

1. (1.50 pto) Simplifica las expresiones siguientes aplicando las propiedades de las potencias o raíces.

$$a) \frac{(2^5 \cdot 3^{-4})^4 \cdot ((-3)^{-6} \cdot 2^2)^{-4}}{((-2^2)^{-3})^{-2} \cdot 3^7} = 3$$

Desarrollo

$$= \frac{(2^{20} \cdot 3^{-16}) \cdot ((-3)^{24} \cdot 2^{-8})}{(-2)^{12} \cdot 3^7} = \frac{2^{20} \cdot 3^{-16} \cdot 3^{24} \cdot 2^{-8}}{2^{12} \cdot 3^7} = \frac{2^{12} \cdot 3^8}{2^{12} \cdot 3^7} = 3 //$$

$$b) \frac{25^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[5]{625^3}} = \frac{1}{5} \sqrt[15]{\frac{1}{5}} = \sqrt[15]{5^{-16}} = \sqrt[15]{\frac{1}{5^{16}}}$$

Desarrollo

$$= \frac{\sqrt[3]{25^2}}{\sqrt[5]{5^{12}}} = \frac{\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[5]{5^{12}}} = \sqrt[15]{\frac{5^{20}}{5^{36}}} = \sqrt[15]{\frac{1}{5^{16}}} = \frac{1}{5} \sqrt[15]{\frac{1}{5}}$$

$$c) \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt[4]{27}}{\sqrt[3]{300}} = \sqrt[12]{\frac{3^5}{2^2 \cdot 5^2}} = \sqrt[12]{3^5 \cdot 2^{-2} \cdot 5^{-2}} = \frac{\sqrt[12]{3^5}}{\sqrt[6]{10}}$$

Desarrollo

$$= \frac{\sqrt{5 \cdot 2} \cdot \sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2}} = \sqrt[12]{\frac{5^6 \cdot 2^6 \cdot 3^9}{2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^8}} = \sqrt[12]{\frac{3^5}{2^2 \cdot 5^2}}$$

2. (1.50 pts) Indica si estas sucesiones son progresiones. En las que lo sean, indica de qué tipo, y halla el término general de cada una de ellas.

a) $\{-4, -1, 2, 5, 8, \dots\}$

Desarrollo

Comprobamos si es P.A.

$$a_2 = a_1 + d; \quad -1 = -4 + d; \quad d = 3$$

$$a_3 = a_2 + d; \quad 2 = -1 + d; \quad 2 = -1 + 3; \quad 2 = 2$$

Es P.A. cuya diferencia es 3

Demostración: $a_2 = a_1 + d; -1 = -4 + d; d = 3$

Se trata de una progresión aritmética, cuya diferencia es 3

Término general

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d; \quad a_n = -4 + (n-1) \cdot 3 = -4 + 3n - 3; \quad a_n = -7 + 3n$$

b) $\{2, 5, 10, 17, 26, \dots\}$

Comprobamos que es? Si fuera P.A., $5 = 2 + d \rightarrow d = 3$

$$10 = 5 + 3 = 8$$

No se cumple. luego NO es P.A.

Si, fuera P.G.

$$a_2 = a_1 \cdot r^{2-1} = a_1 \cdot r = a_1 \cdot r$$

$$5 = 2 \cdot r, \quad r_1 = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$10 = 5 \cdot r^2$$

$$r_2 = \sqrt{2}$$

$$r_1 \neq r_2$$

No es P.G.

No es una progresión

3. (1.50 pto) Dada la sucesión $a_n = 3n + 5$, contesta a las siguientes cuestiones:

a) Calcula los 4 primeros términos

$$\begin{aligned} a_1 &= 3 \cdot 1 + 5 = 8 & ; & \quad a_3 = 3 \cdot 3 + 5 = 14 \\ a_2 &= 3 \cdot 2 + 5 = 11 & & \quad a_4 = 3 \cdot 4 + 5 = 17 \end{aligned}$$

{8, 11, 14, 17 ...}

b) Indica si se trata de una progresión aritmética o geométrica, y por qué

$$\{8, 11, 14, 17 \dots\} \quad \begin{aligned} a_2 &= a_1 + d; & 11 &= 8 + d, & d &= 3 \\ a_3 &= a_2 + d; & 14 &= 11 + d, & d &= 3 \end{aligned}$$

se trata de una progresión aritmética

c) Calcula la diferencia o la razón, en caso de que sea una progresión aritmética o geométrica

