

**Evaluación para Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2018
Materia: MATEMÁTICAS II**

Instrucciones: El estudiante deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Dentro de cada opción el estudiante elegirá **cuatro** ejercicios entre los cinco propuestos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos. Duración de la prueba: 90 minutos.

PROPUESTA A

1A. Después de la administración por vía oral de un fármaco, la concentración de este en sangre sigue el modelo: $C(t) = at^2 e^{-bt}$, donde $t \in [0, +\infty)$ es el tiempo en horas transcurridas desde la administración y $a, b \in \mathbb{R}^+$.

a) Determina los valores de a y b para que el modelo de la concentración tenga un extremo relativo en el punto $(2, 8e^{-2})$. **(1,5 puntos)**

b) Según el modelo anterior, ¿a qué valor tiende la concentración de este fármaco a largo plazo? Interpreta el resultado. **(1 punto)** **Nota:** A largo plazo se entiende como que $t \rightarrow +\infty$.

2A. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + a}{x - 1} & \text{si } x < 0 \\ bx - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) Calcula razonadamente los parámetros a y b para que $f(x)$ sea derivable en todo $\mathbb{R}$. **(1,5 puntos)**

b) Calcula razonadamente el parámetro b para que $\int_1^2 f(x) dx = 4$. **(1 punto)**

3A. a) Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

$$\left. \begin{array}{rrcr} x & - & y & - & z & = & 1 \\ x & + & 2y & + & z & = & -4 \\ x & - & 4y & - & 3z & = & a^2 - 3 \end{array} \right\} \quad \textbf{(1,5 puntos)}$$

b) Resuélvelo razonadamente para el valor $a = -3$. **(1 punto)**

4A. Dados los puntos $A(-1, 3, 0)$, $B(2, 0, -1)$ y la recta r intersección de los planos $\alpha \equiv x - 2y - 6 = 0$ y $\beta \equiv 2y + z = 0$

a) Calcula la distancia del punto A a la recta r . **(0,75 puntos)**

b) Encuentra razonadamente el punto de la recta r cuya distancia al punto A sea mínima. **(0,75 puntos)**

c) Encuentra razonadamente la ecuación general del plano que pasando por A y B sea paralelo a la recta r . **(1 punto)**

5A. a) En una tienda de lámparas tienen tres proveedores A, B y C. A suministra el 20 %, B el 10 % y C el resto. De las lámparas de A salen defectuosas el 5 %, de las de B el 4 % y de las de C el 2 %. Elegida una lámpara al azar de la tienda, calcula razonadamente la probabilidad de:

a1) No salgan defectuosas. **(0,75 puntos)**

a2) Si resultó defectuosa, que fuera suministrada por B. **(0,5 puntos)**

b) Una parte de un examen consta de cinco preguntas tipo test. Se aprueba dicha parte si contestas correctamente al menos tres preguntas. Calcula razonadamente la probabilidad de aprobar dicha parte, contestando al azar, cuando:

b1) Cada respuesta tiene dos ítems, solamente uno verdadero. **(0,75 puntos)**

b2) Cada respuesta tiene cuatro ítems, solamente uno verdadero. **(0,5 puntos)**

n	k	P												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313

Propuesta A

1A) $C(t) = at^2e^{-bt}$, $t \in [0, +\infty)$, $a, b \in \mathbb{R}^+$
 a) Para que $C(t)$ tenga un extremo relativo en $(2, 8e^{-2})$

$$C'(2) = 0$$

$$C(2) = 8e^{-2}$$

$$C'(t) = 2ate^{-bt} + at^2e^{-bt}(-b) \Rightarrow 4ae^{-2b} - 4abe^{-2b} = 0$$

$$C(2) = 8e^{-2} \Rightarrow 4ae^{-2b} = 8e^{-2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4ae^{-2b} = 4abe^{-2b} \Rightarrow b=1 \\ 4ae^{-2b} = 8e^{-2} \Rightarrow ae^{-2b} = 2e^{-2} \end{cases} \Rightarrow a=2$$

Solución: $(a, b) = (2, 1)$

b) $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} at^2e^{-bt} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{at^2}{e^{bt}} = \left[\frac{0}{0} \right] \xrightarrow{\text{L'Hôpital}} \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{2at}{be^{bt}} =$

$$= \left[\frac{0}{0} \right] \xrightarrow{\text{L'Hôpital}} \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{2a}{be^{bt}} = 0$$

Esto nos dice que a largo plazo el fármaco desaparece de la sangre.

