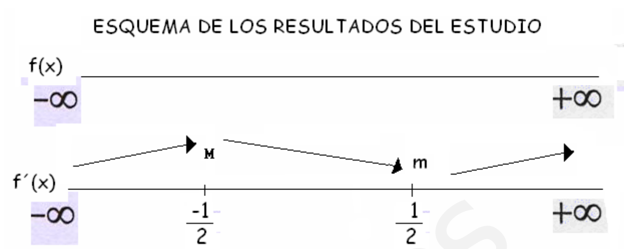
Dada la función $f(x)=\frac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$ .Calcular asíntotas y máximos y mínimos absolutos de la función f(x). gráfica se va a hacer aunque no nos la piden.

**1º Dominio de f(x):** $D[f(x)]=\Re$

**La función no existe si:**

$$4x^2+1=0 \Rightarrow x^2=-\frac{1}{4} \quad \textit{imposible}$$




**2º Asíntotas:**

***A.V.** : No tiene, la función existe $\forall x \in \Re$

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^2-2x+1}{4x^2+1}\underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L´Hopital}{=}}\lim_{x\to+\infty}\frac{8x-2}{8x}\underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L´Hopital}{=}}\lim_{x\to+\infty}\frac{8}{8}=1$$

Luego **"y=1" asíntota horizontal en el +∞.**

B) Se calcula el $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ : **por ser una función racional** $\frac{P(x)}{Q(x)}$ siendo P(x) y Q(x) polinomios tendrá este limite el mismo valor que cuando x→+∞

Luego **"y=1" asíntota horizontal en el -∞.**

- ***Para determinar la posición relativa de la curva y la asíntota "y=1" hacemos lo siguiente:***

| | $Y_1=\frac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$ | **Asuntota Y=1=K** | **Situación relativa de la gráfica y la asíntota** |
|---|---|---|---|
| x=100 | $y_1=f(100)=$ **0,99** | $Y_1 - K<0$ | La gráfica esta por debajo de la asíntota en el +∞ |
| x=-100 | $y_1=f(-100)=$ **1,00999..** | $Y_1 - K>0$ | La gráfica esta por encima de la asíntota en el -∞ |

***AO.** : no hay por tener asíntotas horizontales.

**3º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:**

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía

$$y´=\frac{(4x^2+1).(2)(2x+1).2-(2x-1)^2.8x}{(4x^2+1)^2}\underset{factorizamos}{=}\frac{4(2x-1)[4x^2+1-(2x-1)2x]}{(4x^2+1)^2}\underset{simplificamos}{=}$$

$$\frac{4(2x-1)(4x^2+1-4x^2+2x}{(4x^2+1)^2}=\frac{4(2x-1)(2x+1)}{(4x^2+1)^2}$$

$$y´=0 \quad 4(2x-1)(2x+1)=0\Rightarrow\begin{cases}2x-1=0 & x=\frac{1}{2}\\ 2x+1=0 & x=\frac{-1}{2}\end{cases}$$

$\forall x\in(-\infty,-1/2)$ $y´(-4)>0$ creciente

$\forall x\in(-1/2,1/2)$ $y´(0)<0$ decreciente

$\forall x\in(1/2+\infty)$ $y´(10)>0$ creciente

$x=-\frac{1}{2}$ ; $f(-\frac{1}{2})=2$.  **En** $\left(-\frac{1}{2},2\right)$ **existe un Máximo relativo relativo.**

$x=\frac{1}{2}$ ; $f(\frac{1}{2})=0$.  **En** $\left(\frac{1}{2},0\right)$ **existe un mínimo relativo relativo.**

**Para hallar los máximos y mínimos absolutos chequeamos:**
**1° Los valores de f(x) cuando** x→- ∞ **y** x→+∞ **los extremos del dominio de f(x):**

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$ **y** $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$ para ver si son mayores o menores que los que toma la función en sus extremos relativos, aunque estos nunca serían ni máximos ni mínimos absolutos , porque nunca f(x)alcanza este valor es un limite.

**2° Los valores de f(x) en sus extremos relativos:** $f(-\frac{1}{2})=2$ *y* $f(\frac{1}{2})=0$

Luego entre estos tres valores 0 y 2 observamos que **2** es el máximo absoluto del recorrido de la función y **0** es el mínimo absoluto ( ya sabemos que en los extremos del dominio toma el valor de 1 que es intermedio entre 0 y 2)

**4° Gráfica:**