Resolver la ecuación

$4^{2x-1} = 5^{x+2}$

Es una ecuación exponencial porque la incógnita se encuentra en el exponente.

Tomando logaritmos en ambos términos de la ecuación:

$4^{2x-1} = 5^{x+2}$

$(2x - 1)\log 4 = (x + 2)\log 5$

$(2x - 1)\log 2^2 = (x + 2)\log\frac{10}{2}$

$(2x - 1)(2\log 2) = (x + 2)[\log 10 - \log 2] = (x + 2)(1 - \log 2)$

$(2x - 1)(2\log 2) = (x + 2)(1 - \log 2)$

$(2x - 1)(2x0{,}301030) = (x + 2)(1 - 0{,}301030)$

$(2x - 1)(0{,}602060) = (x + 2)(0{,}69897)$

$1{,}20612x - 0{,}602060 = 0{,}69897x + 1{,}39794$

$0{,}50715x = 2{,}001$

$\mathbf{x} = \frac{2{,}001}{0{,}50715} = \mathbf{3{,}94557}$

Resolver la ecuación

$$3^{2x} . 5^{6x-7} = 9^{x-2} . 7^{1-x}$$

Es una ecuación exponencial porque la incógnita se encuentra en el exponente.

$$3^{2x} . 5^{6x-7} = 9^{x-2} . 7^{1-x}$$

$$\log (3^{2x} . 5^{6x-7}) = \log (3^{2(x-2)} . 7^{1-x})$$

$$\log 3^{2x} + \log 5^{6x-7} = \log 3^{2x-4} + \log 7^{1-x})$$

$$2x \log 3 + (6x-7)\log 5 = (2x-4)\log 3 + (1-x)\log 7$$

$$\cancel{2x \log 3} + 6x\log 5 - 7\log 5 = \cancel{2x\log 3} - 4\log 3 + \log 7 - x\log 7$$

$$6x\log 5 + x\log 7 = -4\log 3 + \log 7 + 7\log 5$$

Mediante el uso de la calculadora o tabla de logaritmos hallamos el valor de aquéllos

$$2x(0{,}698970) + x(0{,}845098) = -4(0{,}477121) + 0{,}845098 + 7(0{,}698970)$$

$$5{,}038918x = 3{,}829395$$

$$\mathbf{x} = \frac{3{,}829395}{5{,}038918} = \mathbf{0{,}759963}$$

Resolver:

$2^{\,x+x^2} = 64$

$2^{\,x+x^2} = 64$

Hacemos la descomposición factorial de 64

$64 = 2x2x2x2x2x2x1 = 2^{\,6}$

$2^{\,x+x^2} = 2^{\,6}$

$x^2 + x - 6 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4x1x6}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$\boldsymbol{x_1} = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = \mathbf{2\ solución\ válida}$$

$$x_2 = \frac{-1-5}{2} = \frac{-6}{2} = \mathbf{-3\ \ solución\ válida}$$

Resolver:

$$17^{x^2-\frac{x}{2}} = 4913$$

$$17^{x^2-\frac{x}{2}} = 4913$$

Hacemos la descomposición factorial de 4913

$$4913 = 17x17x17x1 = 17^{\,3}$$

$$17^{x^2-\frac{x}{2}} = 17^{\,3}$$

$$x^2 - \frac{x}{2} = 3$$

$$2x^2 - x = 6$$

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 + 4x2x6}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4}$$

$$\boldsymbol{x_1} = \frac{1+7}{4} = \frac{8}{4} = \textbf{2 solución válida}$$

$$x_2 = \frac{1-7}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{-3}{2} \quad \textbf{solución no válida}$$

Resolver:

$$2^{x^2+5X-12} = 4096$$

$$2^{x^2+5X-12} = 4096$$

Hacemos la descomposición factorial de 4096

$$4096 = 2x2x2x2x2x2x2x2x2x2x2x2x1 = 2^{12}$$

$$2^{x^2+5X-12} = 2^{12}$$

$$x^2 + 5x - 12 = 12$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4x1x24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-5 \pm 11}{2}$$

$$\boldsymbol{x_1} = \frac{-5 + 11}{2} = \frac{6}{2} = \mathbf{3\ soluci\acute{o}n\ v\acute{a}lida}$$

$$\boldsymbol{x_2} = \frac{-5 - 11}{2} = \frac{-16}{2} = -8\ \mathbf{soluci\acute{o}n\ \ v\acute{a}lida}$$

Resolver:

$7^{(x+7)(x+8)} = 1$

$$7^{(x+7)(x+8)} = 1$$

Sabemos que:

$1 = 7^0$

Luego podemos poner:

$7^{(x+7)(x+8)} = 7^0$

Por tanto,

$(x+7)(x+8) = 1$

$$x^2 + 7x + 8x + 56 = 0$$

$$x^2 + 15x + 56 = 0$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4x1x56}}{2} = \frac{-15 \pm \sqrt{225 - 224}}{2} = \frac{-15 \pm \sqrt{1}}{2} =$$

$$= \frac{-15 \pm 1}{2}$$

$$\boldsymbol{x_1 =} \frac{-15+1}{2} = \frac{-14}{2} = \mathbf{-7\ soluci\acute{o}n\ v\acute{a}lida}$$

$$\boldsymbol{x_2 =} \frac{-15-1}{2} = \frac{-16}{2} = \mathbf{-8\ \ soluci\acute{o}n\ \ \ v\acute{a}lida}$$