

ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

TEORIA

T.1. Producto escalar de vectores. Condición de perpendicularidad y ángulo entre vectores (1 punto)

T.2. Componentes intrínsecas de la aceleración. Definición y significado físico. (1 punto)

CUESTIONES

C.1 Dados $\vec{A} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ y $\vec{B} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$, obtenga el ángulo que forman. (1 punto)

SE CUMPLE $\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A \cdot B} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{A \cdot B}$

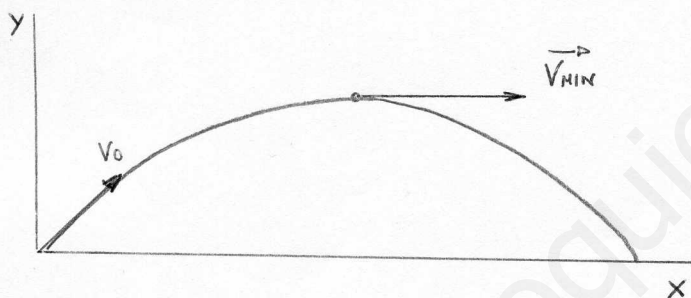
$$A = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{9 + 4 + 9} = \sqrt{22}$$

$$B = \sqrt{5^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 4 + 25} = \sqrt{54}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 15 + 4 + 15 = 34$$

$$\cos \alpha = \frac{34}{\sqrt{22} \sqrt{54}} = \frac{34}{\sqrt{1188}} = \frac{34}{34,467} = 0,986 \rightarrow \alpha = 9,4^\circ$$

C.2. ¿En qué punto de la trayectoria de un lanzamiento oblicuo es menor el módulo de la velocidad? ¿Por qué? (1 punto).



LA VELOCIDAD EN CUALQUIER PUNTO

$$ES \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Y COMO LA V_x ES SIEMPRE LA MISMA LA VELOCIDAD SERÁ MÍNIMA CUANDO V_y SEA MÍNIMA.

V_y ES MÍNIMA EN EL PUNTO MÁS ALTO DE LA TRAYECTORIA DONDE ES CERO

PROBLEMAS

P.1. Un objeto es lanzado desde una altura $h=5\text{m}$ con una velocidad $v_0=10\text{m/s}$ y un ángulo de 30° . Calcule:

a) Ecuaciones paramétricas del movimiento del objeto y ecuaciones de la velocidad. (1 punto).

CALCULE TAMBIÉN LOS VECTORES $\vec{r}(t)$ y $\vec{v}(t)$

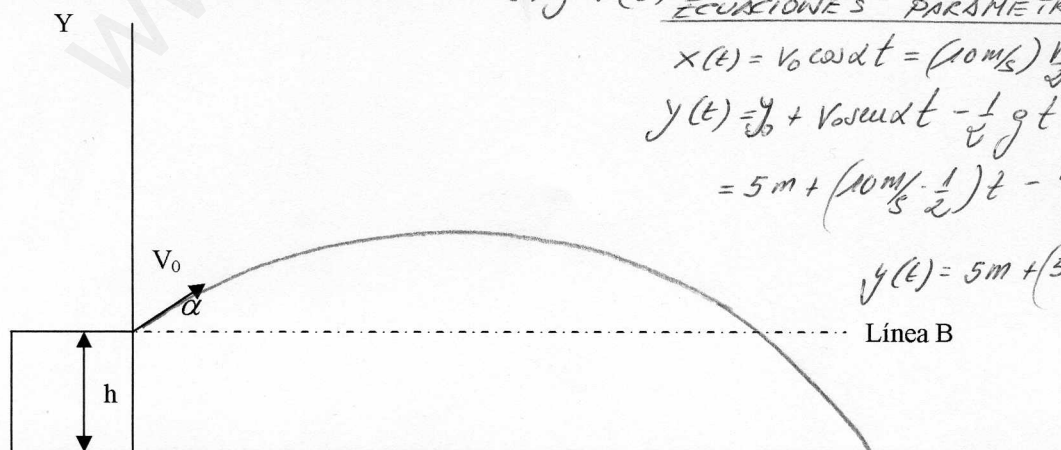
ECUACIONES PARAMÉTRICAS

$$x(t) = v_0 \cos \alpha t = (10 \text{ m/s}) \frac{\sqrt{3}}{2} t = (5\sqrt{3} \text{ m/s}) t$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 =$$

$$= 5 \text{ m} + \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{2}\right) t - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

$$y(t) = 5 \text{ m} + (5 \frac{\text{m}}{\text{s}}) t - (4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) t^2$$



ECUACIONES DE LA VELOCIDAD

$$V_x = \frac{dx(t)}{dt} = 5\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$V_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = (5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t)$$

VECTORES $\vec{r}(t)$ y $\vec{v}(t)$

$$\vec{r}(t) = (5\sqrt{3} \text{ m/s})t \vec{i} + (5\text{ m} + 5\text{ m/s}t - 4,9 \text{ m/s}^2 t^2) \vec{j}$$

$$\vec{v}(t) = (5\sqrt{3} \text{ m/s}) \vec{i} + (5\text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2 t) \vec{j}$$

b) Vector velocidad cuando el objeto vuelve a atravesar la línea B. (1 punto).

CUANDO ATRAVIESA LA LÍNEA B $y = h = 5\text{ m}$

DE LA ECUACIÓN PARAMÉTRICA DE Y OBTENEMOS EL TIEMPO

$$5\text{ m} = 5\text{ m} + 5\text{ m/s}t - 4,9 \text{ m/s}^2 t^2 \rightarrow 0 = t(5\text{ m/s} - 4,9 \text{ m/s}^2 t)$$

LA ECUACIÓN TIENE 2 SOLUCIONES $\begin{cases} t=0 \rightarrow \text{SITUACIÓN INICIAL (NO ES LA BUSCADA)} \\ 5\text{ m/s} - 4,9 \text{ m/s}^2 t = 0 \rightarrow t = \frac{5\text{ m/s}}{4,9 \text{ m/s}^2} = 1,02\text{ s} \end{cases}$

PARA ESE TIEMPO

$$\vec{v}(1,02\text{ s}) = (5\sqrt{3}) \vec{i} + (5 - 9,8 \cdot 1,02) \vec{j} \text{ m/s} \quad \vec{v}(1,02\text{ s}) = 5\sqrt{3} \vec{i} - 5 \vec{j} \text{ m/s} \quad (\text{EN MÓDULO COINCIDE CON LA } v_0)$$

c) Cuando el objeto toca el suelo ¿Cuál es su vector posición? (1 punto).

AL TOCAR EL SUELO $y = 0\text{ m} \rightarrow 0\text{ m} = 5\text{ m} + 5\text{ m/s}t - 4,9 \text{ m/s}^2 t^2$

$$4,9 t^2 - 5t - 5 = 0 \quad t = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 5 \cdot 4,9 \cdot 4}}{9,8} = \frac{5 \pm \sqrt{123}}{9,8} = \frac{5 \pm 11,09}{9,8}$$

Tomamos la solución positiva $t = 1,64\text{ s}$

$$\vec{r}(1,64\text{ s}) = (5\sqrt{3} \cdot 1,64) \vec{i} + (5 + 5 \cdot 1,64 - 4,9 \cdot 1,64^2) \vec{j} \text{ m} = 14,2 \vec{i} + 0 \vec{j} \text{ m}$$

P.2. Una rueda de 50 cm de radio gira a velocidad constante y ha girado 6π rad en un tiempo de 12s. Calcule:

a) Las vueltas que ha dado en ese tiempo. (1 punto).

$$N^{\circ} \text{ DE VUELTAS} = \frac{\theta}{2\pi \text{ rad}} = \frac{6\pi \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = 3 \text{ VUELTAS}$$

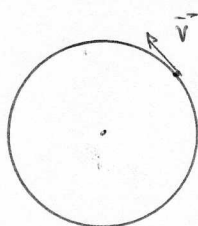
b) El periodo, la frecuencia y la velocidad angular. (1 punto)

$$\text{PERIODO} \quad T = \frac{t}{N^{\circ} \text{ VUELTAS}} = \frac{12\text{ s}}{3} = 4\text{ s}$$

$$\text{FRECUENCIA} \quad \omega = \frac{1}{T} = \frac{1}{4} \text{ s}^{-1} = 0,25 \text{ Hz}$$

$$\text{VELOCIDAD ANGULAR} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{4 \text{ s}} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

c) Velocidad lineal de un punto de la periferia. (1 punto)



$$v = \omega \cdot R = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s} \cdot 0,5 \text{ m} = \frac{\pi}{4} \text{ m/s}$$

$$v = 0,785 \text{ m/s}$$