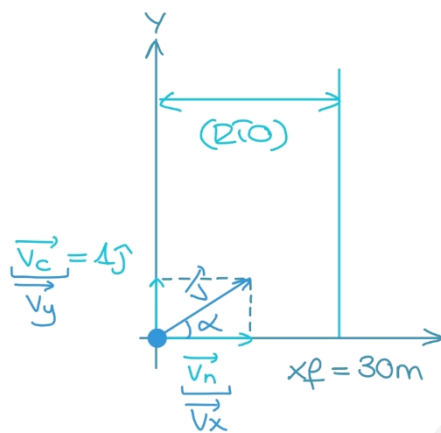


CINEMÁTICA

Composición de dos M.R.U.

1. Un nadador sale de la orilla izquierda y quiere llegar a la de la derecha, a la misma altura del río. El río tiene una anchura de 30m, y la velocidad de la corriente es de 1m/s. Si el nadador mantiene una velocidad de 2m/s, ¿en qué dirección tiene que nadar? ¿Cuánto tardará en cruzarlo?



EJE X: MRU $C_v = cte, \alpha = 0$

$$V_x = V_{0x} \quad \text{Cmo la 3a}$$

EJE Y: MRU $C_v = cte, \alpha = 0$

$$V_y = V_{0y} = 1 \quad (\text{corriente})$$

Velocidad total:

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 2 \text{ (m/s)}$$

$$V_x^2 + V_y^2 = 2^2$$

$$V_x^2 = 4 - V_y^2 = 4 - 1^2 = 3$$

$$V_x = \sqrt{3} \text{ (m/s)}$$

Dirección:

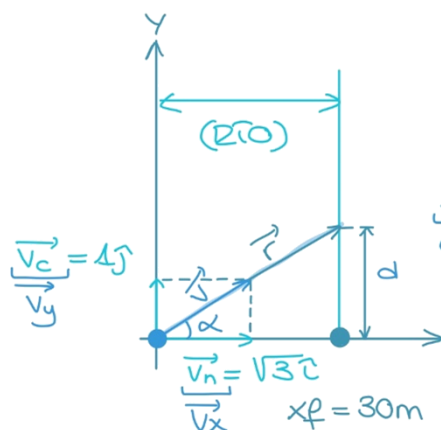
$$\alpha = \arctan\left(\frac{V_y}{V_x}\right) = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 30^\circ$$

Tiempo en llegar a x_f :

$$\frac{x_f}{30} = \frac{x_0}{30} + V_{0x} \cdot (t - t_0) = V_{0x} \cdot t = \sqrt{3} \cdot t \rightarrow t = \frac{30}{\sqrt{3}} = 17.32 \text{ s}$$

2. El nadador anterior comienza a nadar. ¿A qué distancia del embarcadero de la derecha, situado enfrente del otro, tocaría tierra?



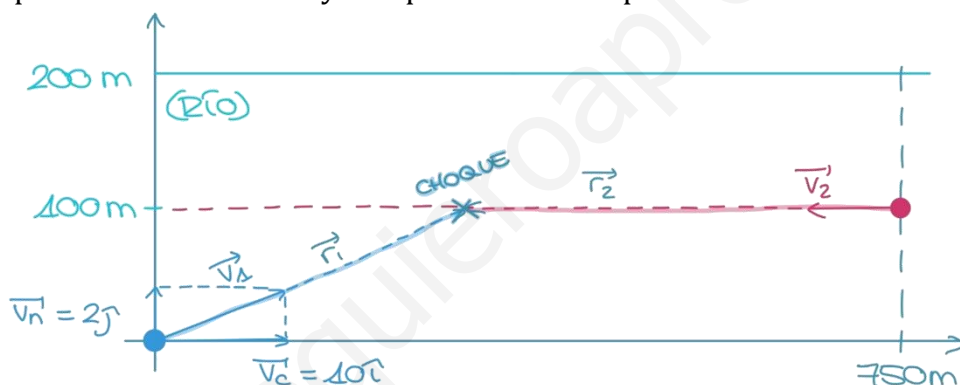


Con el tiempo calculado anteriormente puedo calcular 'd':

