DINÁMICA

Momento lineal o cantidad de movimiento

1. Sobre un cuerpo de 3kg actúa, durante un intervalo temporal de 10s, la fuerza: $\vec{F} = 9\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}\ (N)$. Si su velocidad inicial es de $\overrightarrow{v_0} = 13\hat{\imath}\ (m/s)$, calcula:

a) El impulso mecánico.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = (9\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}) \cdot 10 = 90\hat{\imath} - 60\hat{\jmath}\ (Ns)$$

b) La velocidad que adquiere tras aplicar la fuerza.

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \overrightarrow{p_0} = m\vec{v} - m\overrightarrow{v_0} = m(\vec{v} - \overrightarrow{v_0}) \quad \rightarrow \quad \vec{v} - \overrightarrow{v_0} = \frac{\vec{I}}{m} \quad \rightarrow$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{I}}{m} + \overrightarrow{v_0} = \frac{90\hat{\imath} - 60\hat{\jmath}}{3} + 13\hat{\imath} = 30\hat{\imath} - 20\hat{\jmath} + 13\hat{\imath} = 43\hat{\imath} - 20\hat{\jmath}\ (m/s)$$

2. Una pelota de pádel llega a la raqueta con una velocidad $\overrightarrow{v_0} = -12\hat{\imath} + 15\hat{\jmath}\ (m/s)$. Después de ser golpeada sale con $\vec{v} = 30\hat{\imath} + 22\hat{\jmath} (m/s)$. Si la masa de la pelota es $m = 58g$, calcula:

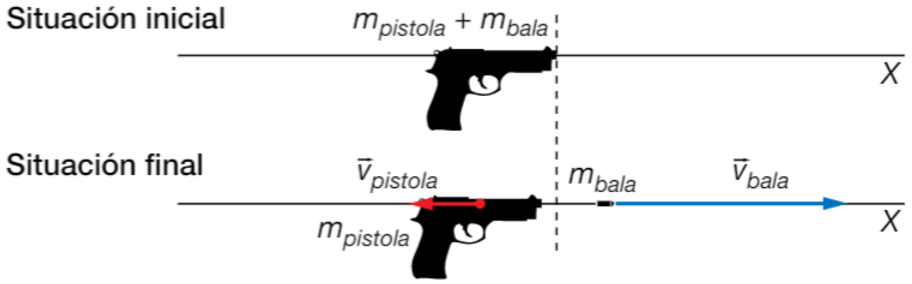
a) El impulso de la raqueta sobre la pelota.

$$\begin{aligned}\vec{I} &= \Delta\vec{p} = \vec{p} - \overrightarrow{p_0} = m\vec{v} - m\overrightarrow{v_0} = m(\vec{v} - \overrightarrow{v_0}) = \\ &= 0{,}058 \cdot \big((30\hat{\imath} + 22\hat{\jmath}) - (-12\hat{\imath} + 15\hat{\jmath})\big) = \\ &= 0{,}058 \cdot (42\hat{\imath} + 7\hat{\jmath}) = 2{,}4\hat{\imath} + 0{,}4\hat{\jmath} \quad (Ns)\end{aligned}$$

b) La fuerza (constante) que ejerce la raqueta sobre la pelota si están en contacto durante 3cs.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \ \rightarrow \ \vec{F} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{2{,}4\hat{\imath} + 0{,}4\hat{\jmath}}{0{,}03} = 80\hat{\imath} + 13{,}3\hat{\jmath} \quad (N)$$

3. Calcula la velocidad de retroceso de una pistola de 900g que dispara horizontalmente una bala de 28,35g con una velocidad de 355m/s.



Usamos el Teorema de Conservación de la cantidad de movimiento:

$$\underbrace{\sum \vec{F}_{ext} = 0} \longrightarrow \vec{p} = cte \longrightarrow \vec{p}^{\,antes}_{sistema} = \vec{p}^{\,después}_{sistema}$$

En este caso el peso del sistema pistola-bala queda contrarrestado por la fuerza que ejerce quien lo sujeta.

$$\vec{p}^{\,antes}_{pistola} + \vec{p}^{\,antes}_{bala} = \vec{p}^{\,después}_{pistola} + \vec{p}^{\,después}_{bala}$$

$$\cancel{\vec{v}^{\,antes}_{pistola}} \cdot m_{pistola} + \cancel{\vec{v}^{\,antes}_{bala}} \cdot m_{bala} = \vec{v}^{\,después}_{pistola} \cdot m_{pistola} + \vec{v}^{\,después}_{bala} \cdot m_{bala}$$

