

ENERGÍA MECÁNICA

Conservación de la energía mecánica
Presencia de fuerzas no conservativas

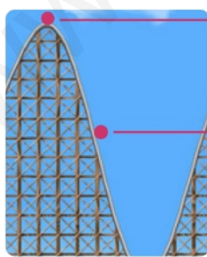
1. Un objeto de 2g se introduce en un tubo cerrado por un extremo donde se aloja un muelle de constante elástica $k = 5\text{ kN/m}$. Empujando al objeto el muelle se comprime 1cm y se fija con un retén. Si se libera el muelle, ¿con qué velocidad sale despedido el objeto?

$$m = 2\text{g} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \quad x_1 = 0 \text{ (m)}$$
$$k = 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 5000 \text{ (N/m)} \quad x_2 = 1\text{cm} = 0.01\text{m}$$

Si despreciamos la energía potencial gravitatoria y aplicamos el Teorema de Conservación de la Energía Mecánica:

$$E_{m1} = E_{m2}$$
$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$
$$x_1 = 0 \quad v_2 = 0$$
$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2$$
$$\rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{kx_2^2}{m}} = x_2 \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.01 \sqrt{\frac{5000}{2 \cdot 10^{-3}}} = 15.81 \text{ (m/s)}$$

2. En una montaña rusa, el vagón con sus ocupantes tiene una masa de 1500kg. Si cuando pasa por el punto más alto se mueve a 0.4m/s, calcula su velocidad 25m más abajo, suponiendo que no hay rozamiento.



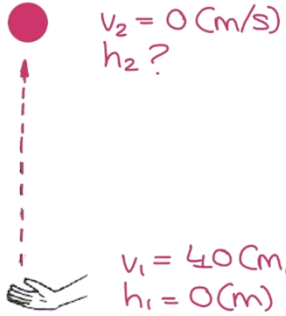
$$h_1 = 0\text{m}$$
$$v_1 = 0.4 \text{ m/s}$$

$$h_2 = -25\text{m}$$
$$v_2 = ?$$

Aplicamos el Teorema de Conservación de la Em
(En ausencia de fuerzas disipativas, esta se conserva):

$$E_{m1} = E_{m2}$$
$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$
$$v_2^2 = \frac{\frac{1}{2}mv_1^2 - mgh_2}{\frac{1}{2}m} = \frac{\frac{1}{2}v_1^2 - gh_2}{\frac{1}{2}} = v_1^2 - 2gh_2$$
$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2gh_2} = \sqrt{0.4^2 - 2 \cdot 9.8 \cdot (-25)} = 22.14 \text{ (m/s)}$$

3. Se lanza un cuerpo a 40m/s verticalmente hacia arriba. ¿Hasta qué altura subirá?



$v_2 = 0 \text{ (m/s)}$
 $h_2 ?$

Aplicamos el Teorema de Conservación de la Em
 (En ausencia de fuerzas disipativas, esta se conserva):

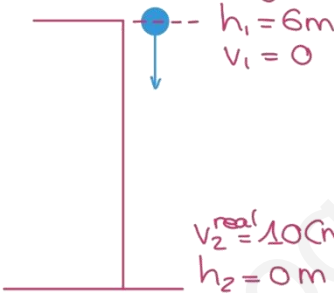
$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = m g h_2 \rightarrow h_2 = \frac{\frac{1}{2} v_1^2}{g} = \frac{0.5 \cdot 40^2}{9.8} = 81.63 \text{ (m/s)}$$

4. Una pelota de goma espuma de 150g cae por una ventana que está a una altura de 6m, y llega al suelo con $v = 10 \text{ m/s}$. Calcula la energía mecánica disipada y la velocidad que podría haber alcanzado la pelota si solo actuaran fuerzas conservativas.



$m = 150 \text{ g} = 0.15 \text{ kg}$
 $h_1 = 6 \text{ m}$
 $v_1 = 0$

$v_2^{\text{real}} = 10 \text{ (m/s)}$
 $h_2 = 0 \text{ m}$
 $v_2^{\text{ideal}} ?$

Aplicamos el Teorema de Conservación de la Em
 (En ausencia de fuerzas disipativas, esta se conserva)

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\rightarrow v_2^{\text{ideal}} = \sqrt{2 g h_1} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 6} = 10.84 \text{ (m/s)}$$

Como según el enunciado la pelota llega al suelo con una velocidad de 10 m/s, en el proceso han actuado fuerzas no conservativas; en particular, la fuerza de rozamiento, disipativa.