$$y = y_0 + v_{0y}(t - t_0) = v_{0y} \cdot t$$

$$d = 1 \cdot 17'32 = 17'32 \text{ (m)}$$

3. Un río tiene una anchura de 200m, y el agua discurre a 10m/s. Una lancha sale de una orilla, en dirección perpendicular a la corriente, con una celeridad respecto a tierra de 2m/s. Otra lancha, que navega a contracorriente en línea recta, a igual distancia de ambas orillas, se encuentra en ese momento 750m aguas abajo. Si ambas lanchas colisionan, ¿a qué velocidad respecto del agua viaja esta segunda embarcación? Después de esto, ¿sabrías calcular la posición de la colisión y el espacio recorrido por cada lancha?



IDEA CLAVE:

En el choque: $x_1 = x_2$
 $y_1 = y_2$

LANCHA 1
MRU
 $v_{0x} = v_x$
 $v_{0y} = v_y$

$$\vec{v}_1 = 10\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$x_1 = x_0 + v_x(t - t_0) = 10t$$

$$y_1 = y_0 + v_y(t - t_0) = 2t$$

LANCHA 2 ¿ v_2 ? $\vec{v}_2 = v_x + v_y = v_x$

MRU

$v_{0x} = v_x$

$v_{0y} = v_y = 0$

$$x_2 = x_0 + v_x(t - t_0) = 750 + v_x t$$

$$y_2 = y_0 + v_y(t - t_0) = 100$$

Iguando coordenadas:

$$x_1 = x_2$$

$$10t = 750 + v_x t$$

$$10 \cdot 50 = 750 + v_x \cdot 50$$

$$v_x = -5 \text{ (m/s)}$$

$$y_1 = y_2$$

$$2t = 100$$

$$t = 50s$$

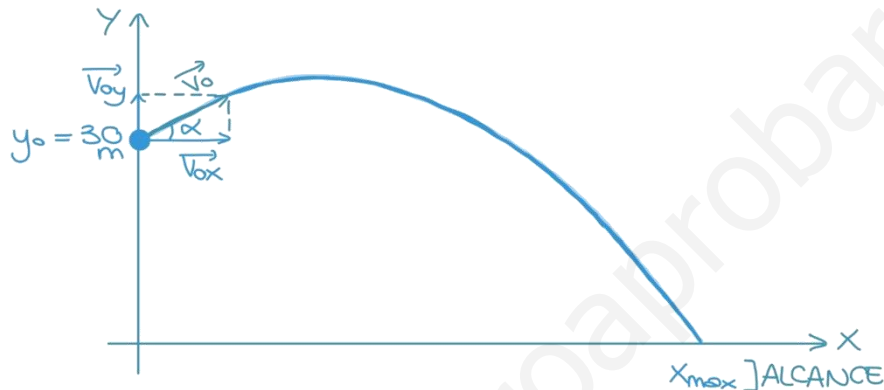
Esta velocidad es respecto tierra. Respecto al agua es -15 m/s (tiene que contrarrestarlo).

Posición de la colisión:
$$\begin{cases} x_1 = x_2 = 10 \cdot t = 10 \cdot 50 = 500 \text{ (m)} \\ y_1 = y_2 = 100 \text{ (m)} \end{cases}$$

Distancia recorrida: $\vec{r}_1 = 500\hat{i} + 100\hat{j}$
 (Módulo de los vectores posición) $|\vec{r}_1| = \sqrt{500^2 + 100^2} = 509,9 \text{ (m)}$
 $\vec{r}_2 = -500\hat{i}$; $|\vec{r}_2| = 500 \text{ (m)}$

Movimientos parabólicos

4. Desde el borde de un acantilado de 30m de altura se lanza un proyectil con una velocidad de 100km/h que forma un ángulo de 40° con la horizontal. ¿A qué distancia del acantilado caerá?



