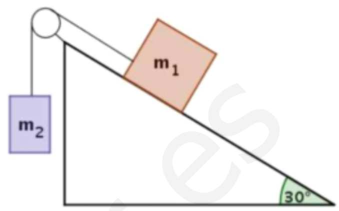
NOMBRE: ____

1) Para el sistema de la figura:
   a) Haz un diagrama de fuerzas de cada cuerpo, e indica el sentido de movimiento del sistema. (1 p)
   b) Si la aceleración con que se mueve el sistema es de 0,9 m/s^2, calcula cual es el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo m_1 y el plano. (2 p)

   Datos: m_1 = 500 g; m_2 = 400 g; $\alpha = 30°$;



2) Una barca lleva dos tripulantes en su popa, Juan (70 kg) y Beatriz (50 kg), y se está moviendo hacia delante a 0,2 m/s. En un momento dado, ambos se dan la mano y saltan fuera de la barca, hacia atrás, con una velocidad de 1 m/s. Determina la rapidez de la barca justo después del salto de ambos sabiendo que la masa de la barca es de 100 kg. (1,5 p)

3) Una pelota de 300 g llega perpendicularmente a la pared de un frontón con una velocidad de 15 m/s y sale rebotada en la misma dirección con una velocidad de valor 10 m/s.
   a) ¿Cuál es el impulso mecánico que le ha comunicado la pared a la pelota? (1 p)
   b) Si la fuerza ejercida por la pared sobre la pelota fue de 150 N, calcula el tiempo de contacto entre la pelota y la pared. (1 p)

4) Un vehículo circula sobre una curva peraltada de 60 m de radio. Suponiendo que no existe fuerza de rozamiento, ¿Cuál debe ser el ángulo de peralte, para que el vehículo pueda tomar la curva a 60 km/h sin derrapar? (1,5 p)

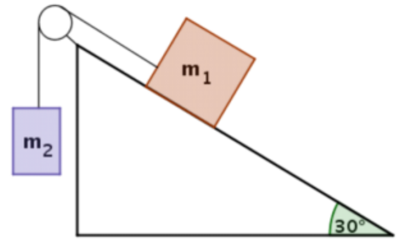
5) Se ata una bola al extremo de una cuerda de 50 cm de longitud y se hace girar en el aire con una velocidad de módulo constante, a modo de péndulo cónico. Si la cuerda forma un ángulo 30º con la vertical, calcula el módulo de la velocidad de la bola y el tiempo que tarda en dar una vuelta completa. (2 p)

1) Para el sistema de la figura:

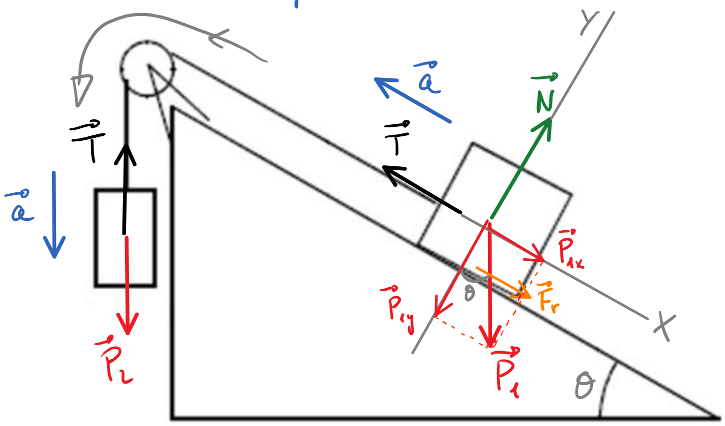
a) Haz un diagrama de fuerzas de cada cuerpo, e indica el sentido de movimiento del sistema. (1 p)

b) Si la aceleración con que se mueve el sistema es de 0,9 m/s², calcula cual es el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo m_1 y el plano. (2 p)

Datos: $m_1 = 500$ g; $m_2 = 400$ g; $\alpha = 30°$;



a) Vamos a representar las fuerzas existentes sobre cada cuerpo.



- Sobre m_1:

$\vec{P_1}$: Su peso; lo descomponemos en $\vec{P_{1x}}$ y $\vec{P_{1y}}$.

$\vec{N}$: Normal del plano sobre el cuerpo.

$\vec{T}$: Tensión de la cuerda sobre él.

$\vec{F_r}$: Fuerza de rozamiento del plano sobre él. (La dibujamos después de averiguar el sentido de movimiento, ya que ella se opone al movimiento de m_1).

Cálculos previos:

$P_1 = m_1 \cdot g = 0{,}5 \cdot 9{,}8 = 4{,}9$ N

$P_{1x} = P_1 \cdot \operatorname{sen}\theta = 4{,}9 \cdot \operatorname{sen}30° = 2{,}45$ N

$P_{1y} = P_1 \cdot \cos\theta = 4{,}9 \cdot \cos 30° = 4{,}24$ N

$P_2 = m_2 \cdot g = 0{,}4 \cdot 9{,}8 = 3{,}92$ N

- Las fuerzas que tienden a mover el sistema en uno u otro sentido son P_{1x} y P_2:

Como $P_{1x} < P_2$, entonces el sistema se moverá hacia la izquierda (sentido antihorario). Ahora dibujo $\vec{F_r}$.

b) Aplicamos la 2ª ley de Newton a cada cuerpo y en cada eje:

$\boxed{m_1}$: Eje X: $T - P_{1x} - F_r = m_1 a \rightarrow T - P_{1x} - \mu \cdot N = m_1 a \rightarrow$

$\rightarrow T - 2{,}45 - \mu \cdot N = 0{,}5 \cdot 0{,}9$

Eje Y: $N - P_{1y} = 0 \rightarrow N = P_{1y} \rightarrow N = 4{,}24$ N

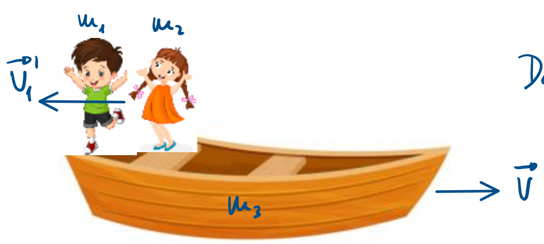
$\rightarrow T - 2{,}45 - \mu \cdot 4{,}24 = 0{,}45 \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{T - \mu \cdot 4{,}24 = 2{,}9}$ (I)

$\boxed{m_2}$: $P_2 - T = m_2 \cdot a \rightarrow 3{,}92 - T = 0{,}4 \cdot 0{,}9 \rightarrow \boxed{T = 3{,}56 \text{ N}}$

(I) $\rightarrow 3{,}56 - \mu \cdot 4{,}24 = 2{,}9 \rightarrow \mu = \dfrac{3{,}56 - 2{,}9}{4{,}24} \rightarrow \boxed{\mu \simeq 0{,}156}$

2) Una barca lleva dos tripulantes en su popa, Juan (70 kg) y Beatriz (50 kg), y se está moviendo hacia delante a 0,2 m/s. En un momento dado, ambos se dan la mano y saltan fuera de la barca, hacia atrás, con una velocidad de 1 m/s. Determina la rapidez de la barca justo después del salto de ambos sabiendo que la masa de la barca es de 100 kg. (1,5 p)



Datos: $m_1 = 70$ kg ; $m_2 = 50$ kg ; $m_3 = 100$ kg

Velocidad inicial del conjunto (barca + tripulantes):

$V = 0,2$ m/s

Velocidad tripulantes al saltar: $V_1 = -1$ m/s

Tenemos un sistema formado por tres cuerpos (Juan, m_1, Beatriz, m_2, y barca, m_3). Despreciando el rozamiento con el agua, podemos aplicar el teorema de conservación de la cantidad de movimiento.

- Antes del salto el conjunto se mueve con velocidad: $V_1 = V_2 = V_3 = V = 1$ m/s (hacia adelante).
- Después del salto:
  - Juan y Beatriz saltan con velocidades: $V_1' = V_2' = -1$ m/s
  - La barca se moverá con velocidad: $V_3' = V' = ??$

- Aplicamos el teorema:

$$\sum \vec{P}_{antes} = \sum \vec{P}_{después} \rightarrow m_1 \cdot \vec{V}_1 + m_2 \cdot \vec{V}_2 + m_3 \cdot \vec{V}_3 = m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2' + m_3 \cdot \vec{V}_3'$$

Todo sucede en el eje horizontal, así que podemos prescindir del carácter vectorial manteniendo los signos de las velocidades:

$$\left.\begin{array}{r} m_1 \cdot V_1 + m_2 \cdot V_2 + m_3 \cdot V_3 = m_1 V_1' + m_2 V_2' + m_3 \cdot V_3' \\ V_1 = V_2 = V_3 = V \\ V_1' = V_2' \ ; \ V_3' = V' \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow (m_1 + m_2 + m_3) \cdot V = (m_1 + m_2) \cdot V_1' + m_3 \cdot V_3' \rightarrow$$

$$\rightarrow (70 + 50 + 100) \cdot 0,2 = (70 + 50) \cdot (-1) + 100 \cdot V_3' \rightarrow$$

$$\rightarrow 220 \cdot 0,2 = -120 + 100 \cdot V_3' \rightarrow$$

$$\rightarrow V_3' = \frac{44 + 120}{100} \rightarrow \boxed{V_3' = 1,64 \text{ m/s}}$$

Es decir la barca se sigue moviendo hacia adelante, pero más deprisa

3) Una pelota de 300 g llega perpendicularmente a la pared de un frontón con una velocidad de 15 m/s y sale rebotada en la misma dirección con una velocidad de valor 10 m/s.

a) ¿Cuál es el impulso mecánico que le ha comunicado la pared a la pelota? (1 p)

b) Si la fuerza ejercida por la pared sobre la pelota fue de 150 N, calcula el tiempo de contacto entre la pelota y la pared. (1 p)

Datos: $I = ??$

$v_0 = -15\ m/s$

$v' = +10\ m/s$

$m = 300g = 0{,}3\ kg$

a) Sabemos que el impulso mecánico es igual a la variación que experimenta la cantidad de movimiento de la pelota. Es decir:

$$I = \Delta p = m \cdot v - m \cdot v_0 \rightarrow I = m \cdot (v - v_0) = 0{,}3 \cdot (10 - (-15)) \rightarrow$$

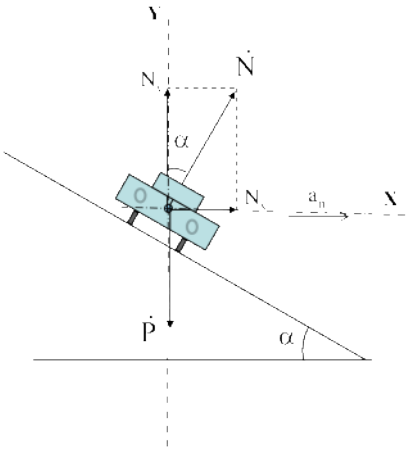
$$\rightarrow \boxed{I = 7{,}5\ kg \cdot m/s}$$

b) $F = 150\ N$

$$I = F \cdot \Delta t \rightarrow 7{,}5 = 150 \cdot \Delta t \rightarrow \boxed{\Delta t = 0{,}05\ s}$$

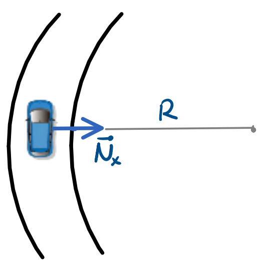
4) Un vehículo circula sobre una curva peraltada de 60 m de radio. Suponiendo que no existe fuerza de rozamiento, ¿Cuál debe ser el ángulo de peralte, para que el vehículo pueda tomar la curva a 60 km/h sin derrapar? (1,5 p)

Vista: corte frontal de la curva:



- Las fuerzas que sufre el vehículo son:
  - $\vec{N}$: Fuerza normal del suelo sobre él. La descomponemos en $\vec{N}_x$ y $\vec{N}_y$.
  - $\vec{P}$: Peso del vehículo.
- Como no hay fuerza de rozamiento, la fuerza centrípeta que permite que el vehículo describa la curva (movimiento circular), es $\vec{N}_x$, obviamente dirigida hacia el centro de la curva.

