

Estudio completo de $y = e^x - 2x$

1º Dominio de $f(x)$: $D[f(x)] = \mathbb{R}$

2º Simetrías:

$$f(-x) = e^{-x} + 2x = \frac{1}{e^x} + 2x$$

No existen simetrías.

3º Asíntotas:

*A.V. : No tiene, la función existe $\forall x \in \mathbb{R}$

*A.H. :

A) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 2x) = e^{+\infty} - \infty = +\infty \text{ por ser } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \text{ un infinito de orden superior a } \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x$$

Luego no hay asíntota horizontal.

B) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x - 2x) = e^{-\infty} + \infty = 0 + \infty = +\infty \text{ Luego no hay asíntota horizontal.}$$

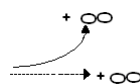
*A.O. : $y = m x + n$

A) Cuando $x \rightarrow +\infty$

1º Se calcula "m":

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x - 2x}{x} \right) \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{1} = e^{+\infty} = +\infty$$

Por lo tanto no existe una asíntota oblicua: curvatura



B) Cuando $x \rightarrow -\infty$

1º Se calcula "m":

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^x - 2x}{x} \right) \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 2}{1} = \frac{e^{-\infty} - 2}{1} = -2$$

Por lo tanto existe una asíntota oblicua $y = -2x + n \rightarrow n = y + 2x$

2º Se calcula el "n":

$$n = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x - 2x + 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = e^{-\infty} = 0$$

Luego " $y = -2x$ " será una asíntota oblicua en el $-\infty$.

Para determinar la posición relativa de la curva y la asíntota hacemos lo siguiente:

	$y = e^x - 2x$	$y = -2x$	$y_1 - y_2$	Situación
$x = -10$	$y_1 = 20,0000454$	$y_2 = 20$	$20,0000454 - 20 > 0$	La gráfica esta por encima de la asíntota en el $-\infty$



4º Corte con OX: (¿?, 0)

$$0 = e^x - 2x \Rightarrow e^x = 2x \text{ imposible no hay solución}$$

Corte con OY: (0, ¿?)

$$f(0) = e^0 - 0 = 1 \Rightarrow (0,1) \text{ punto de corte con OY}$$

5º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos $y' = 0$ para estudiar el cambio de monotonía

$$y' = e^x - 2$$

$$y' = 0 \Rightarrow 0 = e^x - 2 \Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow \ln e^x = \ln 2 \Rightarrow x = \ln 2 \approx 0,693$$

$$\forall x \in (-\infty, \ln 2) \Rightarrow y'(x) < 0 \text{ decreciente} \quad \nwarrow$$

$$\forall x \in (\ln 2, +\infty) \Rightarrow y'(x) > 0 \text{ creciente} \quad \nearrow$$

$$x = \ln 2 ; f(\ln 2) = e^{\ln 2} - 2 \ln 2 = 2 - 2 \ln 2 \approx 0,6138 \Rightarrow (\ln 2, 2 - 2 \ln 2)$$

$$\text{Nota : } \left\{ z = e^{\ln 2} \left\{ \ln z = \ln e^{\ln 2} \Rightarrow \ln z = \ln 2 \cdot \ln e \Rightarrow \ln z = \ln 2 \Rightarrow z = 2 \right\} \right\}$$

En $(\ln 2, 2 - 2 \ln 2)$ existe un mínimo relativo.

6º Curvatura, puntos de inflexión.

$$y'' = e^x$$

$$y'' \neq 0 \text{ porque } e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{luego nunca se anula la derivada } y''.$$

No hay puntos de inflexión.

$$\forall x \in (-\infty, +\infty) \Rightarrow y''(x) > 0 \quad \text{cónica}$$

7º Gráfica:

