ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

TEORIA

T.1 Producto vectorial de vectores. Condición de paralelismo. **(1 punto)**

T.2. Componentes intrínsecas de la aceleración. Significado físico. **(1 punto)**

CUESTIONES

C.1 Dados los vectores $\vec{A} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ y $\vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ calcule el ángulo que forman **(1 punto)**

C.2 En una gráfica **a-t, v-t** y **e-t.** ¿Cómo representarías el **MRU** y **MRUA,** es decir, con qué tipo de curva? **(1 punto)**

PROBLEMAS

P.1. . La posición de una partícula viene dada por las ecuaciones paramétricas: $x= 4t^3+8t^2$ $y=6t^2+4$ $z=5$ donde x e y vienen expresadas en metros cuando t se expresa en segundos. Encuentre:

- **a)** Vector de posición de la partícula en función del tiempo. Calcule el módulo y los cosenos directores del vector a los 5s. **(1 punto).**
- **b)** Calcule el vector velocidad para cualquier instante. Calcule el vector velocidad en el instante inicial **(1 punto).**
- **c)** Calcule el vector aceleración y el producto vectorial de los vectores velocidad y aceleración a los 5s **(1 punto).**

P.2. Dos amigos pretenden calcular la altura de un edificio de 100 pisos. Uno se sitúa en el piso 6º y el otro en el 2º. Desde el piso sexto sueltan una bola y miden el tiempo que emplea en llegar al 2º obteniendo 1,51s. Datos: $g= 9{,}81 m/s^2$ Resistencia del aire despreciable.

- **a)** Haga un esquema de la situación física, elija un sistema de referencia y plantee las ecuaciones del espacio y la velocidad de la bola correspondiente al sistema elegido. **(1 punto)**
- **b)** ¿Cuál es la altura de un piso? ¿Qué altura tiene el edificio? **(1 punto)**
- **c)** ¿Qué velocidad llevaba la bola al pasar por el 2º piso? ¿Con qué velocidad tendría que lanzarla desde el 2º piso para que llegara al 6º? (**1 punto**)

www.yoquieroaprobar.es

TEORÍA

T1 y T2 → VER APUNTES Y LIBRO DE TEXTO

CUESTIONES

C1. $\vec{A} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ $\quad \vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ $\quad$ ¿ÁNGULO QUE FORMAN?

SE CUMPLE $\quad \vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cos\alpha$ $\quad \vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

$$|\vec{A}||\vec{B}|\cos\alpha = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

$$\cos\alpha = \frac{A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}{|\vec{A}||\vec{B}|}$$

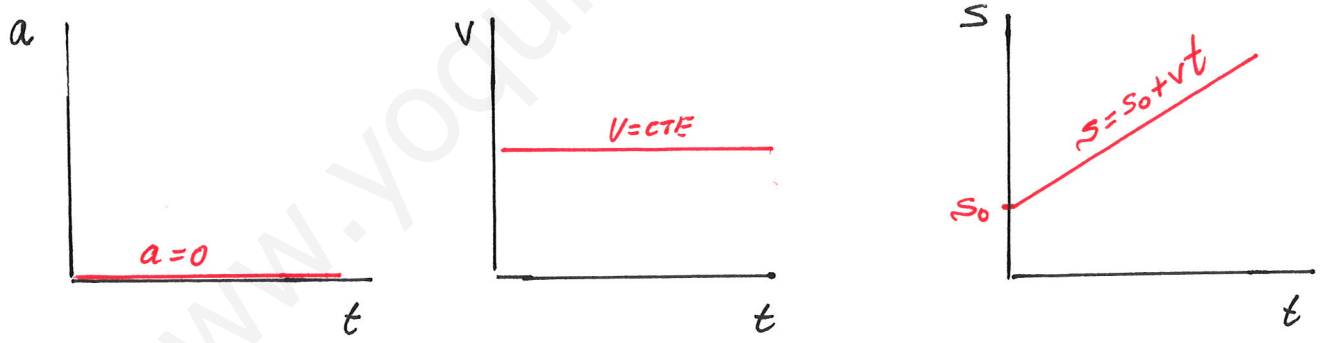
$$|\vec{A}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14} = 3{,}7$$

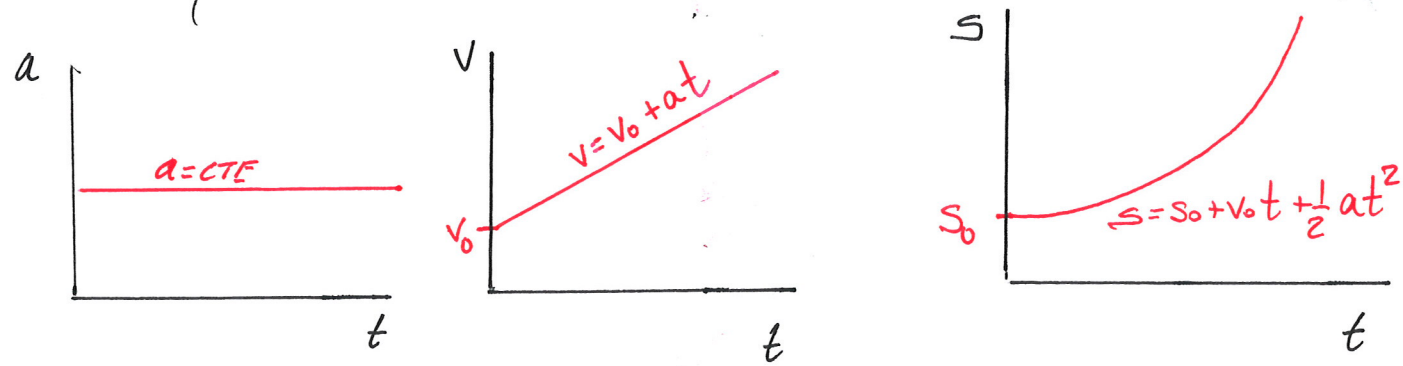
$$\cos\alpha = \frac{(4\cdot 3) + (3\cdot(-2)) + 0\cdot 1}{5\cdot 3{,}7} = \frac{12-6}{18{,}5} = \frac{6}{18{,}5} = 0{,}324$$

$$\alpha = \text{arc cos } 0{,}324 = 71{,}1^\circ$$

C2. MRU (MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME)



MRUA (MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO)



www.yoquieroaprobar.es

PROBLEMAS

P1

DATOS

Ec. PARAMÉTRICAS

$x = 4t^3 + 8t^2$ m

$y = 6t^2 + 4$ m

$z = 5$ m

a) $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

$\vec{r}(t) = (4t^3+8t^2)\vec{i} + (6t^2+4)\vec{j} + 5\vec{k}$ m

$\vec{r}(5s) = (4\cdot 5^3 + 8\cdot 5^2)\vec{i} + (6\cdot 5^2+4)\vec{j} + 5\vec{k}$ m

$= 700\,\vec{i} + 154\,\vec{j} + 5\vec{k}$ m

MÓDULO

$$|\vec{r}(5s)| = \sqrt{(700\,m)^2 + (154\,m)^2 + (5m)^2} = \sqrt{513741\,m^2} =$$

$$= 716{,}8 \text{ m}$$

COSENOS DIRECTORES

$$\cos\alpha = \frac{700\,m}{716{,}8\,m} = 0{,}977 \qquad \cos\beta = \frac{154\,m}{716{,}8\,m} = 0{,}215 \qquad \cos\gamma = \frac{5\,m}{716{,}8\,m} = 7\cdot 10^{-3}$$

b) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(4t^3+8t^2)\vec{i} + (6t^2+4)\vec{j} + 5\vec{k}\right] =$

$$= (12t^2+16t)\vec{i} + (12t)\vec{j} \text{ m/s}$$

INSTANTE INICIAL $t = 0$

$\vec{v}(0) = 0$ m/s

c) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left((12t^2+16t) + (12t)\vec{j}\,\text{m/s}\right) = (24t+16) + 12\vec{j}$ m/s^2

$\vec{a}(5s) = (24\cdot 5+16)\vec{i} + 12\vec{j}$ m/s^2 $= 136\,\vec{i} + 12\vec{j}$ m/s^2

$\vec{v}(5s) = (12\cdot 5^2+16\cdot 5)\vec{i} + (12\cdot 5)\vec{j}$ m/s $= 380\,\vec{i} + 60\,\vec{j}$ m/s