Para calcular la energía disipada, obtenemos la diferencia entre la energía cinética teórica y la real:

$$E_{\text{disipativa}} = E_c^{\text{ideal}} - E_c^{\text{real}} = \frac{1}{2} m v_{\text{ideal}}^2 - \frac{1}{2} m v_{\text{real}}^2 =$$

$$= 0.5 \cdot 0.150 \cdot (10.84^2 - 10^2) = 1.31 \text{ (J)}$$

5. Un bloque de 2kg se desliza horizontalmente con $v_0 = 5 \text{ m/s}$. Si se detiene en 5cm, calcula F_{ROZ} , que se supone constante, y la energía mecánica disipada.

Al existir fuerzas disipativas, la variación de energía mecánicas se corresponde con el trabajo llevado a cabo por estas.

$$W_{\text{nocons}} = \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = (\underbrace{E_{c2}}_{\text{freno}} + \underbrace{E_{p2}}_{\text{suelo}}) - (\underbrace{E_{c1}}_{\text{suelo}} + \underbrace{E_{p1}}_{\text{suelo}}) =$$

$$= -\frac{1}{2} m v_i^2 = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 = -25 \text{ (J)}$$

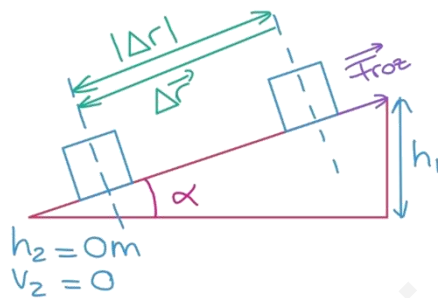
Entonces:



$$W_{\text{nocons}} = F_{\text{froz}} \cdot \Delta r \cdot \overbrace{\cos(180^\circ)}^{-1} = -25 \text{ (J)}$$

$$\rightarrow F_{\text{froz}} = \frac{-25}{-\Delta r} = \frac{25}{0.05} = 500 \text{ (N)}$$

6. Un camión de 3t circula a 72km/h en línea recta por una carretera con una pendiente del 20%, ¿qué fuerza constante y paralela a la trayectoria aplican los frenos si se detiene el vehículo en 150m? ¿Qué energía disipan los frenos? ¿Cómo se transfiere?



Pendiente del 20%: La altura varía 20m cuando se recorren 100m de carretera.

Altura si se recorren 150m:

$$h_1 = 150 \text{ m} \cdot \frac{20 \text{ m}}{100 \text{ m}} = 30 \text{ m}$$

$$v_i = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 20 \text{ (m/s)}$$

Al existir fuerzas disipativas, la variación de energía mecánicas se corresponde con el trabajo llevado a cabo por estas.

$$W_{\text{nocons}} = \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = (\underbrace{E_{c2}}_{\text{freno}} + \underbrace{E_{p2}}_{\text{suelo}}) - (\underbrace{E_{c1}}_{\text{suelo}} + \underbrace{E_{p1}}_{\text{suelo}}) =$$

$$= -\left(\frac{1}{2} m v_i^2 + m \cdot g \cdot h_1\right) = -\left(0.5 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 20^2 + 3 \cdot 10^3 \cdot 30\right) =$$

$$= -1482000 \text{ (J)}$$

→ La energía que disipan los frenos es el trabajo realizado por estos, con signo positivo:

$$E_{\text{disipado}} = 1482000 \text{ (J)}$$

Entonces:

$$W_{\text{nocons}} = F_{\text{froz}} \cdot \Delta r \cdot \overbrace{\cos(180^\circ)}^{-1} = -1482000 \text{ (J)}$$

$$\rightarrow F_{\text{froz}} = \frac{-1482000}{-\Delta r} = \frac{1482000}{150} = 9880 \text{ (N)}$$

Durante el frenado la E_m se disipa en forma de energía calorífica, aumentando la temperatura de las neumáticas.

