

ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

TEORIA

T.1. Leyes de Newton. (1 punto).

T.2. Leyes de Kepler. (1 punto).

CUESTIONES

C.1. Un objeto de 100g está situado en el punto (1,2,3) m y se mueve con una velocidad $-2\vec{i} + \vec{j}$ m/s. Calcule su momento angular respecto al origen. ¿Qué ángulo tiene el vector de posición con respecto al vector cantidad de movimiento o momento lineal? (1 punto).

C.2. Un jugador de billar lanza la bola blanca con una fuerza media de 100 N durante medio segundo. ¿Con qué velocidad saldrá la bola blanca hacia el triángulo de bolas, si la masa de cada bola de billar es de 170 g? (1 punto).

PROBLEMAS

P.1. Un jugador de fútbol lanza una falta a la distancia de 22,15 m de la portería, con una velocidad de 30,0 m/s. La altura de los jugadores es la misma: 1,80 m.

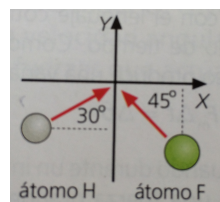
Datos: $g=9,81 \text{ m/s}^2$, $\sin(2x)=2 \sin x \cos x$. Calcule:

- Ecuación paramétrica del balón hacia la portería. (1 punto).
- ¿Con qué ángulo mínimo tiene que lanzar la pelota para que sea gol? (1 punto).
- Si colocamos una barrera a 9,15 m del jugador, ¿será gol? (1 punto).

P.2. En una reacción entre átomos en fase gaseosa, un átomo de H colisiona contra otro de F, dando lugar a una molécula HF. Si los valores de las velocidades iniciales son $v_H = 2,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ y $v_F = 9,1 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, determina la velocidad y la dirección de la molécula resultante.

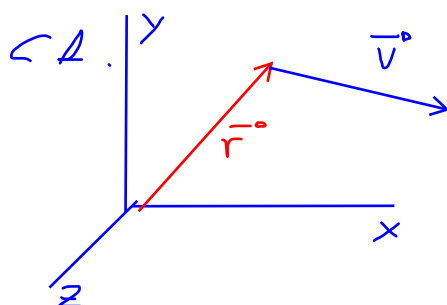
Datos: $m(H)=1,00 \text{ u}$; $m(F)=19,00 \text{ u}$.

- Calcula el momento lineal inicial. (1 punto).
- Calcula el ángulo de salida de la molécula de HF. (1 punto).
- Determina la velocidad de la molécula resultante. (1 punto).



Las letras en negrita representan vectores

T1	T2	C1	C2	P1a	P1b	P1c	P2a	P2b	P2c	Σ



$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = m(\vec{r} \wedge \vec{v}) = 0,100 \text{ kg} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\vec{L} = 0,100 \text{ kg} [-3\vec{i} - 6\vec{j} + 5\vec{k}] \text{ m}^2/\text{s} = -0,3 \vec{i} - 0,6 \vec{j} + 0,5 \vec{k} \text{ kg m}^2/\text{s}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} = 0,100 \text{ kg} (-2\vec{i} + \vec{j}) \text{ m/s} = -0,2 \vec{i} + 0,1 \vec{j} \text{ kg m/s}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{r \cdot p} = \frac{(\vec{L} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \cdot (-0,2 \vec{i} + 0,1 \vec{j})}{r \cdot p} \text{ kg m/s}$$

$$\cos \alpha = \frac{-0,2 + 0,2}{r \cdot p} = \frac{0}{r \cdot p} = 0 \rightarrow \alpha = 90^\circ \quad \vec{r} \perp \vec{p}$$

CL.

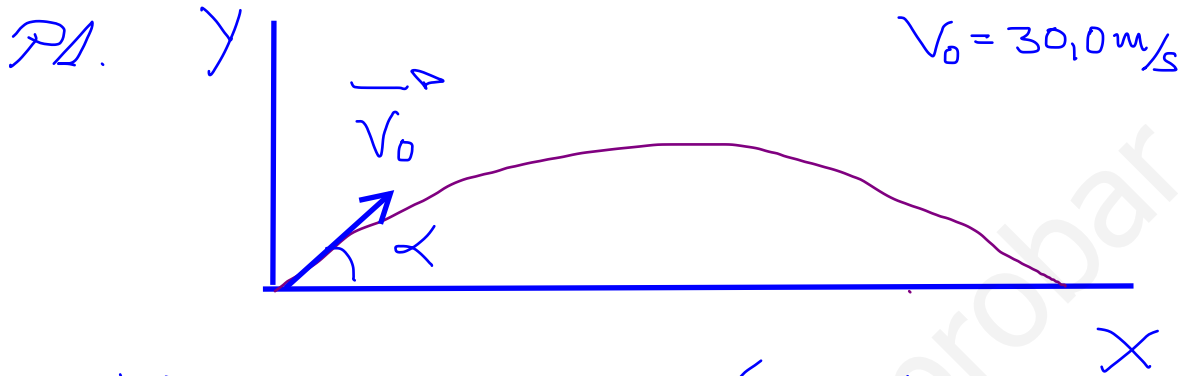
El impulso ejercido es

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t = (100 \text{ N} \cdot \text{s}) \cdot (0,15 \text{ s})$$

$$\vec{J} = 50 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Como $\vec{J} = \Delta \vec{p} = \vec{p}_F - \vec{p}_I = \vec{p}_F = m \vec{v} = 0,170 \text{ kg} \cdot \vec{v}$

$$\vec{v} = \frac{50 \text{ N} \cdot \text{s}}{0,170 \text{ kg}} = 294 \text{ m/s}$$



R) ECUACIONES PARAMÉTRICAS

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t = 30,0 \text{ m/s} \cos \alpha \cdot t \quad (1)$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = 30,0 \text{ m/s} \sin \alpha \cdot t - 4,90 \text{ m/s}^2 t^2 \quad (2)$$

ECUACIÓN TRAYECTORIA

$$t = \frac{x}{30,0 \text{ m/s} \cos \alpha} \quad t^2 = \frac{x^2}{900 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cos^2 \alpha}$$

$$y = \cancel{30,0 \text{ m/s}} \sin \alpha \frac{x}{\cancel{30,0 \text{ m/s}} \cos \alpha} - 4,90 \text{ m/s}^2 \frac{x^2}{900 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cos^2 \alpha}$$

$$y = \tan \alpha \cdot x - \frac{5,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}}{\cos^2 \alpha} x^2$$

ESTAS ECUACIONES DEPENDEN DE α

b) PARA QUE SEA GOL $X_{MAX} = 22,15 \text{ m}$

$$X_{MAX} \rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = 30,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin \alpha \cdot t - 4,90 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

$$0 = t(30,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin \alpha - 4,90 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t) \rightarrow$$

$$\rightarrow 30,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin \alpha - 4,90 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t = 0 \rightarrow t = \frac{30,0}{4,90} \text{ s} \cdot \sin \alpha$$

$$t = 6,12 \text{ s} \sin \alpha$$

Este tiempo lo sustituimos en la ecuación de X_{MAX}

$$22,15 \cancel{\text{m}} = 30,0 \cancel{\text{m}} \sin \alpha \cdot 6,12 \cancel{\text{s}} \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{22,15}{30,0 \cdot 6,12} = 0,1206427$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot 0,1206427 = 0,241285 \rightarrow 2\alpha = 13,96^\circ \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\alpha \approx 7^\circ}$$

c) CON ESTE ÁNGULO VOLVEMOS A ESCRIBIR LA ECUACIÓN DE LA TRAYECTORIA

$$y = \tan 7^\circ \cdot x - \frac{5,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}}{\cos^2 7^\circ} = (122,78 x - 5,48 \text{ m}^{-1} x^2) \cdot 10^{-3}$$

Si sobrepasamos la barrera $\Rightarrow x = 7,15 \text{ m}$
verá gol si $y > 1,80 \text{ m}$

$$y = (122,78 \cdot 7,15 \text{ m} - 5,48 \text{ m}^{-1} \cdot 7,15^2 \text{ m}^2) \cdot 10^{-3} =$$

$$= (1223,4 \text{ m} - 458,8 \text{ m}) \cdot 10^{-3} = 664,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} =$$

$$= 0,66 \text{ m} < 1,80 \text{ m} \quad \text{CHUCA CON LA BARRERA}$$

2. a) $\vec{P}_{\text{INICIAL}} = \vec{P}(H) + \vec{P}(F) = m(H)\vec{v}(H) + m(F)\vec{v}(F)$

$$\vec{v}(H) = v(H) \cos \alpha \vec{i} + v(H) \sin \alpha \vec{j} =$$

$$= \left(2,6 \cdot 10^5 \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \vec{i} + \left(2,6 \cdot 10^5 \frac{1}{2}\right) \vec{j} \frac{\text{m}}{\text{s}} =$$

$$= (2,2 \vec{i} + 1,3 \vec{j}) \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{P}(H) = 1,00 \text{ u} (2,2 \vec{i} + 1,3 \vec{j}) \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{v}(F) = -v(F) \cos \beta \vec{i} + v(F) \sin \beta \vec{j} =$$

$$= -\left(7,1 \cdot 10^4 \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \vec{i} + \left(7,1 \cdot 10^4 \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \vec{j}$$

$$\vec{P}(F) = 17,00 \text{ u} (-6,4 \vec{i} + 6,4 \vec{j}) \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{P}_{ANTES} = [(22 - 1,2 \cdot 10^2) \vec{i} + (13 + 1,2 \cdot 10^2) \vec{j}] 10^4 \text{ u m/s}$$

$$\vec{P}_{ANTES} = (-98 \vec{i} + 130 \vec{j}) 10^4 \text{ u m/s}$$

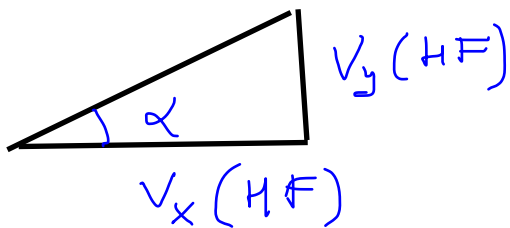
c) SE CONSERVA $\vec{P}$ $\vec{P}_{ANTES} = \vec{P}_{DESPUES}$
 $\vec{P}_{DESP.} = m(HF) \cdot \vec{V}(HF) = 20,00 \text{ u } \vec{V}(HF)$

$$(-98 \vec{i} + 130 \vec{j}) \cdot 10^4 \text{ u m/s} = 20,00 \text{ u } \vec{V}(HF)$$

$$\vec{V}(HF) = \frac{1}{20} (-98 \vec{i} + 130 \vec{j}) 10^4 \text{ m/s} = (0,049 \vec{i} + 0,065 \vec{j}) \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\vec{V}(HF) = (-4,9 \vec{i} + 6,5 \vec{j}) \cdot 10^4 \text{ m/s} \quad \text{CONDICIÓN}$$

b)



$$\alpha = \arctg \frac{6,5 \cdot 10^4 \text{ m/s}}{-4,9 \cdot 10^4 \text{ m/s}}$$

$$\alpha = \arctg (-1,32653)$$

$$\alpha \approx 53^\circ - 180^\circ = 127^\circ$$