2A) a) Para que f sea derivable en $\mathbb{R}$ tiene que ser continua y derivable en $\mathbb{R}$.

Continuidad

Cada una de las funciones componentes es continua en su dominio, por ser una función racional bien definida y una polinómica.

Continuidad en $x=0$: ¿ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$?

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + a}{x-1} = -a \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} (bx-1) = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{a=1} \text{ para que } f \text{ sea continua en } x=0$$

Derivabilidad

Cipri

Cada una de las funciones componentes es derivable en su dominio por ser una función racional bien definida y una función polinómica.

Derivabilidad en $x=0$: $\exists f'(0)$?

$$f'(0) \left\{ \begin{array}{l} f'_-(x) = \frac{2x(x-1) - (x^2-1)}{(x-1)^2} \Rightarrow f'_-(0) = 1 \\ f'_+(x) = b \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{b=1}$$

Conclusión: $(a,b) = (1,1)$ para que $f(x)$ sea derivable en $\mathbb{R}$

$$b) \int_1^2 f(x) dx = 4 \Rightarrow \int_1^2 (bx-1) dx = \left[\frac{bx^2}{2} - x \right]_1^2 = 2b - 2 - \left(\frac{b}{2} - 1 \right) = 4$$

$$\Rightarrow \frac{3b}{2} - 1 = 4 \Rightarrow \boxed{b = \frac{10}{3}}$$

$$(3A) \begin{cases} x - y - z = 1 \\ x + 2y + z = -4 \\ x - 4y - 3z = a^2 - 3 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & -3 \end{pmatrix}, (A|b) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -4 \\ 1 & -4 & -3 & a^2-3 \end{array} \right)$$

Rango de A

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & -3 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \text{rango } A = 2$$

Rango de (A|b)

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \\ 1 & -4 & a^2-3 \end{vmatrix} = 3a^2 - 27 = 3(a^2 - 9) = 0 \Rightarrow a = \pm 3$$

$$\text{rango } (A|b) = \begin{cases} 3 & \text{si } a \neq \pm 3 \\ 2 & \text{si } a = \pm 3 \end{cases}$$

Discusión:

Si $a \neq \pm 3 \Rightarrow \text{rango } A = 2 < 3 = \text{rango } (A|b) \Rightarrow$ Sistema incompatible

Si $a = \pm 3 \Rightarrow \text{rango } A = 2 = \text{rango } (A|b) < 3 = n^\circ \text{ de incógnitas} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Sistema Compatible Indeterminado

$$b) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -4 \\ 1 & -4 & -3 & 6 \end{array} \right) \xrightarrow[-F_1+F_3]{-F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & -5 \\ 0 & -3 & -2 & -7 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2+F_3}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -12 \end{array} \right) \begin{array}{l} [1] \\ [2] \end{array}$$

Llamamos $z = \lambda \in \mathbb{R}$

$$\text{De } [2]: 3y + 2\lambda = -5 \Rightarrow y = \frac{-5-2\lambda}{3}$$

$$\text{Sustituimos en } [1]: x - \left(\frac{-5-2\lambda}{3} \right) - \lambda = 1$$

$$3x + 5 + 2\lambda - 3\lambda = 3$$

$$x = \frac{-2+\lambda}{3}$$

$$\text{Soluciones: } \boxed{(x, y, z) = \left(\frac{-2+\lambda}{3}, \frac{-5-2\lambda}{3}, \lambda \right) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}}$$

$$(4A) a) d(A, r) = \frac{|\vec{u}_r \times \vec{AP}|}{|\vec{u}_r|} \text{ donde } \begin{cases} \vec{u}_r \text{ es el vector director de } r \\ P \in r \end{cases}$$

$$r \equiv \begin{cases} \alpha \equiv x - 2y = 6 \\ \beta \equiv z + y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow [z = \lambda] \begin{cases} x = 6 - \lambda \\ y = -\frac{\lambda}{2} \\ z = \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(6, 0, 0) \\ \vec{u}_r = (-1, -\frac{1}{2}, 1) \end{cases}$$