7. Un vehículo de 1,5t se desplaza horizontalmente a 90km/h. ¿Cuál es la fuerza de frenado, supuesta constante, si detiene el vehículo en 30m? ¿Qué energía disipan los frenos?

$$v_1 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \cdot \frac{10^3\text{m}}{1\text{km}} = 25\text{ (m/s)}$$

Al existir fuerzas disipativas, la variación de energía mecánicas se corresponde con el trabajo llevado a cabo por estas.

$$\begin{aligned} W_{\text{no-cons}} = \Delta E_m &= E_{m2} - E_{m1} = (\cancel{E_{c2}} + \cancel{E_{p2}}) - (\cancel{E_{c1}} + \cancel{E_{p1}}) = \\ &= -\frac{1}{2}mv_1^2 = -\frac{1}{2} \cdot 1'5 \cdot 10^3 \cdot 25^2 = -468750\text{ (J)} \end{aligned}$$

Entonces:



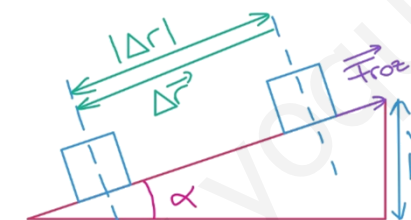
$$W_{\text{no-cons}} = F_{\text{froz}} \cdot \Delta r \cdot \cos(180^\circ) = -25\text{ (J)}$$

$$\rightarrow F_{\text{froz}} = \frac{-468750}{-\Delta r} = \frac{468750}{30} = 15625\text{ (N)}$$

La energía que disipan los frenos es igual al trabajo realizado por ellos, con signo positivo: $E_{\text{disipada}} = 468750\text{ (J)}$

La energía se disipa en forma de energía calorífica.

8. Calcula la velocidad con que llegará al suelo un bloque de 100kg que baja por un plano inclinado desde $h = 30\text{m}$ si despreciamos el efecto de la fuerza de rozamiento. ¿Y si $W_{\text{FROZ}} = -8000\text{J}$?



$$h_2 = 0\text{m}$$

$$v_2 = ?$$

Aplicamos el Teorema de Conservación de la E_m

(En ausencia de fuerzas disipativas, esta se conserva)

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 9'8 \cdot 30} = 24'25\text{ (m/s)}$$

Al existir fuerzas disipativas, la variación de energía mecánicas se corresponde con el trabajo llevado a cabo por estas.

$$W_{\text{no-cons}} = \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} =$$

$$= (\cancel{E_{c2}} + \cancel{E_{p2}}) - (\cancel{E_{c1}} + E_{p1}) = \frac{1}{2}mv_2^2 - m \cdot g \cdot h_1$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{W_{\text{no-cons}} + mgh_1}{\frac{1}{2} \cdot m}} = \sqrt{\frac{-8000 + 100 \cdot 9'8 \cdot 30}{0'5 \cdot 100}} = 20'69\text{ (m/s)}$$

9. En el interior de un tubo vertical apoyado en el suelo hay un muelle de constante elástica $k = 9500 \text{ N/m}$, comprimido 1cm y retenido por una pestaña. El muelle sostiene una canica de 40g. Si se retira la pestaña y se libera el muelle, calcula hasta qué altura subiría la canica en ausencia de fuerzas no conservativas. Suponiendo que el ascenso máximo fuese de 1m, calcula la energía mecánica disipada.

Si elegimos como nivel cero para la energía potencial gravitatoria la altura de partida de la canica, la energía mecánica inicial es solo elástica:

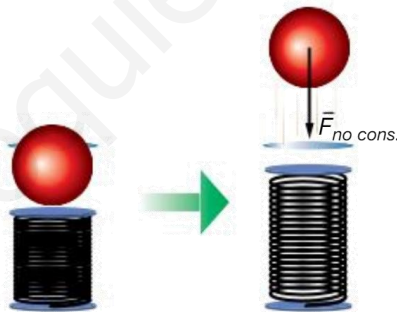
$$E_M = E_{Pe} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 9500 \cdot 0,01^2 = 0,475 \text{ (J)}$$

En ausencia de fuerzas disipativas, en el punto más alto ($v = 0$) toda la energía mecánica es ahora de tipo potencial gravitatoria:

$$E_M = 0,475 \text{ (J)} = E_{Pg} = m \cdot g \cdot h$$

$$h = \frac{E_{Pg}}{m \cdot g} = \frac{0,475}{0,04 \cdot 9,8} = 1,21 \text{ (m)}$$

Como la altura real que alcanza es de solo 1m, hay pérdida de energía mecánica. Si todas las fuerzas que intervienen son mecánicas, algunas de ellas tienen que ser no conservativas o disipativas (fricción, deformación inelástica y similares). El trabajo de estas fuerzas coincide con la pérdida de energía mecánica. En la altura máxima: $E_M = E_{Pg}$, por tanto:



$$W_{no\ conservativas} = E_M^{real} - E_M^{ideal} = m \cdot g \cdot h - 0,475 =$$

$$= 0,04 \cdot 9,8 \cdot 1 - 0,475 = -0,083 \text{ (J)}$$