Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.

La temperatura máxima registrada el pasado mes de agosto siguió una distribución normal de media 34,2 °C y desviación típica 0,4 °C. Elegido al azar un día cualquiera de dicho mes, calcule las siguientes probabilidades:

a) (1 punto) La temperatura máxima fuese superior a 34,5 °C.

b) (2 puntos) La temperatura máxima estuviese comprendida entre 33,5 °C y 33,9 °C.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Tenemos una urna con 10 bolas, de las que 3 son blancas y el resto son negras. Se extrae una bola al azar. Si la bola extraída es blanca, no se devuelve a la urna y se añaden otras dos bolas negras; si es negra, se devuelve a la urna y se añade otra bola negra. A continuación se extrae una segunda bola de la urna:

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que ambas bolas sean de distinto color.

b) (2 puntos) Obtenga la probabilidad que la bola extraída de la primera urna haya sido negra sabiendo que la bola extraída de la segunda urna es blanca.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 1.5 puntos.

La probabilidad de que un modelo de coche sufra una avería durante el primer año es del 3 %. Elegidos 6 coches al azar, calcular la probabilidad de que como mucho un coche se averíe durante el primer año.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

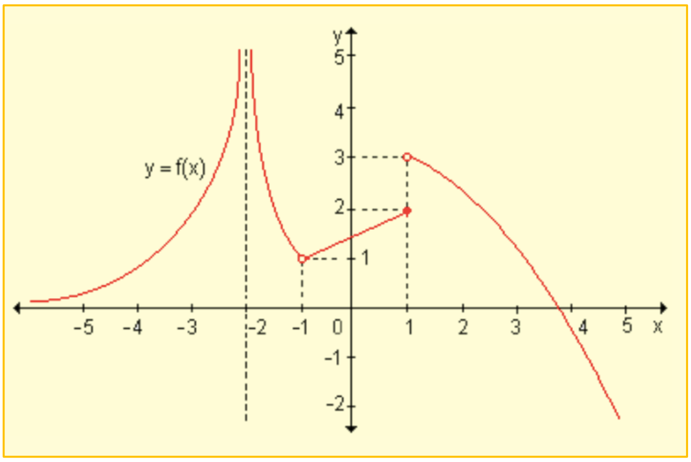
Responda a los siguiente apartados:

a) (1.5 puntos) Calcule:

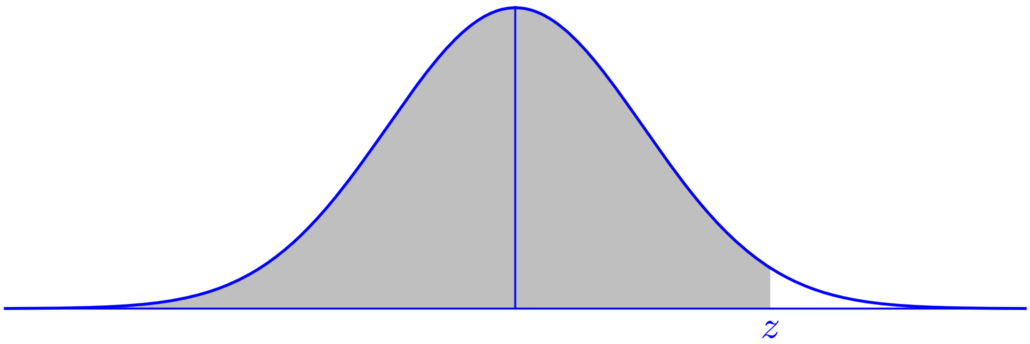
$$\lim_{x\to 2} \frac{2-x}{2-\sqrt{x+2}}$$

b) (1 punto) Siendo $f(x)$ la función dada por su gráfico, determine:

$f(-2)$, $\lim_{x\to -2^+} f(x)$, $\lim_{x\to -2^-} f(x)$, $\lim_{x\to -2} f(x)$



Distribución Normal



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0,1)$, $P(Z < 0{,}45) = 0{,}6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

B.1. La temperatura máxima registrada el pasado mes de agosto siguió una distribución normal de media 34,2 °C y desviación típica 0,4 °C. Elegido al azar un día cualquiera de dicho mes, calcule las siguientes probabilidades:

a) La temperatura máxima fuese superior a 34,5 °C.

b) La temperatura máxima estuviese comprendida entre 33,5 °C y 33,9 °C.

a) $P(x > 35{,}5) = \left\{ z = \dfrac{x-\mu}{\sigma} = \dfrac{34{,}5 - 34{,}2}{0{,}4} = 0{,}75 \right\} = P(z > 0{,}75) = 1 - P(z \leq 0{,}75) = 1 - 0{,}7734 = 0{,}2266$

b) $P(33{,}5 \leq x \leq 33{,}9) = \left\{ \begin{array}{l} z = \dfrac{x-\mu}{\sigma} = \dfrac{33{,}9 - 34{,}2}{0{,}4} = -0{,}75 \\ z = \dfrac{x-\mu}{\sigma} = \dfrac{33{,}5 - 34{,}2}{0{,}4} = -1{,}75 \end{array} \right\} = P(-1{,}75 \leq z \leq -0{,}75) =$

$P(z \leq -0{,}75) - P(z \leq -1{,}75) = P(z > 0{,}75) - P(z \geq 1{,}75) = (1 - 0{,}7734) - (1 - 0{,}9599) =$

$0{,}2266 - 0{,}0401 = 0{,}1865$

B.2. Tenemos una urna con 10 bolas, de las que 3 son blancas y el resto son negras. Se extrae una bola al azar. Si la bola extraída es blanca, no se devuelve a la urna y se añaden otras dos bolas negras; si es negra, se devuelve a la urna y se añade otra bola negra. A continuación se extrae una segunda bola de la urna:

a) Calcule la probabilidad de que ambas bolas sean de distinto color.

b) Obtenga la probabilidad que la bola extraída de la primera urna haya sido negra sabiendo que la bola extraída de la segunda urna es blanca.

a) $P(\text{DISTINTO COLOR}) = P(B_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap B_2) =$

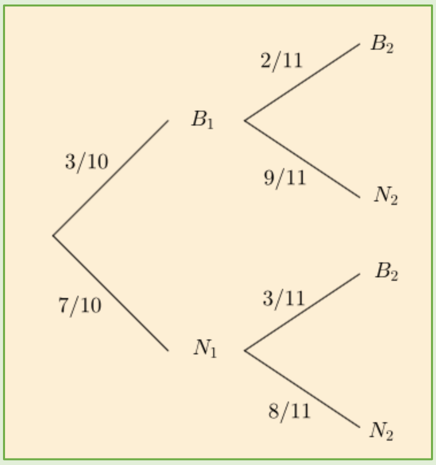
$P(B_1) \cdot P(N_2/B_1) + (N_1) \cdot P(B_2/N_1) = \dfrac{3}{10} \cdot \dfrac{9}{11} + \dfrac{7}{10} \cdot \dfrac{3}{11} = \dfrac{24}{55}$

b) Aplicando el teorema de Bayes:

$P(N_1/B_2) = \dfrac{P(B_2/N_1) \cdot P(N_1)}{P(B_2)}$, donde:

$$P(B_2) = P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap B_2) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{11} + \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{11} = \frac{27}{110}$$

$$P(N_1/B_2) = \frac{\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{10}}{\frac{27}{110}} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9}$$



B.3. La probabilidad de que un modelo de coche sufra una avería durante el primer año es del 3 %. Elegidos 6 coches al azar, calcular la probabilidad de que como mucho un coche se averíe durante el primer año.

Sea la distribución binomial $\mathrm{B}(n, p) = B(6, 0.03)$, donde se considera como éxito el averiarse un coche el primer año $(p = 0.03)$ y fracaso no averiarse un coche el primer año $(q = 0.97)$.

$P(x \leq 1) = P(x = 0) + P(x = 1) = \binom{6}{0} 0{,}03^0 \cdot 0{,}97^6 + \binom{6}{1} 0{,}03^1 \cdot 0{,}97^5 =$

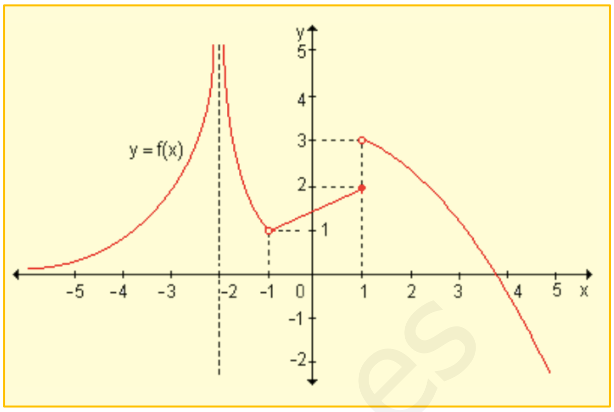
$1 \cdot 1 \cdot 0{,}7837 - 6 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}808 = 0{,}8330 + 0{,}1546 = 0{,}9876$

B. 4. Responda a los siguiente apartados:

a) Calcule $\lim_{x\to 2} \dfrac{2-x}{2-\sqrt{x+2}}$

b) Siendo $f(x)$ la función dada por su gráfico, determine:

$f(-2)$, $\lim_{x\to -2^+} f(x)$, $\lim_{x\to -2^-} f(x)$, $\lim_{x\to -2} f(x)$



a) $\lim_{x\to 2} \dfrac{2-x}{2-\sqrt{x+2}} = \dfrac{0}{0}$ (Indeterminación)

Multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador:

$$\lim_{x\to 2} \frac{2-x}{2-\sqrt{x+2}} = \lim_{x\to 2} \frac{(2-x)\left(2+\sqrt{x+2}\right)}{\left(2-\sqrt{x+2}\right)\left(2+\sqrt{x+2}\right)} = \lim_{x\to 2} \frac{(2-x)\left(2+\sqrt{x+2}\right)}{2^2-\left(\sqrt{x+2}\right)^2} = \lim_{x\to 2} \frac{(2-x)\left(2+\sqrt{x+2}\right)}{4-(x+2)} =$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{(2-x)\left(2+\sqrt{x+2}\right)}{2-x} = \lim_{x\to 2} \frac{2+\sqrt{x+2}}{1} = 2+\sqrt{2+2} = 4$$

b) $f(-2) = \nexists$; $\lim_{x\to -2^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to -2^-} f(x) = +\infty$

Como $\lim_{x\to -2^-} f(x) \neq \lim_{x\to -2^+} f(x) \quad \to \quad \lim_{x\to -2} f(x) = \nexists$