(también podríamos trabajar con $\vec{u}_r = (-2, -1, 2)$)

$$\vec{AP} = (6, 0, 0) - (-1, 3, 0) = (7, -3, 0)$$

$$\vec{u}_r \times \vec{AP} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 7 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 7\vec{j} + \frac{13}{2}\vec{k}$$

$$|\vec{u}_r \times \vec{AP}| = \sqrt{3^2 + 7^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{401}}{2}$$

$$|\vec{u}_r| = \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\boxed{d(A, r) = \frac{\frac{\sqrt{401}}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{401}}{3} \text{ u}}$$

b) Sea P el punto de r tal que $d(P, A)$ es mínima.

Cipri

$$P \in r \Rightarrow P(6-\lambda, \frac{-\lambda}{2}, \lambda) \Rightarrow \overrightarrow{AP} = (7-\lambda, \frac{-\lambda}{2}-3, \lambda)$$

$$|\overrightarrow{AP}| = \sqrt{(7-\lambda)^2 + (\frac{-\lambda}{2}-3)^2 + \lambda^2} = \frac{\sqrt{9\lambda^2 - 44\lambda + 232}}{2}$$

Para que se cumpla lo que nos piden imponemos que
 $|\overrightarrow{AP}| = d(A, r)$

$$\frac{\sqrt{9\lambda^2 - 44\lambda + 232}}{2} = \frac{\sqrt{401}}{3} \Rightarrow \lambda = \frac{22}{9}$$

$$\text{El punto pedido es } P(6 - \frac{22}{9}, \frac{-\frac{22}{9}}{2}, \frac{22}{9}) = (\frac{32}{9}, -\frac{11}{9}, \frac{22}{9})$$

c) El plano pedido, π , está determinado por:

$$\pi \equiv \{A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u_r}\}$$

$$\pi \equiv \det \begin{pmatrix} x+1 & 3 & -1 \\ y-3 & -3 & -\frac{1}{2} \\ z & -1 & 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow 7x + 4y + 9z = 5 \equiv \pi$$

5A) D = la lámpara es defectuosa

$$A_{0,2} \begin{cases} D_{0,05} \\ \overline{D} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_1) P(D) &= P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + \\ &+ P(C)P(D/C) = 0,2 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,04 + 0,7 \cdot 0,02 = \\ &= 0,734 \end{aligned}$$

$$B_{0,1} \begin{cases} D_{0,04} \\ \overline{D} \end{cases}$$

$$P(\overline{D}) = 1 - 0,734 = 0,266$$

$$C_{0,7} \begin{cases} D_{0,02} \\ \overline{D} \end{cases}$$

$$a_2) P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0,1 \cdot 0,04}{0,734} = 0,005$$

$$b_1) X \sim B(5, 1/2)$$

$$P(X=3) = 0,5$$

$$b_2) X \sim B(5, 1/4)$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = \\ &= 0,0879 + 0,0146 + 0,0030 = 0,1035 \end{aligned}$$

↑
ver tabla

Evaluación para Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2018
Materia: MATEMÁTICAS II

Instrucciones: El estudiante deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Dentro de cada opción el estudiante elegirá **cuatro** ejercicios entre los cinco propuestos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos. Duración de la prueba: 90 minutos.

PROPUESTA B

1B. a) Determina razonadamente el punto (x, y) de la parábola $y = x^2 + 1$ en el que la suma de sus coordenadas alcanza su mínimo valor. **(1,5 puntos)**

b) Encuentra razonadamente la ecuación de la recta normal a la gráfica de la parábola dada en el punto de abscisa $x = -1/2$. **(1 punto)**

2B. Calcula razonadamente las siguientes integrales:

a) $\int \frac{2x^3 - x^2 + 2}{x^2 - x} dx$ b) $\int_1^2 (2x - 3)e^{x-1} dx$ **(1,25 puntos por integral)**

3B. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Halla razonadamente dos parámetros a y b tales que $A^2 = aA + bI$. **(1,25 puntos)**

b) Calcula razonadamente todas las matrices X que verifican que $(A - X)(A + X) = A^2 - X^2$. **(1,25 puntos)**

4B. Dados los puntos $A(-1, 2, 0)$, $B(1, 0, -4)$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

a) Calcula razonadamente un punto C de la recta r que forme con A y B un triángulo isósceles con el lado desigual en AB . **(1,5 puntos)**

b) Encuentra razonadamente las ecuaciones paramétricas de la recta perpendicular a la recta r y al vector $\overrightarrow{AB}$ y que pase por el punto A . **(1 punto)**

5B. a) En una clase el 80 % aprueba la asignatura de Biología, el 70 % aprueba la asignatura de Matemáticas y el 60 % aprueba Biología y Matemáticas.

a1) Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe alguna de las asignaturas? **(0,75 puntos)**

a2) Si se elige un estudiante y ha aprobado Biología, ¿cuál es la probabilidad de que también haya aprobado Matemáticas? **(0,5 puntos)**

b) Un dispensador de cierto refresco está regulado de manera que cada vez descargue 25 cl de media. Si la cantidad de líquido dispensado sigue una distribución normal de varianza 4:

b1) Calcula razonadamente la probabilidad de que descargue entre 22 y 28 cl. **(0,75 puntos)**

b2) Calcula razonadamente la capacidad mínima de los vasos que se usen, redondeada a cl, para que la probabilidad de que se derrame el líquido sea inferior al 2,5 %. **(0,5 puntos)**

a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767

Julio 2018

Cipri

Propuesta B

(B1) a) $x+y \equiv \text{mínima}$
 $y = x^2 + 1 \Rightarrow f(x) = x + x^2 + 1$ es la función a minimizar

$$f'(x) = 2x + 1$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$f''(x) = 2$$

$$f''(-\frac{1}{2}) > 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ es un mínimo relativo de } f$$

El punto pedido es $(-\frac{1}{2}, f(-\frac{1}{2})) = (-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$

b) La ecuación de la recta normal a f en $a = -\frac{1}{2}$ es

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a) \Rightarrow y - \frac{5}{4} = x + \frac{1}{2}$$

ya que $f(x) = x^2 + 1$, $f'(x) = 2x$ y $f'(-\frac{1}{2}) = -1$

(B2) a) $\int \frac{2x^3 - x^2 + 2}{x^2 - x} dx = \int (2x + 1 + \frac{x+2}{x^2-x}) dx \quad \textcircled{1}$

$$\frac{2x^3 - x^2 + 2}{-2x^3 + 2x^2} \quad \frac{x^2 - x}{2x + 1} \quad \int \frac{x+2}{x^2-x} dx \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{x^2 + 2}{-x^2 + x} = \frac{x+2}{x(x-1)}$$

$$\frac{x+2}{x^2-x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} = \frac{A(x-1) + Bx}{x(x-1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+2 = Ax - A + Bx = (A+B)x - A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=1 \\ -A=2 \Rightarrow A=-2 \end{cases} \quad \uparrow \quad B=3$$

$$\textcircled{2} \int \frac{-2}{x} dx + \int \frac{3}{x-1} dx = -2 \log|x| + 3 \log|x-1|$$

donde $\log$ es el logaritmo natural

$$\textcircled{1} \quad x^2 + x - 2 \log|x| + 3 \log|x-1| + C$$

Cipri

$$b) \int_1^2 (2x-3) e^{x-1} dx = (2x-5) e^{x-1} \Big|_1^2 = -e - (-3) = \underline{3-e}$$

$$\int (2x-3) e^{x-1} dx = \left[u=2x-3 \Rightarrow du=2dx \right. \\ \left. dv=e^{x-1} dx \Rightarrow v=\int e^{x-1} dx = e^{x-1} \right] =$$

$$= (2x-3) e^{x-1} - \int 2 e^{x-1} dx = (2x-3) e^{x-1} - 2 e^{x-1} = (2x-5) e^{x-1}$$

$$\textcircled{B3} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A^2 = aA + bI$$

