ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

TEORIA

T.1.. Momento angular. Definición, unidades, variación temporal y teorema de conservación. **(1 punto).**

T.2.. Impulso mecánico y momento lineal. Definición, unidades y demostración de la relación entre las dos magnitudes. **(1 punto).**

CUESTIONES

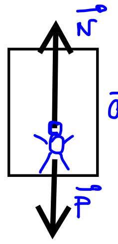
C.1. Una persona de *80,0* kg entra a un ascensor. Calcule en los siguientes casos el peso aparente de la persona. **(1 punto)**.

(a) Sube al cuarto piso con una aceleración de *2* m/s^2.

(b) A continuación baja con la misma aceleración del apartado (a).

(c) Y si hubiera subido al cuarto piso con una velocidad constante.

(d) Estando en el ascensor en el cuarto piso, a la hora de bajar se rompiera el cable del ascensor, cayendo el éste en caída libre.



La normal y el peso no cambian de sentido, lo hace la aceleración $\to$ en todos los casos se cumple $(N-mg)\vec{j} = m\vec{a}$ El peso aparente coincide con el valor de la normal.

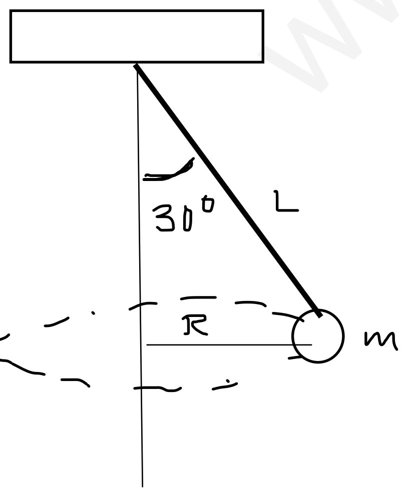
a) $\vec{a} = a\vec{j} \to N - mg = ma \quad N = m(g+a) \to P_{AP} = 80{,}0\,\cancel{kg}\,(9{,}81+2)\,N/\cancel{kg} = (80{,}0 \cdot 12)\,N = 9{,}6 \cdot 10^2\,N$

b) $\vec{a} = -a\vec{j} \to N - mg = -ma \quad N = m(g-a) \to P_{AP} = 80{,}0\,\cancel{kg}\,(9{,}81-2)\,N/\cancel{kg} = (80{,}0 \cdot 8)\,N = 6 \cdot 10^2\,N$

c) $\vec{v} = \vec{cte} \to \vec{a} = \vec{0} \to N - mg = 0 \to P_{AP} = mg = P = 80{,}0\,\cancel{kg} \cdot 9{,}81\,N/\cancel{kg} = 7{,}85 \cdot 10^2\,N$

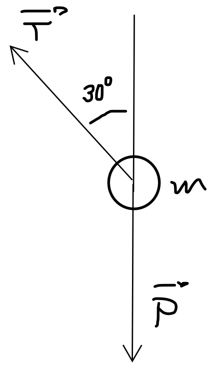
d) $\vec{a} = -g\vec{j} \to N - mg = -mg \to N = mg - mg = 0 \to P_{AP} = 0\,N$

C.2. .Una masa de *500*g cuelga de un hilo de *0,750* m, se separa *30º* de la vertical y se le comunica una v tangencial de forma que realiza un movimiento pendular cónico. Haga un dibujo, calcule el radio de la trayectoria y la tensión de la cuerda. **(1 punto).**



SE CUMPLE $L \operatorname{sen} 30^{\circ} = R$

$R = 0{,}750\,m \cdot \frac{1}{2} = 0{,}375\,m$



$T \cos 30^{\circ} = mg$

$T = \frac{mg}{\cos 30^{\circ}} = \frac{0{,}500\,\cancel{kg}\,9{,}81\,N/\cancel{kg}}{\cos 30^{\circ}}$

$T = 5{,}66\,N$

PROBLEMAS

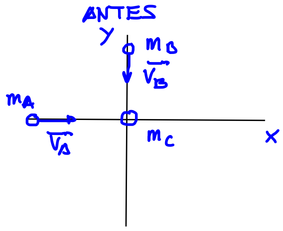
P.1. Tres bolas con superficie pegadiza. Una bola C se encuentra en reposo en el origen de coordenadas, una bola B se lanza con una velocidad v_B en la dirección $-\mathbf{j}$ (sentido negativo del eje de ordenadas y) y una bola A con una velocidad v_A en la dirección $\mathbf{i}$ (sentido positivo del eje de abscisas x). Al colisionar las tres bolas quedan pegadas las tres. El valor de la gravedad es $g = 9{,}81$ m/s^2. Sabemos que la relación de masas y velocidades iniciales están dadas por

$$m_C = 2\,m_A = 4\,m_B \;\;,\;\; v_B = 2\,v_A = 494{,}97 \text{ m/s.}$$

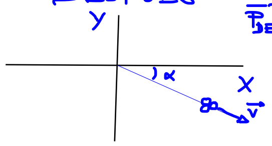
Calcule:

a) Ángulo de salida después del choque del conjunto formado por las tres bolas. **(1 punto)**.

ANTES



DESPUÉS



$$\vec{P}_{ANTES} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \underbrace{\vec{P}_C}_{0\,(v_c=0)} = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = 2m_B\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = m_B(2\vec{v}_A + \vec{v}_B) = m_B(2v_A\vec{i} - 2v_A\vec{j}) = 2m_Bv_A(\vec{i} - \vec{j}) = 2m_Bv_A\vec{i} - 2m_Bv_A\vec{j}$$

$$\vec{P}_{DESPUÉS} = m_T\vec{v} = (m_A + m_B + m_C)\vec{v} = (2m_B + m_B + 4m_B)\vec{v} = 7m_B\vec{v} = 7m_B(v_x\vec{i} + v_y\vec{j}) = 7m_Bv_x\vec{i} + 7m_Bv_y\vec{j}$$

Como no actúan fuerzas externas $\vec{P} = cte \longrightarrow \vec{P}_{ANTES} = \vec{P}_{DESP}$

$$2\cancel{m_B}v_A\vec{i} - 2\cancel{m_B}v_A\vec{j} = 7\cancel{m_B}v_x\vec{i} + 7\cancel{m_B}v_y\vec{j}$$

$$\left.\begin{aligned} 2v_A = 7v_x &\longrightarrow v_x = \tfrac{2}{7}v_A \\ -2v_A = 7v_y &\longrightarrow v_y = -\tfrac{2}{7}v_A \end{aligned}\right\} \; tg\,\alpha = \frac{v_y}{v_x} = -1 \longrightarrow \alpha = -45^\circ \text{ (II cuadrante)}$$

b) Velocidad de salida después del choque del conjunto formado por las tres bolas. **(1 punto)**.

$$\left.\begin{aligned} V_x &= \frac{1}{7}\,494{,}97 \text{ m/s} = 70{,}71 \text{ m/s} \\ V_y &= -70{,}71 \text{ m/s} \end{aligned}\right\} \; \vec{v} = 70{,}71\,\vec{i} - 70{,}71\,\vec{j} \text{ m/s}$$

Su módulo $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2v_x^2} = V_x\sqrt{2} = 70{,}71 \cdot 1{,}4142$ m/s

$$|\vec{v}| = 100{,}00 \text{ m/s}$$

c) ¿Cuántas veces la velocidad de la bola B debería ser mayor que la velocidad de la bola A para que el ángulo de salida después del choque sea de 30° (IV cuadrante). **(1 punto)**.

$$tg(-30) = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{-V_y}{V_x} \longrightarrow 3V_y = \sqrt{3}V_x \longrightarrow V_y = \frac{\sqrt{3}}{3}V_x$$

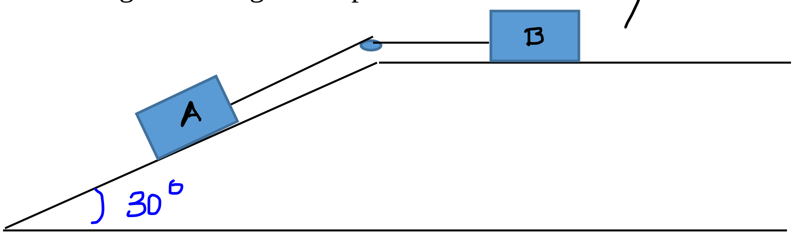
$$\vec{v} = \left(V_x\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{3}V_x\vec{j}\right) \qquad \vec{P}_D = 7m_BV_x\vec{i} - 7m_B\frac{\sqrt{3}}{3}V_x\vec{j}$$

$$\vec{P}_A = 2m_BV_A\vec{i} - m_BV_B\vec{j}$$

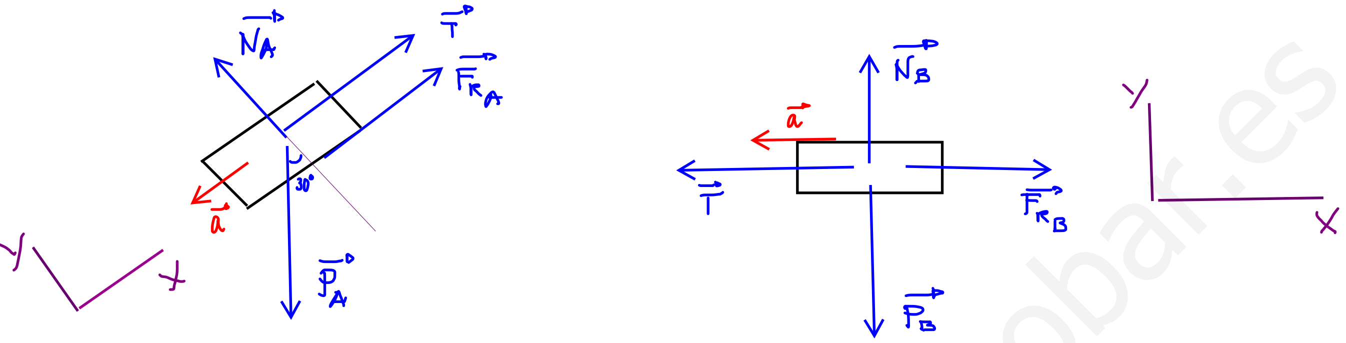
$$\left.\begin{aligned} 2\cancel{m_B}V_A &= 7\cancel{m_B}V_x \\ \cancel{-}\cancel{m_B}V_B &= \cancel{-}7\cancel{m_B}\frac{\sqrt{3}}{3}V_x \end{aligned}\right\} \left.\begin{aligned} V_A &= \frac{7}{2}V_x \\ V_B &= \frac{7}{3}\sqrt{3}V_x \end{aligned}\right\} \frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{\cancel{7}}{3}\sqrt{3}\cancel{V_x}}{\frac{\cancel{7}}{2}\cancel{V_x}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\boxed{V_B = \frac{2\sqrt{3}}{3}V_A}$$

P.2. Dos cuerpos de masas *15,0* kg y *5,0* kg están unidos por una cuerda ideal de masa despreciable y se colocan tal y como muestra la figura. El ángulo del plano inclinado es 30º. $\mu = 0,150$



a) Coloque todas las fuerzas que actúan sobre los dos cuerpos (diagramas de cuerpo libre). **(1 punto)**.



b) Obtenga la aceleración con que se mueve el conjunto y la tensión de la cuerda. **(1 punto)**.

CUERPO A

$\Sigma F_x = m_A a \quad \Sigma F_y = 0$

$T + F_{R_A} - m_A g \operatorname{sen} 30° = -m_A a \; (1)$

$N_A - m_A g \cos 30° = 0 \; (2)$

De (2) $N_A = m_A g \frac{\sqrt{3}}{2}$

$F_{R_A} = \mu N_A = 0,150 \cdot 15,0 \cancel{kg} \cdot 9,81 \frac{N}{\cancel{kg}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$F_{R_A} = 19,2\ N$

de ecuación (1)

$T + 19,2\ N - 73,6\ N = -15,0\ kg\ a \; (1)$

$T - 54,4\ N = -15,0\ kg\ a \; (1)$

CUERPO B

$\Sigma F_x = m_B a \quad \Sigma F_y = 0$

$-T + F_{R_B} = -m_B a \; (3)$

$N_B - P_B = 0 \; (4)$

$N_B = m_B g = 5,0 \cancel{kg} \cdot 9,81 \frac{N}{\cancel{kg}} = 49\ N$

$F_{R_B} = \mu N_B = 0,150 \cdot 49\ N = 7,4\ N$

REESCRIBIMOS (3)

$-T + 7,4\ N = -5,0\ kg\ a \; (3)$

RESOLUCIÓN DEL SISTEMA

$\cancel{T} - 54,4\ N = -15,0\ kg\ a$

$-\cancel{T} + 7,4\ N = -5,0\ kg\ a$

$-47\ N = -20,0\ kg\ a$

$$\boxed{a = \frac{-47\ N}{-20,0\ kg} = 2,4\ m/s^2}$$

De (1)

$T = 54,4\ N - 15,0\ kg \cdot 2,4\ m/s^2$

$\boxed{T = 18\ N}$

c) Calcula el trabajo realizado por las fuerzas que actúan sobre el bloque A cuando desciende *0,855*m. ¿Qué velocidad ha adquirido si partió del reposo? **(1 punto)**.

$\Delta\vec{x} = -0,855\ \vec{i}\ m \qquad W = W(\vec{P}_A) + \cancel{W(\vec{N}_A)}^{0} + W(\vec{T}) + W(\vec{F}_{R_A})$

$W(\vec{F}_{R_A}) = \vec{F}_{R_A} \cdot \Delta\vec{x} = (19,2\ \vec{i}\ N) \cdot (-0,855\ \vec{i}\ m) = -16,4\ J$

$W(\vec{T}) = \vec{T} \cdot \Delta\vec{x} = (18\ \vec{i}\ N) \cdot (-0,855\ \vec{i}\ m) = -15\ J$

$W(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \Delta\vec{x} = \left(-147 \cdot \frac{1}{2}\vec{i} - 147 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right) \cdot (-0,855\ \vec{i}\ m) = 62,8\ J$

LA VELOCIDAD. 1ª FORMA

$W_T = \Delta E_c = E_c(F) - \cancel{E_c(I)}^{0} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 W_T}{m}}\ ; \ W_T = (62,8 - 31,4)\ J = 31,4\ J$

$v = \sqrt{\frac{62,8\ J}{15,0\ kg}} = 2,05\ m/s$

LA VELOCIDAD. 2ª FORMA.

$x = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$

$v = a t = a\sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{2ax} = \sqrt{2 \cdot 2,4\ m/s^2 \cdot 0,855\ m} = 2,03\ m/s$