Datos del enunciado:
$$\begin{cases} v_0 = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \cdot \frac{10^3\text{m}}{1\text{km}} = 27,78 \text{ (m/s)} \\ \alpha = 40^\circ \end{cases}$$

$$\sin \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha = 27,78 \cdot \sin 40^\circ = 17,85$$

$$\cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha = 27,78 \cdot \cos 40^\circ = 21,28$$

$$\vec{v}_0 = 21,28\hat{i} + 17,85\hat{j}$$

EJE Y: MRUA ($a = -g$)

$$v_y = v_{0y} - gt = 17,85 - 9,8t$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 30 + 17,85t - 4,9t^2$$

EJE X: MRU

$$v_x = v_{0x} = 21,28$$

$$x = x_0 + v_x t = 21,28t$$

IDEA CLAVE:

Cuando cae al suelo $y = 0$

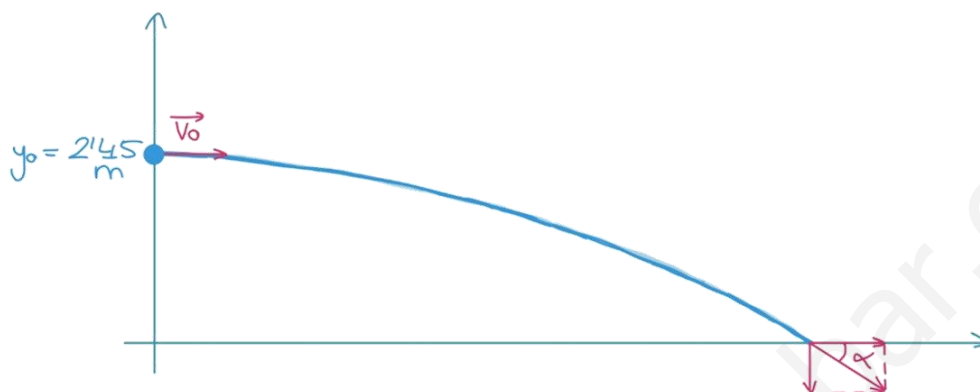
$$0 = 30 + 17,85t - 4,9t^2$$

$$t = -1,25\text{s} \quad t = 4,89\text{s}$$

$$x_{\text{max}} = 21,28 \cdot 4,89 = 104,6 \text{ (m)}$$

Un tenista se encuentra a 8m de distancia de una red de 1m de altura. Golpea la pelota a una altura de 2,45m, de forma que sale despedida horizontalmente con una velocidad de 20m/s. Calcula:

- El tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo.
- El ángulo que forma el vector velocidad con el eje X en ese instante.
- La altura a la que pasa la pelota sobre la red.



Datos del enunciado: $V_{0y} = 0$

$$\vec{V}_0 = \vec{V}_{0x} + \vec{V}_{0y} = \vec{V}_{0x} = 20\hat{i}$$

EJE Y: MRUA ($a = -g$)

$$V_y = V_{0y} - gt = -9.8t$$

$$y = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 2.45 - 4.9t^2$$

EJE X: MRU

$$V_x = V_{0x} = 20$$

$$x = x_0 + V_x t = 20t$$

Ⓐ

IDEA CLAVE:

Cuando cae al suelo $y = 0$

$$0 = 2.45 - 4.9t^2$$

$$t^2 = \frac{-2.45}{-4.9} = 0.5$$

$$t = 0.71s \quad t = -0.71s$$

Ⓑ Calculo el vector velocidad en ese instante:

$$V_y = -9.8t = -9.8 \cdot 0.71 = -7$$

$$V_x = V_{0x} = 20$$

$$\vec{V} = 20\hat{i} - 7\hat{j} \longrightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{V_y}{V_x}\right) = \arctan\left(\frac{-7}{20}\right) = -19.29^\circ$$

Ⓒ ¿En qué instante pasa por la red?

$$x_{red} = 20 \cdot t = 8 \longrightarrow t = \frac{8}{20} = 0.4s$$

¿Altura de la pelota en ese momento?