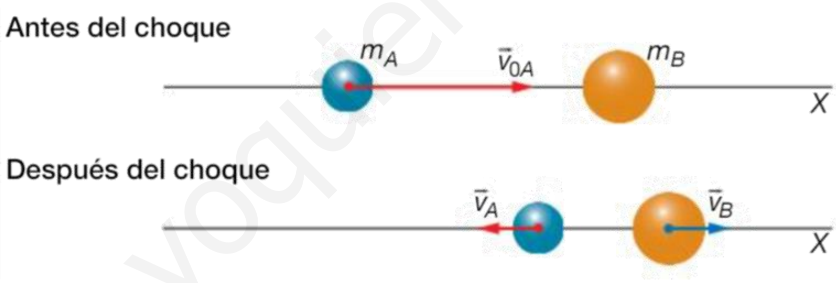
$$\longrightarrow 0 = \vec{v}^{\,después}_{pistola} \cdot m_{pistola} + \vec{v}^{\,después}_{bala} \cdot m_{bala}$$

$$\longrightarrow \vec{v}^{\,después}_{pistola} = -\frac{m_{bala}}{m_{pistola}} \vec{v}^{\,después}_{bala} =$$

$$= -\frac{28'35 \cdot 10^{-3}}{900 \cdot 10^{-3}} \cdot (355\,\hat{\imath}) = -11'18\,\hat{\imath}\ (m/s)$$

4. Una partícula, A, de 1kg se mueve hacia la derecha a 3m/s. Choca con otra, B, de 4kg, en reposo, que sale despedida hacia la derecha a 1m/s. ¿Qué velocidad tendrá la primera después del choque?

Un esquema de la situación es el siguiente:



Usamos el Teorema de Conservación de la cantidad de movimiento:

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \longrightarrow \vec{p} = cte \longrightarrow \vec{p}^{\,antes}_{sistema} = \vec{p}^{\,después}_{sistema}$$

$$\vec{p}^{\,antes}_{A} + \vec{p}^{\,antes}_{B} = \vec{p}^{\,después}_{A} + \vec{p}^{\,después}_{B}$$

$$\vec{v}^{\,antes}_{A} \cdot m_A + \cancel{\vec{v}^{\,antes}_{B}} \cdot m_B = \vec{v}^{\,después}_{A} \cdot m_A + \vec{v}^{\,después}_{B} \cdot m_B$$

$$\vec{v}^{\,después}_{A} = \frac{\vec{v}^{\,antes}_{A} \cdot m_A - \vec{v}^{\,después}_{B} \cdot m_B}{m_A} =$$

$$= \frac{3\hat{\imath} \cdot 1 - 1\hat{\imath} \cdot 4}{1} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\imath} = -\hat{\imath}\ (m/s)$$

5. Un proyectil ($m = 500g$), que se mueve con velocidad $\vec{v_0} = 14\hat{\imath} - 8\hat{\jmath}\ (m/s)$, explota en dos fragmentos. Uno, de 150g, sale con $\vec{v_A} = 130\hat{\imath} - 73\hat{\jmath}\ (m/s)$. ¿Con qué velocidad sale el otro?

Usamos el Teorema de Conservación de la cantidad de movimiento:

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \longrightarrow \vec{p} = cte \longrightarrow \vec{p}^{\,antes}_{sistema} = \vec{p}^{\,después}_{sistema}$$

$$\vec{p}^{\,antes}_{proyectil} = \vec{p}^{\,después}_{A} + \vec{p}^{\,después}_{B}$$

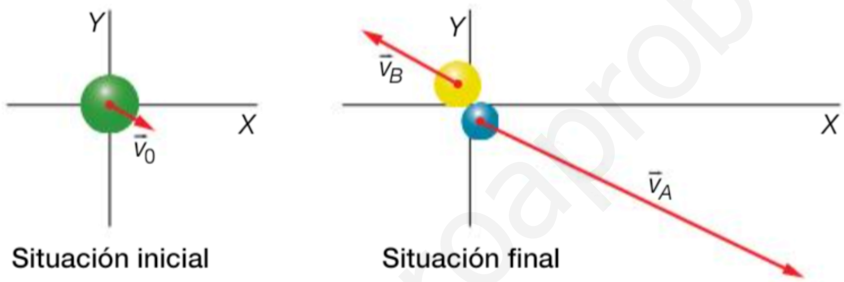
$$\vec{v}^{\,antes}_{proyectil} \cdot m_{proyectil} = \vec{v}^{\,después}_{A} \cdot m_A + \vec{v}^{\,después}_{B} \cdot m_B$$

