1. Un examen consta de una parte teórica y una parte práctica. La probabilidad de que se apruebe la parte teórica es 0,7 y la de que se apruebe la parte práctica 0,75. Se sabe que el 50% de los alumnos ha aprobado ambas.

   a) **[1 puntos]** Calcular la probabilidad de aprobar alguna de las dos partes.

   b) **[1 punto]** Calcular la probabilidad de aprobar la parte práctica sabiendo que no se ha aprobado la parte teórica.

   c) **[0,5 puntos]** ¿Son independientes los sucesos "aprobar parte teórica" y "aprobar parte práctica"? Razona la respuesta.

2. En una encuesta sobre la nacionalidad de los veraneantes en un municipio de la costa andaluza, se ha observado que el 40% de los encuestados son españoles y el 60% extranjeros, que el 30% de los españoles y el 80% de los extranjeros residen en un hotel y el resto en otro tipo de residencia.

   a) **[0,5 puntos]** Nombrando a cada suceso de manera adecuada, elabora un diagrama de árbol que describa la totalidad del experimento aleatorio.

   b) **[1 punto]** ¿Cuál es la probabilidad de que un veraneante no resida en un hotel?

   c) **[1 punto]** Si un veraneante no reside en un hotel, ¿cuál es la probabilidad de que sea español?

3. La longitud de las truchas de una piscifactoría sigue una distribución normal de media 23,75 cm y desviación típica 3 cm.

   a) **[1 punto]** Si solo se comercializan aquellas truchas cuya longitud está comprendida entre 20 y 26 cm. ¿Qué porcentaje del total representan?

   b) **[1 punto]** ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de una trucha sea superior a 28 cm.

   c) **[0,5 puntos]** ¿Cuál ha de ser la longitud concreta para la que el 20,9% de toda la población de truchas tenga una longitud superior a esta longitud concreta?

4. Se quiere estimar el sueldo medio de un trabajador de transporte público. Se toma para ello una muestra de 625 de estos trabajadores y se obtiene un sueldo medio muestral de 1480 euros y desviación típica igual a 250 euros.

   a) **[1 punto]** Con un nivel de confianza del 90%, determina el intervalo de confianza para el sueldo medio de un trabajador del transporte público.

   b) **[0,5 puntos]** Con el mismo nivel de confianza que en el apartado anterior, ¿cómo procederías para hacer que la amplitud del intervalo de confianza fuera menor y, por tanto, la estimación más fiable?

   c) **[1 punto]** Si se quiere que el error máximo de estimación sea de 10 euros, hallar el tamaño de la muestra que se debe tomar considerando un nivel de confianza del 99%.

www.yoquieroaprobar.es

***Soluciones***

1. Un examen consta de una parte teórica y una parte práctica. La probabilidad de que se apruebe la parte teórica es 0,7 y la de que se apruebe la parte práctica 0,75. Se sabe que el 50% de los alumnos ha aprobado ambas.

   a) **[1 puntos]** Calcular la probabilidad de aprobar alguna de las dos partes.

   Llamemos $A$ al suceso "aprobar la parte teórica" y $B$ al suceso "aprobar la parte práctica".

   Entonces, según el enunciado, $P(A)=0,7$ ; $P(B)=0,75$ y $P(A\cap B)=0,5$.

   $$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0,7+0,75-0,5=0,95.$$

   b) **[1 punto]** Calcular la probabilidad de aprobar la parte práctica sabiendo que no se ha aprobado la parte teórica.

   $$P(B/\overline{A})=\frac{P(B\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{P(B-A)}{P(\overline{A})}=\frac{P(B)-P(B\cap A)}{1-P(A)}=\frac{0,75-0,5}{1-0,7}=\frac{0,25}{0,3}=0,833.$$

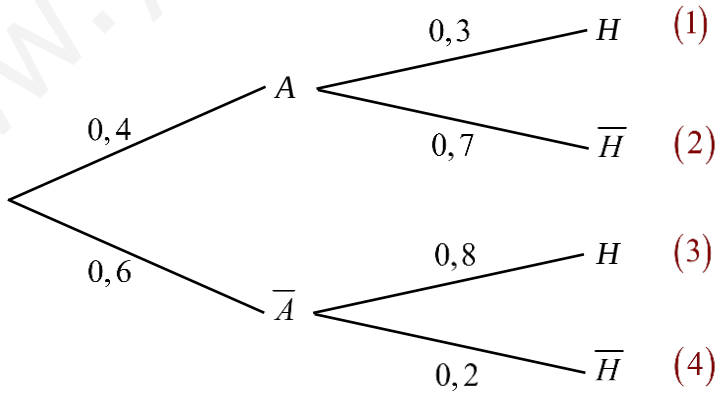
   c) **[0,5 puntos]** ¿Son independientes los sucesos "aprobar parte teórica" y "aprobar parte práctica"? Razona la respuesta.

   Puesto que $P(A)\cdot P(B)=0,7\cdot 0,75=0,525\neq 0,5=P(A\cap B)$, los sucesos $A$ y $B$ no son independientes.

