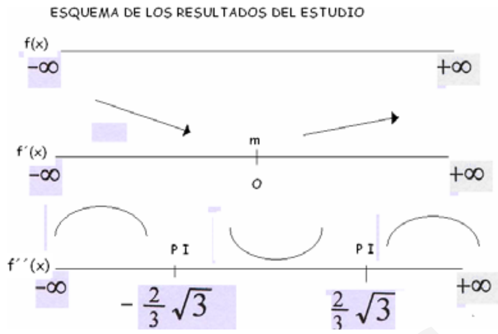
Estudio completo de $y=\dfrac{2x^2}{x^2+4}$



1° Dominio de f(x): $D[f(x)]=\Re$

La función no existe si

$x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4 \quad no \quad tiene \quad solucion$

2ª Cortes con los ejes:

Corte con OX: (¿,0)

0= $2x^2$, x=0; **(0,0)**

Corte con OY: (0,?)

$f(0)=o$; **(0,0)**

3° Simetrías:

$f(-x)=\dfrac{2(-x)^2}{(-x)^2+4}=\dfrac{2x^2}{x^2+4}=f(x)$ es una función par.

4° Asíntotas:

***A.V.** : No tiene la función siempre existe

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2}{x^2+4}\underset{\frac{\infty}{\infty}}{=}\quad\lim_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2}{x^2}=2$ Luego **"y=2"** será una asíntota horizontal.

B) Se determina la posición relativa de la gráfica y la asíntota:

	$y=\dfrac{2x^2}{x^2+4}$	**Y_1 - 2**	**Situación relativa de la gráfica y la asíntota**
x=100	$y=\dfrac{2(100)^2}{(100)^2+4}=$ 1,99920032	1,99992003-2<0	La gráfica esta por debajo de la asíntota en el $+\infty$
x=-100	$y=\dfrac{2(100)^2}{(100)^2+4}=$ 1,99920032	1,99992003-2<0	La gráfica esta por debajo de la asíntota en el $-\infty$

A.O. :No tiene porque tiene asíntota horizontal

5° Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía

$$y´=\frac{(x^2+4)(4x)-(2x).2x^2}{(x^2+4)^2}=\frac{4x^3+16x-4x^3}{(x^2+4)^2}=\frac{+16x}{(x^2+4)^2}$$

$y´=0 \quad\Rightarrow\quad -16x=0\Rightarrow x=0$

$\forall x\in(-\infty,0)\Rightarrow \quad y´(-4)<0$ decreciente

$\forall x\in(0,+\infty)\Rightarrow \quad y´(4)>0$ creciente

En (0,0) existe un mínimo relativo.

6º Curvatura, puntos de inflexión.

$$y'' = \frac{(x^2+4)^2.(16)-(16x).2.2x(x^2+4)}{(x^2+4)^4} \underset{factorizar}{=} \frac{(x^2+4)(16x^2+64-64x^2)}{(x^2+4)^4} = \frac{-48x^2+64}{(x^2+4)^3}$$

$$y''=0 \quad \Rightarrow \quad -48x^2+64=0 \Rightarrow x^2=\frac{4}{3} \quad \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{4}{3}}\begin{cases} x=\frac{-2}{3}\sqrt{3} \\ x=\frac{2}{3}\sqrt{3} \end{cases}$$

$\forall x \in \left(-\infty, \frac{-2}{3}\sqrt{3}\right) \Rightarrow \quad y''(-8)<0$ convexa

$\forall x \in \left(\frac{-2}{3}\sqrt{3}, \frac{2}{3}\sqrt{3}\right) \Rightarrow \quad y''(0)>0$ cóncava

$\forall x \in \left(\frac{2}{3}\sqrt{3}, +\infty\right) \Rightarrow \quad y''(8)<0$ convexa

Puntos de inflexión: $\left(\frac{-2}{3}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ **y** $\left(\frac{-2}{3}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$

7º Gráfica: