

1. En una clase en la que todos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol, ¿cuál será la probabilidad de que, escogido al azar un alumno de la clase?
 - a) [0,5 puntos] Juegue al baloncesto.
 - b) [0,5 puntos] Juegue sólo al fútbol.
 - c) [0,5 puntos] Juegue sólo al baloncesto.
 - d) [0,5 puntos] No juegue ni al fútbol ni al baloncesto.
 - e) [0,5 puntos] ¿Son independientes los sucesos jugar al fútbol y jugar al baloncesto?

2. En un instituto hay 60 alumnos de 2º de Bachillerato. De ellos 40 estudian inglés, 24 estudian francés y 12 los dos idiomas. Se elige al azar un alumno de 2º de Bachillerato. Hallar la probabilidad de que el alumno elegido:
 - a) [0,5 puntos] Estudie francés o inglés.
 - b) [0,5 puntos] No estudie ni francés ni inglés.
 - c) [0,5 puntos] Estudie francés y no inglés.
 - d) [0,5 puntos] Estudie exactamente un idioma.
 - e) [0,5 puntos] Si el alumno elegido no estudia francés, ¿cuál es la probabilidad de que estudie inglés?

3. Se tienen dos urnas U_1 y U_2 . La primera contiene seis bolas blancas, cuatro negras y dos rojas; y la segunda contiene tres bolas blancas y siete negras. Se lanza un dado al aire, y si aparece un número múltiplo de 3 se saca una bola de la urna U_1 ; en caso contrario, se saca la bola de la urna U_2 . Hallar la probabilidad de que:
 - a) [0,5 puntos] Salga bola roja.
 - b) [1 punto] Salga bola blanca.
 - c) [1 punto] Si la bola extraída fue negra, ¿qué probabilidad hay de que proceda de la urna U_2 ?

4. Una empresa del ramo de la alimentación elabora sus productos en cuatro factorías: A, B, C y D. El porcentaje de producción total que se fabrica en cada factoría es del 40%, 30%, 20% y 10%, respectivamente, y además el porcentaje de envasado incorrecto en cada factoría es del 1%, 2%, 7% y 4%. Tomamos un producto de la empresa al azar.
 - a) [1,5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentre defectuosamente envasado?
 - b) [1 punto] Si el producto está correctamente envasado, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la factoría C?

Soluciones

1. En una clase en la que todos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol, ¿cuál será la probabilidad de que, escogido al azar un alumno de la clase?

Llamemos A al suceso "jugar al fútbol" y B al suceso "jugar al baloncesto". Entonces, según el enunciado del problema: $P(A \cup B) = 0,6$; $P(A \cap B) = 0,1$; $P(\bar{A}) = 0,6$

- a) [0,5 puntos] Juegue al baloncesto.

$$\text{Como } P(\bar{A}) = 0,6 \Rightarrow P(A) = 0,4.$$

$$\text{Además, } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0,6 = 0,4 + P(B) - 0,1 \Rightarrow P(B) = 0,3.$$

- b) [0,5 puntos] Juegue sólo al fútbol.

$$P(A - B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,4 - 0,1 = 0,3.$$

- c) [0,5 puntos] Juegue sólo al baloncesto.

$$P(B - A) = P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(B \cap A) = 0,3 - 0,1 = 0,2.$$

- d) [0,5 puntos] No juegue ni al fútbol ni al baloncesto.

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,6 = 0,4.$$

- e) [0,5 puntos] ¿Son independientes los sucesos jugar al fútbol y jugar al baloncesto?

$$P(A \cap B) = 0,1 \neq P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12. \text{ Por tanto, } A \text{ y } B \text{ no son independientes.}$$

2. En un instituto hay 60 alumnos de 2º de Bachillerato. De ellos 40 estudian inglés, 24 estudian francés y 12 los dos idiomas. Se elige al azar un alumno de 2º de Bachillerato. Hallar la probabilidad de que el alumno elegido:

Llamemos I al suceso "estudiar inglés" y F al suceso "estudiar francés". Entonces, según el enunciado se

$$\text{tiene: } P(I) = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}; P(F) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}; P(I \cap F) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}.$$

- a) [0,5 puntos] Estudie francés o inglés.

$$P(I \cup F) = P(I) + P(F) - P(I \cap F) = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{10 + 6 - 3}{15} = \frac{13}{15} \cong 0,867.$$

- b) [0,5 puntos] No estudie ni francés ni inglés.

$$P(\bar{F} \cap \bar{I}) = P(\overline{F \cup I}) = 1 - P(F \cup I) = 1 - \frac{13}{15} = \frac{2}{15} \cong 0,133.$$

- c) [0,5 puntos] Estudie francés y no inglés.

$$P(F - I) = P(F \cap \bar{I}) = P(F) - P(F \cap I) = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

- d) [0,5 puntos] Estudie exactamente un idioma.

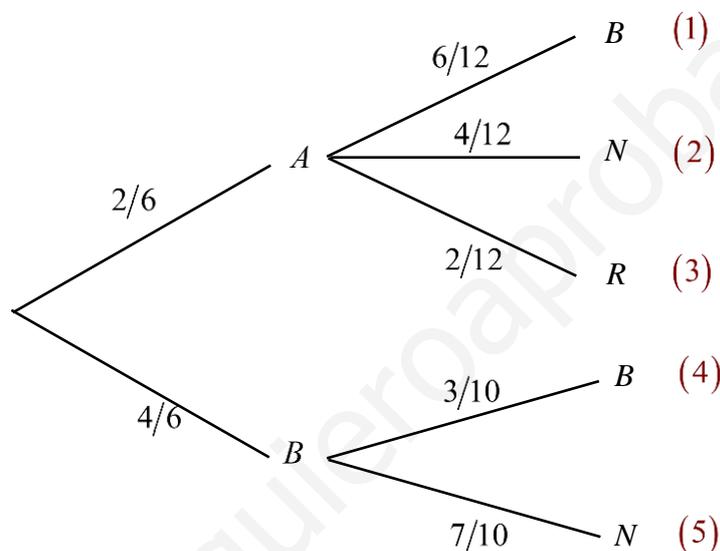
$$\begin{aligned} P\left[(F \cap \bar{I}) \cup (I \cap \bar{F})\right] &= P(F \cap \bar{I}) + P(I \cap \bar{F}) = P(F) - P(F \cap I) + P(I) - P(I \cap F) = \\ &= \frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \cong 0,6667 \end{aligned}$$

e) [0,5 puntos] Si el alumno elegido no estudia francés, ¿cuál es la probabilidad de que estudie inglés?