Vista cenital de la curva:



- Aplicamos la 2ª ley de Newton en cada eje:

$$\left.\begin{array}{ll} \underline{\text{Eje X}}: & N_x = m \cdot a_n \rightarrow N \cdot \text{sen}\,\alpha = m \cdot \frac{v^2}{R} \\ \underline{\text{Eje Y}}: & N_y - P = 0 \rightarrow N \cdot \cos\alpha = m \cdot g \end{array}\right\} \rightarrow$$

Dividiendo ambas: $\frac{\cancel{N} \cdot \text{sen}\,\alpha}{\cancel{N} \cdot \cos\alpha} = \frac{\cancel{m} \cdot v^2/R}{\cancel{m} \cdot g} \rightarrow$

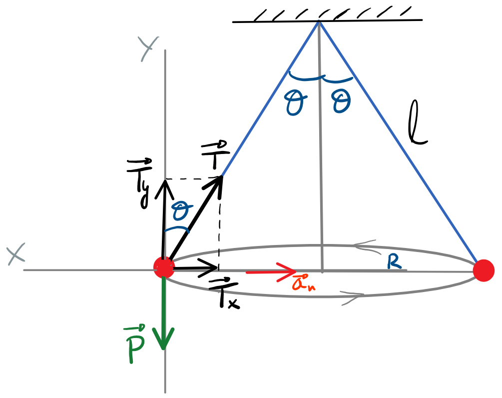
$$\rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{v^2}{R \cdot g}$$

Los datos son: $v = 60\ km/h = \frac{50}{3}\ m/s$; $R = 60\ m$; $g = 9{,}8\ m/s^2$

Por tanto: $\text{tg}\,\alpha = \frac{(50/3)^2}{60 \cdot 9{,}8} \simeq 0{,}472 \rightarrow \alpha = \text{arctg}(0{,}472) \rightarrow$

$$\rightarrow \boxed{\alpha = 25{,}29°}$$

5) Se ata una bola al extremo de una cuerda de 50 cm de longitud y se hace girar en el aire con una velocidad de módulo constante, a modo de péndulo cónico. Si la cuerda forma un ángulo 30º con la vertical, calcula el módulo de la velocidad de la bola y el tiempo que tarda en dar una vuelta completa. (2 p)



Datos: $\theta = 30°$; $l = 50\ cm = 0{,}5\ m$.

Elijo el sistema de referencia (X, Y) tal como se ve en la figura adjunta. En él, la aceleración sólo tiene componente X: $\vec{a} = \vec{a}_x = \vec{a}_n$

- Las fuerzas que sufre la bola son:
  - $\vec{T}$: Tensión que ejerce la cuerda. La descomponemos en $\vec{T}_x$ y $\vec{T}_y$.
  - $\vec{P}$: Peso de la bola.

Se tiene:

$$R = l \cdot \operatorname{sen}\theta = 0{,}5 \cdot \operatorname{sen} 30° = 0{,}25\ m$$

$$T_x = T \cdot \operatorname{sen}\theta$$

$$T_y = T \cdot \cos\theta$$

• Aplicamos la 2ª ley de Newton en cada eje:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Eje X: } T_x = m \cdot a_x \rightarrow T \cdot \operatorname{sen}\theta = m \cdot \dfrac{v^2}{R} \\ \text{Eje Y: } T_y - P = m \cdot \underset{0}{a_y} \rightarrow T_y = P \rightarrow T \cdot \cos\theta = m \cdot g \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{Dividiendo ambas: } \frac{\cancel{T} \cdot \operatorname{sen}\theta}{\cancel{T} \cdot \cos\theta} = \frac{\cancel{m} \cdot v^2/R}{\cancel{m} \cdot g} \rightarrow tg\,\theta = \frac{v^2}{R \cdot g} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{R \cdot g \cdot tg\,\theta} = \sqrt{0{,}25 \cdot 9{,}8 \cdot tg\,30°} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{v = 1{,}189\ m/s}$$

Periodo (movimiento circular uniforme):

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0{,}25}{1{,}189} \rightarrow \boxed{T = 1{,}321\ s}$$