

Resolver:

$$2^x \cdot 5^x = 0,1(10^{x-1})^5$$

Para este tipo de problema hay que hacer las operaciones necesarias para obtener la misma base en ambos miembros de la ecuación

$$2^x \cdot 5^x = 0,1(10^{x-1})^5$$

Así:

$$10^x = 10^{-1} 10^{5x-5}$$

$$10^x = 10^{5x-6}$$

Ahora podemos poner:

$$x = 5x - 6$$

$$x - 5x = -6$$

$$-4x = -6$$

$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ solución válida}$$

Resolver:

$$2^{x-1} 5^{x-1} = 0,001 \cdot 10^{2x+5}$$

Solución Problema 22:

$$2^{x-1} 5^{x-1} = 0,001 \cdot 10^{2x+5}$$

Para resolverlo ambos términos de la ecuación tienen la misma base; así aplicando las reglas de las potencias tenemos:

$$(2 \cdot 5)^{x-1} = 10^{-3} \cdot 10^{2x+5}$$

$$10^{x-1} = 10^{-3+2x+5}$$

$$10^{x-1} = 10^{2x+2}$$

$$x - 1 = 2x + 2$$

$$x = -3$$

Resolver:

$$(3^{x-1} + 3^{x+2})(5^{x+3} + 5^{x-1}) = 17528$$

$$(3^{x-1} + 3^{x+2})(5^{x+3} + 5^{x-1}) = 17528$$

Para resolverlo tenemos que obtener la misma base en ambos términos de la ecuación, así.

$$\left(\frac{3^x}{3} + 3^x 3^2\right)\left(5^x 5^3 + \frac{5^x}{5}\right) = 17528$$

Sacando factor común 3^x y 5^x , tenemos:

$$3^x\left(\frac{1}{3} + 3^2\right)5^x\left(5^3 + \frac{1}{5}\right) = 17528$$

$$3^x\left(\frac{1+27}{3}\right)5^x\left(\frac{625+1}{5}\right) = 17528$$

$$3^x\left(\frac{28}{3}\right)5^x\left(\frac{626}{5}\right) = 17528$$

$$3^x 5^x = 17528 \left(\frac{3}{28}\right) \left(\frac{5}{626}\right)$$

$$3^x 5^x = \left(\frac{17528}{17528}\right)(3.5)$$

$$3^x 5^x = (3.5)$$

$$(3.5)^x = (3.5)$$

$$15^x = 15$$

$$15^x = 15^1$$

$$\mathbf{x = 1}$$

Resolver:

$$3x^x - 9375 = 0$$

$$3x^x - 9375 = 0$$

$$x^x = \frac{9375}{3}$$

$$x^x = 3125$$

$$x^x = 5^5$$

De donde se deduce que:

$$x = 5$$

Resolver la ecuación

$$6^{x^4-18x^2+86} = 7776$$

Es una ecuación exponencial porque la incógnita se encuentra en el exponente.

Descomponemos 7776 en factores primos y aplicamos las reglas de la potenciación:

$$7776 = 6^5$$

Luego la ecuación queda:

$$6^{x^4-18x^2+86} = 6^5$$

La ecuación final es:

$$x^4 - 18x^2 + 86 = 5$$

$$x^4 - 18x^2 + 81 = 0$$

hacemos el siguiente cambio de variable:

$$x^4 = t^2$$

$$x^2 = t$$

Luego tenemos:

$$t^2 - 18t + 81 = 0$$

$$t = \frac{18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \times 1 \times 81}}{2} = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 324}}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Deshacemos el cambio de variable:

$$x^2 = t; x = \sqrt{t} = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

Resolver

$${}^{3x-2}\sqrt{2} = {}^{x+1}\sqrt{4}$$

Para ello, calculamos el máximo común denominador de los índices de las raíces:

$$mcd = (3x - 2)(x + 1)$$

A continuación elevamos ambos términos de la igualdad al mcd

$$({}^{3x-2}\sqrt{2})^{(3x-2)(x+1)} = ({}^{x+1}\sqrt{4})^{(3x-2)(x+1)}$$

Eliminamos los índices de las raíces de cada término:

$$2^{(x+1)} = 4^{(3x-2)}$$

$$2^{(x+1)} = (2^2)^{(3x-2)}$$

$$2^{(x+1)} = 2^{(6x-4)}$$

$$x + 1 = 6x - 4$$

$$6x - x = 4 + 1$$

$$5x = 5$$

$$x = \frac{5}{5} = 1$$