$$\longrightarrow \vec{v}^{\,después}_{B} = \frac{\vec{v}^{\,antes}_{proyectil} \cdot m_{proyectil} - \vec{v}^{\,después}_{A} \cdot m_A}{m_B} =$$

$$= \frac{(14\vec{i} - 8\vec{j}) \cdot 0'5 - (130\vec{i} - 73\vec{j}) \cdot 0'150}{0'5 - 0'150} =$$

$$= \frac{7\vec{i} - 4\vec{j} - 19'5\vec{i} + 10'95}{0'35} = \frac{-12'5\vec{i} + 6'95\vec{j}}{0'35} = -35'71\vec{i} + 19'86\vec{j} \ (m/s)$$

La figura muestra el proceso de fragmentación:



6. Si estuvieras en reposo en medio de un lago helado, sobre una capa de hielo sin rozamiento, ¿cómo podrías conseguir llegar a la orilla?

Sobre una superficie sin rozamiento podríamos movernos lanzando un objeto en la dirección en la que queramos desplazarnos, pero en sentido contrario al deseado. Al tratarse de un sistema (persona-objeto) sin fuerzas externas (netas), se conservaría la cantidad de movimiento y, en módulos:

$$v(persona) \cdot m(persona) = v(objeto) \cdot m(objeto)$$

Así, cuanto mayor sea la masa del objeto lanzado, y mayor la velocidad con la que se haga, mayor será la velocidad de la persona, en la misma dirección, y sentido contrario, a la velocidad de lanzamiento.

7. Comenta la siguiente frase: <<El descubrimiento del neutrino es un ejemplo del desarrollo de la Física basado en los principios de conservación>>.

Los principios de conservación afirman que en un sistema de partículas libre de fuerzas externas, tanto la masa como la cantidad de movimiento, deben permanecer constantes. En las primeras investigaciones teóricas sobre la descomposición del neutrón en dos partículas, electrón y protón, se vio que no se cumplían estos principios. Por tanto, tras muchos estudios y experimentos, se llegó a la conclusión de que debía producirse otra partícula durante la reacción. A esa nueva partícula se la denominó neutrino. Por eso, su descubrimiento es una prueba de que se ha de confiar en los principios de conservación.

8. Una bala de 30g impacta sobre un bloque de madera de 500g, quedando incrustada en él. Justo antes del impacto, la bala se desplaza a 250km/h, y el bloque lo hace, en la misma dirección y sentido contrario, a 20km/h. Calcula la velocidad final del conjunto.

Pasamos las velocidades a unidades SI:

$$V_{bala}^{antes} = 250\,\frac{km}{h}\cdot\frac{1h}{3600s}\cdot\frac{10^3 m}{1km} = 69'4\,(m/s)$$

$$V_{bloque}^{antes} = 20\,\frac{km}{h}\cdot\frac{1h}{3600s}\cdot\frac{10^3 m}{1km} = 5'56\,(m/s)$$

Usamos el Teorema de Conservación de la cantidad de movimiento:

$$\sum \vec{F}ext = 0 \longrightarrow \vec{p} = cte \longrightarrow \vec{P}_{sistema}^{antes} = \vec{P}_{sistema}^{después}$$

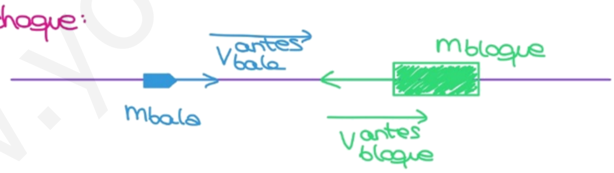
$$\vec{P}_{bala}^{antes} + \vec{P}_{bloque}^{antes} = \vec{P}_{bala+bloque}^{después}$$

$$\vec{V}_{bala}^{antes}\cdot m_{bala} + \vec{V}_{bloque}^{antes}\cdot m_{bloque} = \vec{V}_{b+b}^{después}\cdot(m_{bala}+m_{bloque})$$

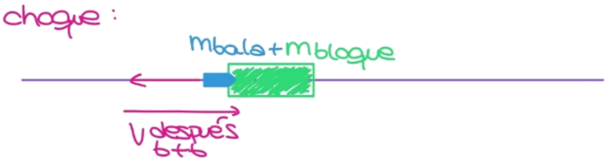
$$\vec{V}_{b-b}^{después} = \frac{\vec{V}_{bala}^{antes}\cdot m_{bala} + \vec{V}_{bloque}^{antes}\cdot m_{bloque}}{m_{bala}+m_{bloque}} =$$

$$= \frac{69'4\hat{\imath}\cdot 0'03 + (-5'56\hat{\imath})\cdot 0'5}{0'5+0'03} = \frac{2'082\hat{\imath} - 2'78\hat{\imath}}{0'53} = -1'32\hat{\imath}\,(m/s)$$

Antes del choque:



Después del choque:



9. Un objeto, de 1,5kg, se rompe en cuatro pedazos cuando se mueve con $\vec{v_0} = 40\hat{\imath} - 50\hat{\jmath}\ (m/s)$. Un trozo, de 750g, sale con $\vec{v_1} = 150\hat{\imath} + 115\hat{\jmath}\ (m/s)$; otro, de 0,5kg, con $\vec{v_2} = -25\hat{\imath} - 76\hat{\jmath}\ (m/s)$ y el tercero, de 100g, con $\vec{v_3} = 43\hat{\imath}\ (m/s)$. ¿Con qué velocidad sale el cuarto?

Usamos el Teorema de Conservación de la cantidad de movimiento:

$$\sum \vec{F}ext = 0 \longrightarrow \vec{p} = cte \longrightarrow \vec{P}_{sistema}^{antes} = \vec{P}_{sistema}^{después}$$

$$\overrightarrow{P^{antes}_{objeto}} = \overrightarrow{P_1^{después}} + \overrightarrow{P_2^{después}} + \overrightarrow{P_3^{después}} + \overrightarrow{P_4^{después}}$$

$$\overrightarrow{v^{antes}_{objeto}} \cdot m_{objeto} = \overrightarrow{v_1^{después}} \cdot m_1 + \overrightarrow{v_2^{después}} \cdot m_2 + \overrightarrow{v_3^{después}} \cdot m_3 + \overrightarrow{v_4^{después}} \cdot m_4$$

$$\rightarrow \overrightarrow{v_4^{d}} = \frac{\overrightarrow{v^{antes}_{objeto}} \cdot m_{objeto} - \overrightarrow{v_1^{d}} \cdot m_1 - \overrightarrow{v_2^{d}} \cdot m_2 - \overrightarrow{v_3^{d}} \cdot m_3}{m_4} =$$

$$= \frac{(40\hat{i} - 50\hat{j}) \cdot 1'5 - (150\hat{i} + 115\hat{j}) \cdot 0'75 - (-25\hat{i} - 76\hat{j}) \cdot 0'5 - (43\hat{i}) \cdot 0'1}{1'5 - 0'75 - 0'5 - 0'1} =$$

$$= \frac{60\hat{i} - 75\hat{j} - 112'5\hat{i} - 86{,}25\hat{j} + 12'5\hat{i} + 38\hat{j} - 4'3\hat{i}}{0'15} =$$

$$= \frac{-43'8\hat{i} - 123{,}25\hat{j}}{0'15} = -292\hat{i} - 821{,}67\hat{j}\ (m/s)$$

10. Desde la azotea de un edificio de 10m de altura se deja caer una pelota de 400g. Si choca con el suelo y rebota hasta 4,2m de altura, calcula:

a) El impulso debido al peso de la pelota durante la caída.

Se toma un sistema de referencia con el semieje Y positivo hacia arriba. Para calcular el impulso debido al peso necesitamos obtener el tiempo, Δt, que tarda la pelota en llegar al suelo desde una altura h_0 (caída libre, M.R.U.A.). Así, resulta:

$$y = y_0 + v_0 \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \ \rightarrow \ 0 = h_0 - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \ \rightarrow \ \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{9{,}8}} = 1{,}43s$$

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p} \cdot \Delta t = (-mg\hat{\jmath})\Delta t = -0{,}4 \cdot 9{,}8\hat{\jmath} \cdot 1{,}43 = -5{,}6\hat{\jmath} \ \ (Ns)$$

b) El impulso recibido en el choque con el suelo.

Cuando la pelota choca contra el suelo, sobre ella actúa una fuerza durante un pequeño intervalo de tiempo, que no conocemos. En este caso, el impulso lo calculamos mediante el teorema del impulso mecánico, calculando el momento lineal justo antes y justo después del choque:

- Antes del choque:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta s \ \rightarrow \ v_1 = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 10} = 14 \ \rightarrow \ \vec{v_1} = -14\hat{\jmath} \ (m/s)$$

- Después del choque:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta s \ \rightarrow \ v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 4{,}2} = 9{,}07 \ \rightarrow \ \vec{v_2} = 9{,}07\hat{\jmath} \ (m/s)$$

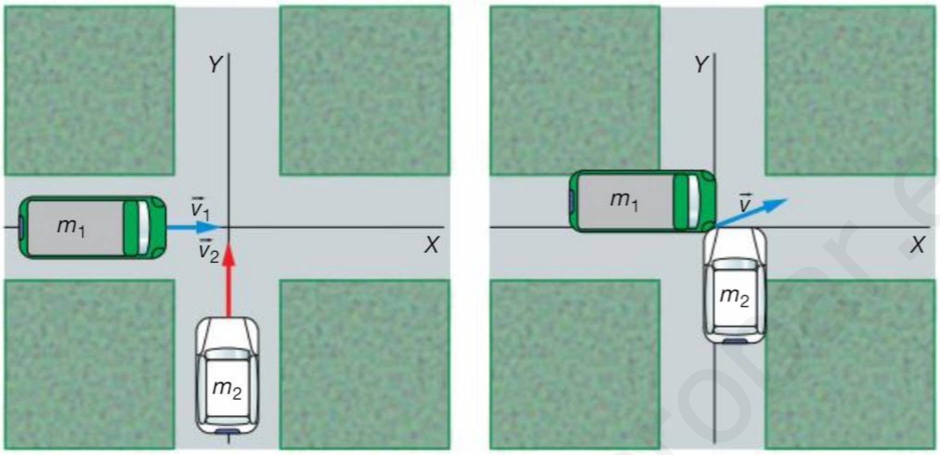
Entonces:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p_2} - \vec{p_1} = m(\vec{v_2} - \vec{v_1}) = 0{,}4\big(9{,}07\hat{\jmath} - (-14\hat{\jmath}\,)\big) = 9{,}2\hat{\jmath} \ \ (Ns)$$

11. Un camión de 10t circula por una recta a 72km/h, y en un cruce choca con un coche de 1t que viaja a 90km/h por una carretera perpendicular. Si después del choque los dos vehículos permanecen unidos, calcula:

a) La velocidad que adquiere el conjunto, y la dirección en que salen despedidos.

Las figuras siguientes muestran el antes y después del choque:



Imponemos la conservación del momento lineal:

$$\vec{v_1} \cdot m_1 + \vec{v_2} \cdot m_2 = \vec{v} \cdot (m_1 + m_2) \rightarrow \begin{cases} v_1 \cdot m_1 = v \cdot cos(\alpha)(m_1 + m_2) \\ v_2 \cdot m_2 = v \cdot sen(\alpha)(m_1 + m_2) \end{cases}$$

Elevando al cuadrado ambas expresiones y sumándolas, se obtiene:

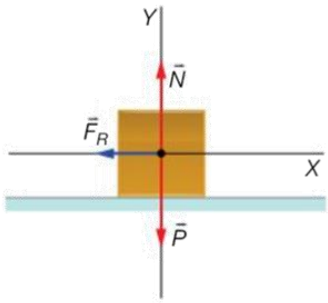
$$v = \frac{\sqrt{v_1^2 \cdot m_1^2 + v_2^2 \cdot m_2^2}}{m_1 + m_2} = 18{,}3\frac{m}{s} = 65{,}9\frac{km}{h}$$

Si ahora se divide la segunda entre la primera:

$$\tan(\alpha) = \frac{v_1 \cdot m_1}{v_2 \cdot m_2} = 0{,}125 \quad \rightarrow \quad \alpha = \arctan(0{,}125) = 7{,}1°$$

b) El espacio que recorren hasta pararse, si el coeficiente de rozamiento con el suelo es $\mu = 0{,}2$.

Después del choque, el conjunto se detiene debido a la fuerza de rozamiento. La segunda ley de Newton, aplicada al conjunto que desliza sobre un plano horizontal, queda como sigue:



EJE Y:

$$N - p = 0 \ \rightarrow \ N = p \ \rightarrow \ N = mg$$

EJE X:

$$-F_{roz} = m \cdot a \ \rightarrow -\mu N = m \cdot a \ \rightarrow \ -\mu \cdot mg = m \cdot a$$

$$a = -\mu g = -1{,}96\frac{m}{s^2}$$

Para el cálculo del espacio recorrido se acude a la expresión del M.R.U.A:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta s \ \rightarrow \ \Delta s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 18{,}3^2}{2 \cdot (-1{,}96)} = 85{,}43m$$