

Esboza la gráfica de $y = x + \frac{4}{(x-1)^2}$ calculando el dominio, asíntotas, monotonía,

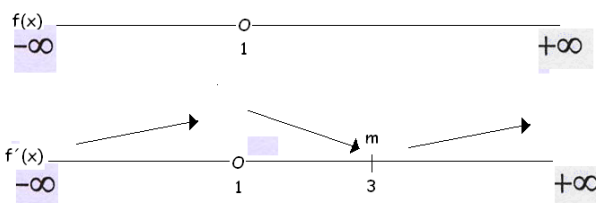
máximos y mínimos relativos.

1º Dominio de $f(x)$: $D[f(x)] = \mathbb{R} - \{1\}$

La función no existe si

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

ESQUEMA DE LOS RESULTADOS DEL ESTUDIO



2º Asíntotas:

*A.V. : $D[f(x)] = \mathbb{R} - \{1\}$

Luego tiene como posible asíntota vertical: $x=1$?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(x + \frac{4}{(x-1)^2} \right) = 1 + \frac{4}{+0} = 1 + \infty = +\infty \quad \text{Este } x=1 \text{ ASÍNTOTA VERTICAL}$$

*A.H. :

A) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{4}{(x-1)^2} \right) = +\infty + \frac{4}{+\infty} = +\infty + 0 = +\infty \quad \text{Luego no hay asíntota horizontal.}$$

*A.O. : $y = m x + n$

1º Se calcula "m":

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \frac{4}{(x-1)^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{4}{x(x-1)^2} \right) = 1 + \frac{4}{+\infty} = 1$$

Por lo tanto existe una asíntota oblicua $y = x + n \rightarrow n = y - x$

2º Se calcula el "n":

$$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{4}{(x-1)^2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{4}{+\infty} = 0$$

Luego " $y=x$ " será una asíntota oblicua.

Para determinar la posición relativa de la curva y la asíntota hacemos lo siguiente:

	$y = x + \frac{4}{(x-1)^2}$	$y=x$	$y_1 - y_2$	situación
$x=100$	$y_1 = 100 + \frac{4}{99^2}$	$y_2 = 100$	$100 + \frac{4}{99^2} - 100 > 0$	La gráfica esta por encima de la asíntota en el $+\infty$
$x=-100$	$y_1 = -100 + \frac{4}{(-101)^2}$	$y_2 = -100$	$-100 + \frac{4}{(-101)^2} - (-100) > 0$	La gráfica esta por encima de la asíntota en el $-\infty$

3º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos $y' = 0$ para estudiar el cambio de monotonía

$$y' = 1 + \frac{-4 \cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} \underset{\text{simplificamos}}{=} 1 + \frac{-8}{(x-1)^3} = \frac{(x-1)^3 - 8}{(x-1)^3}$$

$$y' = 0 \Rightarrow (x-1)^3 - 8 = 0 \Rightarrow (x-1)^3 = 8 \Rightarrow x-1 = \sqrt[3]{8} \Rightarrow x-1 = 2 \Rightarrow x = 3$$

$\forall x \in (-\infty, 1) \Rightarrow y'(-4) > 0$ creciente $\rightarrow$

$\forall x \in (1, 3) \Rightarrow y'(2) < 0$ decreciente $\rightarrow$

$\forall x \in (3, +\infty) \Rightarrow y'(4) > 0$ creciente $\rightarrow$

En (3,4) existe un mínimo relativo.

4º Gráfica:

