \cdot g \cdot \Delta r \cdot \cos(0^\circ) = 8 \cdot 9,8 \cdot 1 \cdot 1 = 78,4 \text{ J}$$

14. Razona qué inclinación tiene un plano sabiendo que hay que efectuar un trabajo mínimo de 200J para arrastrar sobre él 4m hacia arriba un cuerpo de 25kg. Considera que no hay rozamiento.



El trabajo a realizar debe vencer el peso; por tanto, tendremos:

$$W = -W_{\text{peso}} = -m \cdot g \cdot \Delta r \cdot \cos(90^\circ + \alpha)$$

$$200 = -25 \cdot 9,8 \cdot 4 \cdot \cos(90^\circ + \alpha) \rightarrow \cos(90^\circ + \alpha) =$$

$$90^\circ + \alpha = \arccos(-0,204) = 101,8^\circ \rightarrow \alpha = 101,78^\circ - 90^\circ = 11,78^\circ$$

15. Razona si es correcta la afirmación siguiente: <<Toda fuerza que actúa sobre un cuerpo que se mueve realiza trabajo, bien positivo, o bien negativo>>. Pon varios ejemplos que corroboren tu respuesta.

La afirmación es falsa. Si no hay desplazamiento o si $\vec{F}$ y $\Delta\vec{r}$ son perpendiculares, el trabajo es nulo. Ejemplos de trabajo nulo pueden ser:

- El correspondiente a un levantador de pesas que mantiene en vilo la barra levantada.
- El que realiza el peso de un cuerpo que se mueve horizontalmente.

16. Dibuja un péndulo vertical largo y, para una oscilación completa de pequeña amplitud, razona cuánto vale el trabajo que realiza la tensión de la cuerda. Compara el resultado con el valor del trabajo que realiza el peso.

El esquema de las fuerzas implicadas en un péndulo simple son:

En cada punto, la tensión de la cuerda, $\vec{T}$, y el desplazamiento son perpendiculares; por tanto, el trabajo es nulo, sea cual sea el desplazamiento del péndulo.

En cuanto al peso, la componente $\vec{P}_y$ no realiza trabajo porque $\vec{P}_y$ es perpendicular a $\Delta\vec{r}$; sin embargo, la componente $\vec{P}_x$ sí realiza trabajo instantáneo. Es motor cuando la bola del péndulo baja y resistente cuando la bola sube.

No es necesario calcular el valor numérico del trabajo que realiza $\vec{P}_x$, porque en una oscilación completa se anula exactamente el trabajo motor ($W > 0$) y el trabajo resistente ($W < 0$) de modo que el trabajo total es nulo.