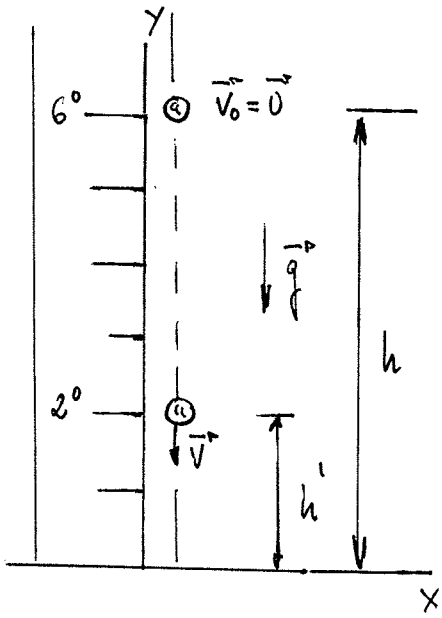
$$\vec{v}(5s)\wedge\vec{a}(5s) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 380 & 60 & 0 \\ 136 & 12 & 0 \end{vmatrix} = (380\cdot 12 - 136\cdot 60)\vec{k} = (4560 - 8160)\vec{k} =$$

$$= -3600\,\vec{k}\ \frac{m^2}{s^3}$$

www.yoquieroaprobar.es

p2.

a)



ECUACIONES

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t = \vec{g}t = (-9{,}81\ m/s^2)\vec{j}\,t$

$\vec{v} = -(9{,}81\ m/s^2\, t)\vec{j}$

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 = \left(h - \frac{1}{2}9{,}81\ m/s^2\, t^2\right)\vec{j}$ ($\vec{r}_0$: origen, $\vec{v}_0 = 0$)

$\vec{r} = y\vec{j} = (h - 4{,}90\ m/s^2\, t^2)\vec{j}$

ECUACIONES ESCALARES

$v = -9{,}81\ m/s^2\, t$ (1)

$y = h - 4{,}90\ m/s^2\, t^2$ (2)

b) Llamamos h_p a la altura de un piso.

Por tanto $h = 6h_p$ $\quad h' = 2h_p$

Cuando han pasado 1,51s $y = 2h_p$, aplicamos la ecuación (2)

$2h_p = 6h_p - 4{,}90\ m/s^2\, t^2 \rightarrow 2h_p - 6h_p = -4{,}90\ m/s^2\, t^2$

$-4h_p = -4{,}90\ m/s^2\, t^2$

$$h_p = \frac{4{,}90\ m/s^2 \cdot 1{,}51^2\ s^2}{4} = 2{,}79\ m$$

ALTURA DE UN PISO = 2,79m

ALTURA DEL EDIFICIO = $101\, h_p = 101 \cdot 2{,}79\ m = 282\ m$

c) Utilizamos la ecuación (1) para el tiempo 1,51s

$v = -9{,}81\ m/s^2 \cdot 1{,}51\,s = -14{,}8\ m/s$ el signo menos indica que apunta hacia abajo.

Velocidad con que hay que lanzarla para que llegue al 6° piso

Demostraremos que esta velocidad es 14,8 m/s

Ahora la velocidad inicial no es cero $v = v_0 - 9{,}81\ m/s^2\, t$

y cuando llega al 6° piso $v = 0 \rightarrow 0 = v_0 - 9{,}81\ m/s^2\, t \rightarrow t = \frac{v_0}{9{,}81\ m/s^2}$

La ecuación del espacio $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$

$$6h_p = 2h_p + v_0 \frac{v_0}{9{,}81\ m/s^2} - 4{,}90\ m/s^2 \frac{v_0^2}{(9{,}81\ m/s^2)^2}\ ; \quad 4h_p = v_0^2\left(\frac{1}{9{,}81\ m/s^2} - \frac{4{,}90\ m/s^2}{96{,}2\ m^2/s^4}\right)$$

$$11{,}16\ m \cdot V_0^2\left(0{,}1019\ \frac{s^2}{m} - 0{,}051\ \frac{s^2}{m}\right) = V_0^2\, 0{,}0509\ \frac{s^2}{m} \rightarrow V_0 = \pm\sqrt{\frac{11{,}16\ m^2}{0{,}0509\ s^2}} = \pm 14{,}8\ m/s$$

www.yoquieroaprobar.es