

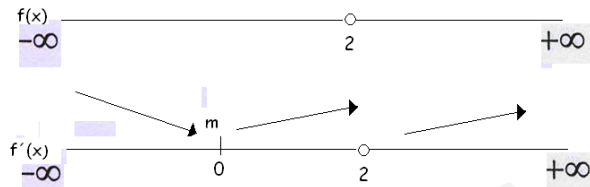
Esboza la gráfica de $y = \frac{|x|}{2-x}$ calculando el dominio, asíntotas, monotonía, máximos y mínimos relativos

1º Dominio de $f(x)$: $D[f(x)] = \mathbb{R} - \{2\}$

La función: $y = \frac{|x|}{2-x} = \begin{cases} \frac{-x}{2-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x}{2-x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

La función no existe si $2-x=0 \Rightarrow x=2$

ESQUEMA DE LOS RESULTADOS DEL ESTUDIO



2º Asíntotas:

*A.V. : $D[f(x)] = \mathbb{R} - \{2\}$

A) Luego tiene como posible asíntota vertical: ¿ $x=2$?

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x|}{2-x} = \frac{2}{0} \text{ Cálculo de límites laterales } \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{2-x} = \frac{2}{+0} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{2-x} = \frac{2}{-0} = -\infty \end{cases} \text{ Asíntota vertical: } x=2$$

*A.H. :

A) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2-x} \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{-1} = 1 \text{ Luego hay asíntota horizontal "y=1" en el } -\infty$$

	$y = \frac{-x}{2-x}$	$y_1 - k \quad (k=1)$	Situación relativa de la gráfica y la asíntota
$x=-100$	$y_1 = \frac{100}{102} \approx 0,98$	$0,98 - 1 < 0$	La gráfica esta por debajo de la asíntota en el $-\infty$

B) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2-x} \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-1} = -1 \text{ Luego hay asíntota horizontal "y=-1" en el } +\infty$$

	$y = \frac{x}{2-x}$	$y_1 - k \quad (k=1)$	Situación relativa de la gráfica y la asíntota
$x=100$	$y_1 = \frac{100}{-98} \approx -1,02$	$-1,02 - 1 < 0$	La gráfica esta por debajo de la asíntota en el $+\infty$

*A.O. : $y = m x + n$

No existe una asíntota oblicua porque hay horizontales.

3º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos $y' = 0$ para estudiar el cambio de monotonía

Si $x < 0$	Si $x > 0$	Si $x=0$
$y' = \frac{(2-x)(-1) - (-x)(-1)}{(2-x)^2} = \frac{-2}{(2-x)^2}$	$y' = \frac{(2-x) - (x)(-1)}{(2-x)^2} = \frac{2}{(2-x)^2}$	$\begin{cases} y'(0^-) = \frac{-2}{(2-0)^2} = -\frac{1}{2} \\ y'(0^+) = \frac{2}{(2-0)^2} = \frac{1}{2} \end{cases}$
		No existe $y'(0)$

$$y' = \begin{cases} \frac{-2}{(2-x)^2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{2}{(2-x)^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$y' \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nunca se anula la primera derivada.

Pero puede tener un máximo o un mínimo en $x=0$ pues no existe $y'(0)$.

$\forall x \in (-\infty, 0) \Rightarrow y'(-4) < 0$ decreciente

$\forall x \in (0, 2) \Rightarrow y'(1) > 0$ creciente

$\forall x \in (2, +\infty) \Rightarrow y'(4) > 0$ creciente

$x=0 \quad f(0) = \frac{0}{2} = 0$ En $(0,0)$ existe un mínimo relativo

4º Gráfica:

