

ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

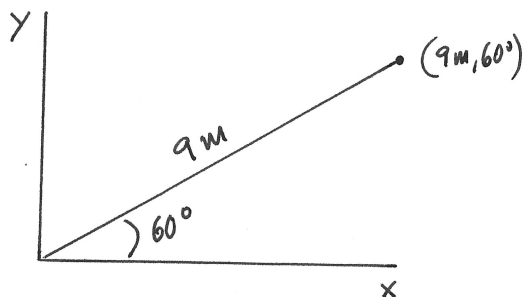
TEORIA

T.1 Vectores posición, velocidad y aceleración instantáneos de un cuerpo. Definición y unidades. (1 punto)

T.2 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Ecuaciones y gráficas de la aceleración, velocidad y espacio frente al tiempo. (1 punto)

CUESTIONES

C.1 Las coordenadas polares (9m, 60°). Obtenga sus coordenadas rectangulares (x,y): (1 punto)



$$x = r \cos \theta = 9 \text{ m} \cos 60^\circ = 9 \text{ m} \frac{1}{2} = 4,5 \text{ m}$$

$$y = r \sin \theta = 9 \text{ m} \sin 60^\circ = 9 \text{ m} \frac{\sqrt{3}}{2} = 7,8 \text{ m}$$

$$(x, y) = (4,5, 7,8) \text{ m}$$

C.2. Dados los vectores $\vec{A} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ y $\vec{B} = -6\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ calcule su producto vectorial (1 punto)

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = (-2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}) \wedge (-6\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k})$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (12 - 2)\vec{i} - (-8 + 6)\vec{j} + (-4 + 18)\vec{k}$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = 10\vec{i} + 2\vec{j} + 14\vec{k}$$

PROBLEMAS

P.1. El movimiento de una partícula viene dado por el vector posición $\vec{r}(t) = (4t^2 + 2t)\vec{i} + (2t^3)\vec{j} + 5\vec{k}$ m encuentre:

a) Vector velocidad y su módulo en función de t. Valor de ambos a los 10 s. (1 punto).

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (8t + 2)\vec{i} + 6t^2\vec{j} \text{ m/s} \quad |\vec{v}| = \sqrt{(8t+2)^2 + (6t^2)^2} = \sqrt{64t^2 + 4 + 36t^4} \text{ m/s}$$

A los 10s

$$\vec{v}(10\text{s}) = 82\vec{i} + 600\vec{j} \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}|(10\text{s}) = \sqrt{6400 + 4 + 360000} = 605,58 \text{ m/s}$$

b) Vector aceleración y su módulo en función de t. Valor de ambos a los 10 s. (1 punto).

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 8\vec{i} + 12t\vec{j} \text{ m/s}^2 \quad |\vec{a}| = \sqrt{8^2 + (12t)^2} \text{ m/s}^2 = \sqrt{64 + 144t^2} \text{ m/s}^2$$

Valores a los 10 s

$$\vec{a}(10s) = 8\vec{i} + 120\vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}|(10s) = \sqrt{64 + 14400} \text{ m/s}^2 = 120,27 \text{ m/s}^2$$

c) Módulos de la aceleración tangencial y normal a los 5 s. (1 punto).

$$a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{128t + 32 + 144t^3}{\sqrt{64t^2 + 4 + 32t + 36t^4}} \text{ m/s}^2 \quad a_T(5s) = \frac{640 + 32 + 18000}{\sqrt{155,77}} \text{ m/s}^2 = \frac{18672}{311,54} \text{ m/s}^2$$

$$a_T(5s) = 59,93 \text{ m/s}^2$$

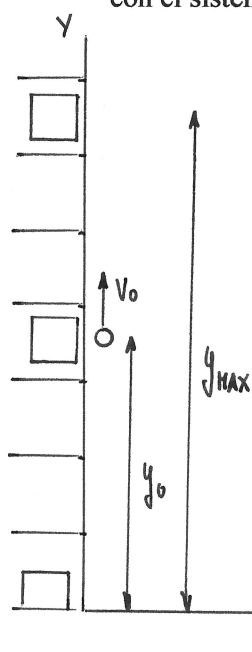
$$a(5s) = 60,53 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Como } a^2 = a_T^2 + a_N^2 \rightarrow a_N^2 = a^2 - a_T^2$$

$$a_N = \sqrt{60,53^2 - 59,93^2} \text{ m/s}^2 = 8,5 \text{ m/s}^2$$

P.2. Desde la ventana del tercer piso de un edificio se lanza hacia arriba un objeto con una velocidad tal que llega hasta la ventana del sexto piso. Datos: La separación entre pisos es 3m. La ventana está situada a 1,5m del comienzo del piso. Considere despreciable la resistencia del aire. Determine:

a) Haga un esquema y elija un sistema de referencia para resolver el problema. Escriba las ecuaciones de $\vec{v}$ y $\vec{r}$ coherentes con el sistema elegido (1 punto)



Ecuaciones

$$\vec{v} = (v_0 - gt)\vec{j} = (v_0 - 9,8 \text{ m/s}^2 t)\vec{j}$$

$$\vec{r} = \left(y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \right)\vec{j} = \left(10,5 \text{ m} + v_0 t - 4,9 \text{ m/s}^2 t^2 \right)\vec{j}$$

b) Encuentre la velocidad con que se ha lanzado. (1 punto).

Cuando llega a la altura máxima $v=0$ $y_{\max}=19,5 \text{ m}$

$$19,5 \text{ m} = 10,5 \text{ m} + v_0 t - 4,9 \text{ m/s}^2 t^2$$

$$0 = v_0 - 9,8 \text{ m/s}^2 t$$

$$t = \frac{v_0}{9,8 \text{ m/s}^2}$$

$$t^2 = \frac{v_0^2}{96,04 \text{ m}^2/\text{s}^4}$$

Sustituimos t y t^2 en la ecuación de la posición

$$19,5 \text{ m} = 10,5 \text{ m} + v_0 \frac{v_0}{9,8 \text{ m/s}^2} - 4,9 \text{ m/s}^2 \frac{v_0^2}{96,04 \text{ m}^2/\text{s}^4} = 10,5 \text{ m} + v_0^2 \left(\frac{1}{9,8 \text{ m/s}^2} - \frac{1}{19,6 \text{ m/s}^2} \right)$$

$$(19,5 - 10,5) \text{ m} = v_0^2 0,0510 \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

$$v_0^2 = \frac{9 \text{ m}^2}{0,0510 \text{ s}^2}$$

$$v_0 = 13,28 \text{ m/s}$$

c) Tiempo que emplea en volver a pasar por delante de la ventana desde la que se lanzó. Tiempo que tarda en impactar con el suelo. (1 punto)

Cuando vuelve a pasar por la ventana $y = y_0$

$$10,5 \text{ m} = 10,5 \text{ m} + 13,28 \text{ m/s} t - 4,9 \text{ m/s}^2 t^2$$

$$0 = (13,28 \text{ m/s} - 4,9 \text{ m/s}^2 t) t$$

$t=0$ Al inicio

$$13,28 \text{ m/s} - 4,9 \text{ m/s}^2 t = 0$$

Resolviendo la ecuación

$$t = \frac{13,28 \text{ m/s}}{4,9 \text{ m/s}^2} = 2,71 \text{ s}$$

TIEMPO EN IMPACTAR CON EL SUELO $\rightarrow y=0$

$$0 = 10,5 \text{ m} + 13,28 \text{ m/s} t - 4,9 \text{ m/s}^2 t^2 \rightarrow 4,9 t^2 - 13,28 t - 10,5 = 0$$

$$t = \frac{13,28 \pm \sqrt{13,28^2 + 4 \cdot 4,9 \cdot 10,5}}{9,8} = \frac{13,28 \pm 19,55}{9,8} \quad \text{tomando la solución positiva} \quad t = \frac{32,83}{9,8} \text{ s}$$

$$t = 3,35 \text{ s}$$