

**Examen de Matemáticas 1º de ESO**

1. **[1 punto]** ¿Cuándo se da entre dos números una relación de divisibilidad? Agrupa estos números por parejas que cumplan relación de divisibilidad.

13 8 312 72 189 12 60 21 3 65

2. **[1 punto]** Escribe:

- a) Los múltiplos de 21 situados entre 100 y 200.
b) Todos los divisores de 54.

3. **[1,5 puntos]** Supongamos que tenemos la siguiente relación de números:

2 315 19 3 132 11 92 45
1067 5 13 99 4 5829 17 201

Copia y completa la siguiente tabla utilizando los números de la relación anterior:

Números primos	
Números divisibles por tres	
Números divisibles por once	
Números que no cumplen nada de lo anterior	

4. **[1,5 puntos]** Factoriza en producto de números primos los siguientes números: 2520, 1323, 23232
5. **[2 puntos]**
- a) Halla el máximo común divisor de 360 y 540.
b) Halla el mínimo común múltiplo de 140, 175 y 196.

Problemas

6. **[1 punto]** Marisa está preparando canapés para la celebración de una comunión y dispone de 18 bandejas para colocarlos. Marisa hace 90 canapés y quiere que cada bandeja contengan el mismo número de unidades. Si quiere poner más de 5 bandejas, ¿cuáles son las distintas formas en que puede colocar las bandejas con sus canapés?
7. **[1 punto]** El planeta Mercurio tarda 88 días terrestres en dar una vuelta completa alrededor del Sol. El planeta Venus tarda 225 días terrestres en completar su órbita. Si Mercurio y Venus están alineados con el Sol, ¿cuántos años y cuántos meses habrán de pasar, aproximadamente, para que se vuelva a producir la alineación?
8. **[1 punto]** Una fábrica de bombillas tiene en el almacén 660 unidades de 8 vatios, 945 unidades de 11 vatios y 975 unidades de 15 vatios. El encargado quiere distribuirlos en cajas que contengan el mismo número de bombillas de igual potencia y desea, además, que este número sea el mayor posible. ¿Cuántas bombillas debe contener cada caja? ¿Cuántas cajas de cada tipo habrá?



Soluciones

1. Entre dos números se da una relación de divisibilidad cuando uno de ellos es divisible por el otro, o lo que es lo mismo, cuando la división entre ellos es exacta (el resto es cero).

Las parejas que cumplen la relación de divisibilidad son las siguientes (hay más formas de hacerlo):

65 y 13 porque $65 = 13 \cdot 5$

72 y 8 porque $72 = 8 \cdot 9$

312 y 3 porque $312 = 3 \cdot 104$

189 y 21 porque $189 = 21 \cdot 9$

60 y 12 porque $60 = 12 \cdot 5$

2. Múltiplos de 21 situados entre 100 y 200 : 105, 126, 147, 168, 189

$$\text{Div}(54) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$$

3. Completar la tabla:

2	315	19	3	132	11	92	45
1067	5	13	99	4	5829	17	201

Números primos	2, 3, 5, 11, 13, 17, 19
Números divisibles por tres	315, 3, 132, 45, 99, 5829, 201
Números divisibles por once	132, 11, 1067, 99
Números que no cumplen nada de lo anterior	92, 4

4. Factoriza en producto de números primos los siguientes números: 2520, 1323, 23232

2520	2	1323	3	23232	2
1260	2	441	3	11616	2
630	2	147	3	5808	2
315	3	49	7	2904	2
105	3	7	7	1452	2
35	5	1		726	2
7	7			363	3
1				121	11
				11	11
				1	

Por tanto:

$$2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$1323 = 3^3 \cdot 7^2$$

$$23232 = 2^6 \cdot 3 \cdot 11^2$$



$$\begin{aligned}
 5. \quad a) \quad & \left. \begin{aligned} 360 &= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 540 &= 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{mcd}(360, 540) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180 \\
 b) \quad & \left. \begin{aligned} 140 &= 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 175 &= 5^2 \cdot 7 \\ 196 &= 2^2 \cdot 7^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{mcm}(140, 175, 196) = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = 4 \cdot 25 \cdot 49 = 4900
 \end{aligned}$$

Problemas

6. Marisa está preparando canapés para la celebración de una comunión y dispone de 18 bandejas para colocarlos. Marisa hace 90 canapés y quiere que cada bandeja contengan el mismo número de unidades. Si quiere poner más de 5 bandejas, ¿cuáles son las distintas formas en que puede colocar las bandejas con sus canapés?.

Solución:

Los divisores de 90 son: $\{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$

Como Marisa dispone de 18 bandejas y quiere poner más de 5, las distintas formas en que puede colocar las bandejas con sus canapés son las siguientes:

- 6 bandejas de 15 canapés cada una ($6 \cdot 15 = 90$).
- 9 bandejas de 10 canapés cada una ($9 \cdot 10 = 90$).
- 10 bandejas 9 canapés cada una ($10 \cdot 9 = 90$).
- 15 bandejas de 6 canapés cada una ($15 \cdot 6 = 90$).
- 18 bandejas de 5 canapés cada una ($18 \cdot 5 = 90$).

7. El planeta Mercurio tarda 88 días terrestres en dar una vuelta completa alrededor del Sol. El planeta Venus tarda 225 días terrestres en completar su órbita. Si Mercurio y Venus están alineados con el Sol, ¿cuántos años y cuántos meses habrán de pasar, aproximadamente, para que se vuelva a producir la alineación?

Solución:

La solución, en días, viene dada por el mínimo común múltiplo de 88 y 225:

$$\left. \begin{aligned} 88 &= 2^3 \cdot 11 \\ 225 &= 3^2 \cdot 5^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{mcm}(88, 225) = 2^3 \cdot 11 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 88 \cdot 225 = 19800.$$

Por tanto, han de pasar 19800 días para que se produzca otra vez la alineación. Si dividimos 19800 entre 365 obtenemos 54 de cociente y 90 de resto, con lo que 19800 días son, aproximadamente, 54 años y 3 meses.

8. Una fábrica de bombillas tiene en el almacén 660 unidades de 8 vatios, 945 unidades de 11 vatios y 975 unidades de 15 vatios. El encargado quiere distribuir las bombillas en cajas que contengan el mismo número de bombillas de igual potencia y desea, además, que este número sea el mayor posible. ¿Cuántas bombillas debe contener cada caja? ¿Cuántas cajas de cada tipo habrá?

Solución:

La solución viene dada por el máximo común divisor de 660, 945 y 975.

$$\left. \begin{aligned} 660 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \\ 945 &= 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \\ 975 &= 3 \cdot 5^2 \cdot 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{mcd}(660, 945, 975) = 3 \cdot 5 = 15. \text{ Además: } 660 : 15 = 44; 945 : 15 = 63; 975 : 15 = 65$$

Entonces cada caja debe contener 15 bombillas. Habrá 44 cajas de bombillas de 8 vatios, 63 cajas de bombillas de 11 vatios, y 65 cajas de bombillas de 15 vatios.