$$y_{\text{pelota}} = 2'45 - 4'9 \cdot 0'4^2 = 1'67 \text{ m}$$

Como la red es de 1m, la pelota la sobrepasará 67cm

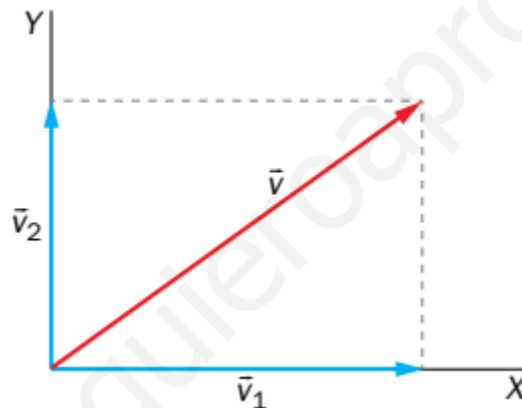
6. ¿Qué movimiento se obtiene al superponer dos M.R.U.A. perpendiculares con $v_0 = 0$?

Tenemos dos movimientos rectilíneos uniformemente acelerados, por lo que la suma de ambos también será un movimiento uniformemente acelerado. La ecuación de la velocidad en un m.r.u.a, viene dada por la ecuación:

$$v = v_0 + a \cdot t \xrightarrow{v_0=0} v = a \cdot t$$

Vectorialmente, como vemos en el esquema, su velocidad será la compuesta por la velocidad en el eje X (v_1) y la velocidad en el eje Y (v_2):

$$\vec{v} = v_1 \hat{i} + v_2 \hat{j}$$



De la misma forma, la aceleración será la compuesta por el eje X (a_1) y el eje Y (a_2):

$$\vec{a} = a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j}$$

La trayectoria la deducimos de la ecuación del espacio para un M.R.U.A:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

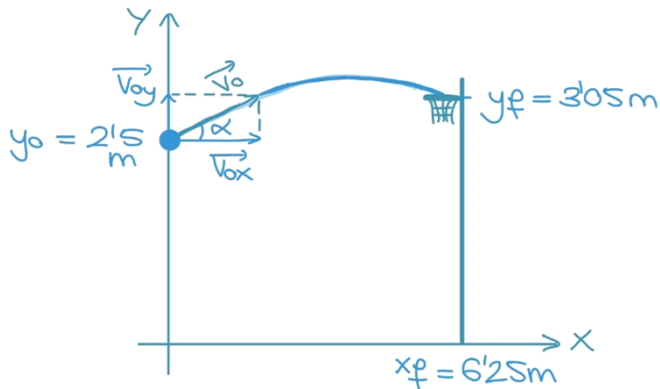
Considerando $x_0 = 0$, y como nos indican que v_0 es nula, las ecuaciones para el eje X, y para el eje Y serán, respectivamente:

$$x = \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad y = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

La ecuación de la trayectoria la obtenemos al despejar t^2 de la ecuación de x, y sustituyendo en la de y:

$$\frac{2x}{a_1} = t^2 \rightarrow y = \frac{1}{2} a_2 \frac{2x}{a_1} \rightarrow y = \frac{a_2}{a_1} x$$

Un jugador de baloncesto lanza el balón desde 2,50m de altura con una elevación de 37° y encesta en la canasta, situada a 6,25m de distancia y 3,05m de altura. ¿Con qué velocidad lanzó?



Datos del enunciado: $\begin{cases} d'v_0? \\ \alpha = 37^\circ \end{cases}$

$$\sin \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha = v_0 \cdot \sin 37^\circ = 0'602 \cdot v_0$$

$$\cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha = v_0 \cdot \cos 37^\circ = 0'8 v_0$$

$$\vec{v}_0 = 0'8 \cdot v_0 \hat{i} + 0'602 v_0 \hat{j}$$

EJE Y: MRUA ($a = -g$)

$$v_y = v_{0y} - g t = 0'602 \cdot v_0 - g t$$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = 2'5 + 0'602 v_0 t - 4'9 t^2$$

EJE X: MRU

$$v_x = v_{0x} = 0'8 v_0$$

$$x = x_0 + v_x t = 0'8 v_0 t$$

En $x = 6'25 \text{ m}$ está en $y = 3'05 \text{ m}$:

$$6'25 = 0'8 \cdot v_0 \cdot t \rightarrow v_0 t = \frac{6'25}{0'8} = 7'81$$

$$3'05 = 2'5 + 0'602 v_0 t - 4'9 t^2$$

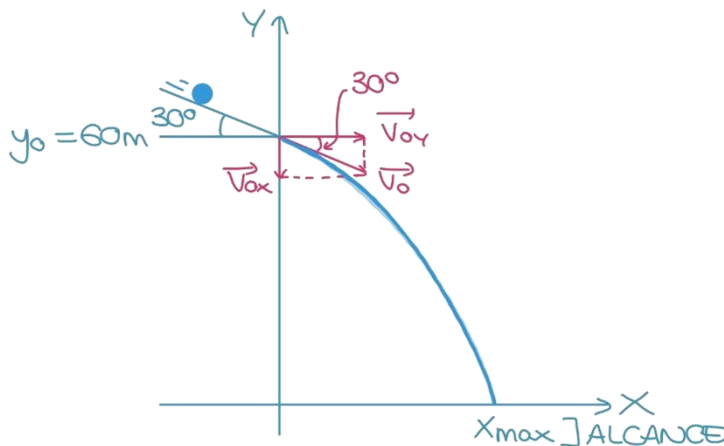
$$3'05 = 2'5 + 0'602 \cdot 7'81 - 4'9 t^2$$

$$t^2 = \frac{-4'15}{-4'9} = 0'85 \rightarrow \begin{cases} t = -0'92 \text{ s} \\ t = 0'92 \text{ s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 t = 7'81 = v_0 \cdot 0'92 \rightarrow v_0 = \frac{7'81}{0'92} = 8'49 \text{ (m/s)}$$

8. Una pelota rueda por un tejado que forma 30° con la horizontal, cuya base se encuentra a 60m del suelo. Al llegar al extremo comienza a caer con una celeridad de 10m/s. Calcula:

- a) ¿Cuánto tardará en llegar al suelo?
b) ¿Con qué velocidad y ángulo impacta?
c) Si la calle tuviera una anchura de 20m, ¿llegaría directamente al suelo o chocaría con la pared del edificio opuesto?



Datos del enunciado: $v_0 = 10 \text{ m/s}$
 $\alpha = 30^\circ$

$$\sin \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5$$

$$\cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha = 10 \cdot \cos 30^\circ = 8'66$$

$$\vec{v}_0 = 8'66\hat{i} - 5\hat{j}$$

(mira el dibujo)

EJE Y: MRUA ($a = -g$)

$$v_y = v_{0y} - g t = -5 - 9'8 t$$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = 60 - 5t - 4'9 t^2$$

EJE X: MRU

$$v_x = v_{0x} = 8'66$$

$$x = x_0 + v_x t = 8'66 t$$

IDEA CLAVE:

Cuando cae al suelo $y = 0$

$$0 = 60 - 5t - 4'9 t^2$$

$$t = -4'05 \text{ s} \quad t = 3'02 \text{ s}$$

Ⓒ Cálculo la velocidad en el instante de caída:

$$v_y = -5 - 9'8 \cdot 3'02 = -34'6 \quad \vec{v} = 8'66\hat{i} - 34'6\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$v_x = 8'66$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{8'66^2 + 34'6^2} = 35'67 \text{ (m/s)}$$

Dirección:

$$\beta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{-34'6}{8'66}\right) = -75'95^\circ$$

Ⓒ Cae al suelo en:

$$x_{\text{max}} = 8'66 \cdot 3'02 = 26'15 \text{ (m)}$$

Como el alcance es menor que la anchura de la calle, la pelota llega al suelo sin tocar la pared del edificio de enfrente.