2. En una encuesta sobre la nacionalidad de los veraneantes en un municipio de la costa andaluza, se ha observado que el 40% de los encuestados son españoles y el 60% extranjeros, que el 30% de los españoles y el 80% de los extranjeros residen en un hotel y el resto en otro tipo de residencia.

   a) **[0,5 puntos]** Nombrando a cada suceso de manera adecuada, elabora un diagrama de árbol que describa la totalidad del experimento aleatorio.

   Llamemos $A$ al suceso "ser español" y $H$ al suceso "residir en un hotel". Entonces sabemos que $P(A)=0,4$ ; $P(\overline{A})=0,6$; $P(H/A)=0,3$; $P(\overline{H}/A)=0,7$; $P(H/\overline{A})=0,8$; $P(\overline{H}/\overline{A})=0,2$.




   b) **[1 punto]** ¿Cuál es la probabilidad de que un veraneante no resida en un hotel?

   $$P(\overline{H})=(2)+(4)=0,4\cdot 0,7+0,6\cdot 0,2=0,28+0,12=0,4.$$

   c) **[1 punto]** Si un veraneante no reside en un hotel, ¿cuál es la probabilidad de que sea español?

   $$P(A/\overline{H})=\frac{P(A\cap\overline{H})}{P(\overline{H})}=\frac{(2)}{P(\overline{H})}=\frac{\cancel{0,4}\cdot 0,7}{\cancel{0,4}}=0,7.$$

www.yoquieroaprobar.es

3. La longitud de las truchas de una piscifactoría sigue una distribución normal de media 23,75 cm y desviación típica 3 cm.

   a) **[1 punto]** Si solo se comercializan aquellas truchas cuya longitud está comprendida entre 20 y 26 cm. ¿Qué porcentaje del total representan?

   Llamemos $X$ a la variable "longitud de una trucha". Entonces $X \to N(23,75\ ;\ 3)$.

   $$P(20 < X < 26) = P\left(\frac{20-23,75}{3} < Z < \frac{26-23,75}{3}\right) = P(-1,25 < Z < 0,75) =$$

   $$= P(Z < 0,75) - P(Z < -1,25) = P(Z < 0,75) - P(Z > 1,25) = P(Z < 0,75) - \left[1 - P(Z < 1,25)\right] =$$

   $= 0,7734 - (1 - 0,8944) = 0,7734 - 0,1056 = 0,6678$, lo que significa un porcentaje del 66,78%.

   b) **[1 punto]** ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de una trucha sea superior a 28 cm.

   $$P(X > 28) = P\left(Z > \frac{28-23,75}{3}\right) = P(Z > 1,42) = 1 - P(Z < 1,42) = 1 - 0,9222 = 0,0778.$$

   c) **[0,5 puntos]** ¿Cuál ha de ser la longitud concreta para la que el 20,9% de toda la población de truchas tenga una longitud superior a esta longitud concreta?

   Llamemos $x$ a esa longitud. Entonces, según el enunciado, $P(X > x) = 0,209$. Tipificando la variable tenemos $P\left(Z > \frac{x-23,75}{3}\right) = 0,209 \Rightarrow 1 - P\left(Z < \frac{x-23,75}{3}\right) = 0,209 \Rightarrow P\left(Z < \frac{x-23,75}{3}\right) = 0,791$.

   Usando la tabla: $\frac{x-23,75}{3} = 0,81 \Rightarrow x - 23,75 = 2,43 \Rightarrow x = 2,43 + 23,75 = 26,18$.

   Esto indica que el 20,9% de la población de truchas tiene una longitud superior a 26,18 cm.

4. Se quiere estimar el sueldo medio de un trabajador de transporte público. Se toma para ello una muestra de 625 de estos trabajadores y se obtiene un sueldo medio muestral de 1480 euros y desviación típica igual a 250 euros.

   a) **[1 punto]** Con un nivel de confianza del 90%, determina el intervalo de confianza para el sueldo medio de un trabajador del transporte público.

   Al 90% es: $1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \alpha = 0,1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$. Entonces el intervalo es:

   $$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(1480 - 1,645 \cdot \frac{250}{\sqrt{625}}\ ,\ 1480 + 1,645 \cdot \frac{250}{\sqrt{625}}\right) = (1463,55\ ;\ 1496,45).$$

   b) **[0,5 puntos]** Con el mismo nivel de confianza que en el apartado anterior, ¿cómo procederías para hacer que la amplitud del intervalo de confianza fuera menor y, por tanto, la estimación más fiable?

   Para hacer que la amplitud del intervalo fuera menor habría que aumentar el tamaño $n$ de la muestra. Procediendo así, el factor $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ sería más pequeño, y la longitud del intervalo menor.

   c) **[1 punto]** Si se quiere que el error máximo de estimación sea de 10 euros, hallar el tamaño de la muestra que se debe tomar considerando un nivel de confianza del 99%.

   Al 99% tenemos: $1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575$. Entonces:

   $$z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 10 \Rightarrow 2,575 \cdot \frac{250}{\sqrt{n}} < 10 \Rightarrow 2,575 \cdot \frac{250}{10} < \sqrt{n} \Rightarrow 64,375 < \sqrt{n} \Rightarrow 4144,14 < n.$$

   Por tanto, el tamaño de la muestra que se debería tomar sería, como mínimo, de 4145 trabajadores.

www.yoquieroaprobar.es