$$P(I/\bar{F}) = \frac{P(I \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{P(I) - P(I \cap F)}{1 - P(F)} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{5}}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{\frac{7}{15}}{\frac{3}{5}} = \frac{35}{45} = \frac{7}{9} \cong 0,778$$

3. Se tienen dos urnas U_1 y U_2 . La primera contiene seis bolas blancas, cuatro negras y dos rojas; y la segunda contiene tres bolas blancas y siete negras. Se lanza un dado al aire, y si aparece un número múltiplo de 3 se saca una bola de la urna U_1 ; en caso contrario, se saca la bola de la urna U_2 . Hallar la probabilidad de que:

Llamemos A al suceso "salir múltiplo de 3 al lanzar el dado": $A = \{3, 6\}$; B al suceso "sacar bola blanca", N al suceso "sacar bola negra" y R al suceso "sacar bola roja". Entonces podemos confeccionar el siguiente diagrama, el cual expresa la situación que se describe en el enunciado:



a) [0,5 puntos] Salga bola roja.

$$P(R) = (3) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18} \cong 0,05556.$$

b) [1 punto] Salga bola blanca.

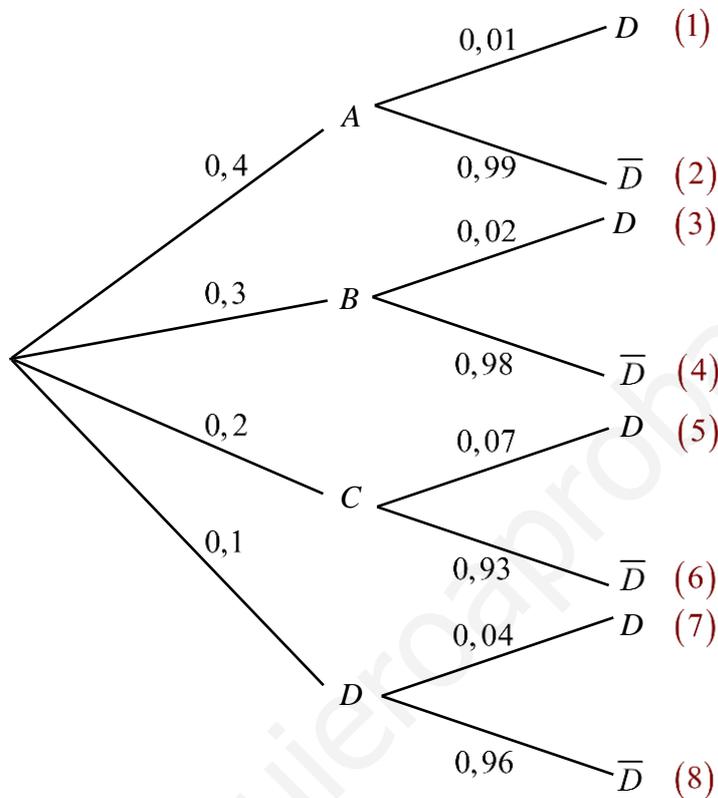
$$P(B) = (1) + (4) = \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{12} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{6} + \frac{6}{30} = \frac{5+6}{30} = \frac{11}{30} \cong 0,36667.$$

c) [1 punto] Si la bola extraída fue negra, ¿qué probabilidad hay de que proceda de la urna U_2 ?

$$P(U_2/N) = \frac{P(U_2 \cap N)}{P(N)} = \frac{\frac{4}{6} \cdot \frac{7}{10}}{\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{12} + \frac{4}{6} \cdot \frac{7}{10}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{10}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{10}} = \frac{\frac{14}{30}}{\frac{1}{9} + \frac{14}{30}} = \frac{\frac{14}{30}}{\frac{52}{90}} = \frac{90 \cdot 14}{30 \cdot 52} = \frac{42}{52} = \frac{21}{26} \cong 0,8077.$$

4. Una empresa del ramo de la alimentación elabora sus productos en cuatro factorías: A, B, C y D. El porcentaje de producción total que se fabrica en cada factoría es del 40%, 30%, 20% y 10%, respectivamente, y además el porcentaje de envasado incorrecto en cada factoría es del 1%, 2%, 7% y 4%. Tomamos un producto de la empresa al azar.

Llamemos D al suceso “producto defectuoso o incorrecto”. Según el enunciado del ejercicio podemos elaborar el siguiente diagrama de árbol:



- a) [1,5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentre defectuosamente envasado?

$$P(D) = (1) + (3) + (5) + (7) = 0,4 \cdot 0,01 + 0,3 \cdot 0,02 + 0,2 \cdot 0,07 + 0,1 \cdot 0,04 = 0,028.$$

- b) [1 punto] Si el producto está correctamente envasado, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la factoría C?

$$P(C|\bar{D}) = \frac{P(C \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0,2 \cdot 0,93}{1 - 0,028} = \frac{0,186}{0,972} = 0,19136.$$