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$aA + bI = a \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -3a \\ 0 & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & -3a \\ 0 & a+b \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & -3a \\ 0 & a+b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ -3a=-6 \Rightarrow a=2 \end{cases} \xrightarrow{b=-1}$$

$$\text{Solución } (a, b) = (2, -1)$$

$$b) (A - \lambda I)(A + \lambda I) = A^2 - \lambda^2 I \Rightarrow A^2 + A\lambda I - \lambda I A - \lambda^2 I = A^2 - \lambda^2 I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A\lambda I = \lambda I A$$

$$\text{Supongamos que } \lambda I = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \right.$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x-3z & y-3t \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & -3x+y \\ z & -3z+t \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x-3z=x \\ y-3t=-3x+y \Rightarrow t=x \\ z=z \\ t=-3z+t \Rightarrow z=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda I = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}}$$

B4) Sea P un punto genérico de r. Imponiendo que $|\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{BP}|$ Cipri obtendremos λ , y como consecuencia, el punto C.

$$P(1-\lambda, \lambda, 3+\lambda)$$

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{AP} &= (2-\lambda, \lambda-2, 3+\lambda) \Rightarrow |\overrightarrow{AP}| = \sqrt{(2-\lambda)^2 + (\lambda-2)^2 + (3+\lambda)^2} \\ \overrightarrow{BP} &= (-\lambda, \lambda, 7+\lambda) \Rightarrow |\overrightarrow{BP}| = \sqrt{(-\lambda)^2 + \lambda^2 + (7+\lambda)^2} \end{aligned} \right\} =$$

$$\Rightarrow (2-\lambda)^2 + (\lambda-2)^2 + (3+\lambda)^2 = (-\lambda)^2 + \lambda^2 + (7+\lambda)^2 \Rightarrow \dots \Rightarrow \lambda = -2$$

El punto pedido es C(3, -2, 1)

b) La recta s está determinada por: $s \equiv \{A, \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{u_r}\}$

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= (2, -2, 4) \\ \overrightarrow{u_r} &= (-1, 1, 2) \end{aligned} \right\} \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{u_r} = \det \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = 3\vec{i} + 3\vec{j} = (3, 3, 0)$$

Las ecuaciones paramétricas de la recta s son:

$$s \equiv \begin{cases} x = -1 + 3\mu \\ y = 1 + 3\mu \\ z = 0 \end{cases}, \mu \in \mathbb{R}$$

B5) a) B = el alumno aprueba Biología
M = " " " Matemáticas

$$a_1) P(B \cup M) = P(B) + P(M) - P(B \cap M) = 0,8 + 0,7 - 0,6 = \underline{0,9}$$

$$a_2) P(M/B) = \frac{P(M \cap B)}{P(B)} = \frac{0,6}{0,8} = \underline{0,75}$$

b) X = cantidad de líquido dispensado

$$X \sim N(25, 2)$$

$$\begin{aligned} b_1) P(22 < X < 28) &= P\left(\frac{22-25}{2} < Z < \frac{28-25}{2}\right) = \\ &= P(-1,5 < Z < 1,5) = P(Z < 1,5) - P(Z > 1,5) = \\ &= 0,9332 - (1 - 0,9332) = \underline{0,8664} \end{aligned}$$

b2) Hay que determinar x_α tal que $P(X > x_\alpha) < 0,025$.

$$\begin{aligned} \text{Se tiene que } P(Z > z_\alpha) &= 0,025 \Rightarrow P(Z < z_\alpha) = 0,975 \Rightarrow \\ \Rightarrow z_\alpha &= 1,96 \text{ (ver tabla)} \Rightarrow z_\alpha = \frac{x_\alpha - 25}{2} \Rightarrow x_\alpha = 28,92 \approx \underline{29} \end{aligned}$$