$d=3$ (han de demostrarlo)

d) Calcula el término general, si fuera una progresión

$$a_n = 8 + (n - 1) \cdot 3 = 8 + 3n - 3 = 3n + 5$$

4. (1.00 pto) Dados los polinomios $A(x) = x^2 - 4$ y $B(x) = 5x^2 - 3x + 2$, calcula:

a) $A(x) \cdot [-2 \cdot B(x)] = -10x^4 + 6x^3 + 36x^2 - 24x + 16$

$$\begin{aligned} (x^2 - 4) \cdot [-2(5x^2 - 3x + 2)] &= (x^2 - 4) \cdot (-10x^2 + 6x - 4) = \\ &= -10x^4 + 6x^3 - 4x^2 + 40x^2 - 24x + 16 = \\ &= -10x^4 + 6x^3 + 36x^2 - 24x + 16 // \end{aligned}$$

5. (1.50 pto) Factoriza e indica las raíces del siguiente polinomio:

a) $R(x) = 10x^5 + 57x^4 + 96x^3 + 47x^2 + 6x = x(x+2)(x+3)(5x+1)(2x+1) = 10x(x+2)(x+3)(x+\frac{1}{5})(x+\frac{1}{2})$

FACTORIZAR NO ES SOLO SACAR FACTOR COMÚN,
Es expresar $R(x)$ como producto de FACTORES
Para ello como es de Grado 5, aplicamos
Ruffini, pero hay que tener término independiente

$$R(x) = x \left(10x^4 + 57x^3 + 96x^2 + 7x + 6 \right)$$

↓
Ruffini

	10	57	96	7	6
$\alpha = -3$		-30	-81	-45	-6
	10	27	15	2	0
$\alpha = -2$		-20	-14	-2	
	10	7	1	0	

Ya no se puede más por Ruffini (Raíces Enteras)

$$R(x) = x(x+3)(x+2)(10x^2 + 7x + 1)$$

No olvidar multiplicar

es 2º grado

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{49 - 40}}{20} = \frac{-4 \pm 3}{20} = \begin{cases} \frac{-10}{20} = -\frac{1}{2} \\ \frac{-4}{20} = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

Raíces Polinomio $x = -\frac{1}{2}$

$x = -\frac{1}{5}$

$$R(x) = x \cdot (x+3) (x+2) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{5}\right) \cdot 10 //$$

$$= x (x+3) (x+2) \left(\frac{2x+1}{2}\right) \left(\frac{5x+1}{5}\right) \cdot 10 =$$

$$= x (x+3) (x+2) \left(\frac{(2x+1)(5x+1)}{10}\right) \cdot 10 =$$

$$= x (x+3) (x+2) (2x+1) (5x+1) //$$

Raíces: $x = 0; x = -3; x = -2; x = -\frac{1}{2}; x = -\frac{1}{5}$

6. (1.50 pto) Simplifica la siguiente fracción algebraica:

$$\frac{3x^3 - 3x^2 - 6x}{x^3 - 2x^2 - x + 2} = \frac{3x}{x-1}$$

→ Ruffini

$$> 3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x^2 - x - 2)$$

$$= 3x(x-2)(x+1)$$

$$\rightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 =$$

$$= (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-2)$$

↳ Ec. 2º grado / Ruffini

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow -1 \end{matrix}$$

1	1	-2	-1	2
		1	-1	-2
-1	1	-1	-2	0
		-1	2	
2	1	-2	0	
		2		
	1	0		

$$= \frac{3x(x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x-2)} = \frac{3x}{x-1} //$$

7. (1.50 pts) Realiza las operaciones y simplifica el resultado: $\frac{1}{x+2} + \frac{x+1}{x^2-x-6} \cdot \frac{2x^2-2x-12}{x^2-4} = \frac{3x}{x^2-4}$

$$\frac{1}{x+2} + \frac{x+1}{x^2-x-6} \cdot \frac{2(x^2-x-6)}{x^2-4} = \frac{1}{x+2} + \frac{(x+1) \cdot 2}{x^2-4} =$$

$$= \frac{(x-2) + 2(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-2+2x+2}{x^2-4} =$$

$$= \frac{3x}{x^2-4} //$$