

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corruxirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álgebra. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule as matrices $A^2 - B$ e $A - I$, onde I representa a matriz identidade de orde 3.
- b) Calcule, se é posible, a inversa da matriz $A - I$.
- c) Despexa X na ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ e calcule o seu valor.

EXERCICIO 2. Álgebra. Unha empresa fabrica teléfonos móbiles coa mesma pantalla en dúas calidades distintas: calidade A, carcasa de plástico e calidade A⁺ carcasa de aluminio. O custo unitario de produción é de 70 € para os teléfonos de calidade A e de 90 € para os de calidade A⁺. Os prezos de venda son de 100 € para os de clase A e de 150 € para os de clase A⁺. Se para fabricar a próxima remesa de móbiles, a empresa dispón dun capital de 30.000 euros e o seu proveedor de compoñentes é capaz de fornecerlle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móbiles) e 310 carcasas de aluminio

- a) Formule o problema que determina o número de móbiles de cada calidade que se deben fabricar para maximizar o beneficio.
- b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
- c) Determine unha solución óptima e ache o valor óptimo da función obxectivo.

EXERCICIO 3. Análise. Nunha zona protexida dun parque natural o número de aves $N(t)$, en centos, en función do tempo t (anos transcorridos desde que se contabilizan as aves) vén dado

$$pola función \quad N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{se } t > 10 \end{cases}$$

- a) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento da función $N(t)$. Entre que anos crece a función? Entre que anos decrece?
- b) Cando se alcanza o número mínimo de aves no parque? Cantas aves hai nese momento?
- c) Calcule o intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves. A que valor tende a poboación de aves co paso do tempo?

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

- a) Calcule o valor do parámetro "a" tendo en conta que a función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.
- b) Para $a = 6$, calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe OX.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que 2 de cada 5 habitantes dunha determinada poboación son menores de 30 anos, o 70% dos habitantes realizan exercicio físico con regularidade e o 30% dos habitantes son menores de 30 anos e realizan exercicio físico con regularidade.

- a) Que porcentaxe da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade?
- b) Cal é a probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos?
- c) Son independentes os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade? Xustifique a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Tomamos unha mostra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) e o intervalo de confianza obtido ao 95% para o consumo mensual medio é [60.1, 69.9]. Segundo esta información:

- a) Cal foi o consumo medio mostral de luz? b) Cal é o erro máximo cometido?
- c) Determine un intervalo de confianza ao 90% para o consumo medio de luz.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- Calcule las matrices $A^2 - B$ y $A - I$, en donde I representa la matriz identidad de orden 3.
- Calcule, si es posible, la inversa de la matriz $A - I$.
- Despeje X en la ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ y calcule su valor.

EJERCICIO 2. Álgebra. Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla en dos calidades distintas: calidad A, carcasa de plástico y calidad A⁺ carcasa de aluminio. El coste unitario de producción es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad A⁺. Los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase A⁺. Si para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30.000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcasas de aluminio

- Plantee el problema que determina el número de teléfonos móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.
- Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
- Determine una solución óptima y halle el valor óptimo de la función objetivo.

EJERCICIO 3. Análisis. En una zona protegida de un parque natural el número de aves $N(t)$, en cientos, en función del tiempo t (años transcurridos desde que se contabilizan las aves) viene

$$\text{dado por la función } N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{si } t > 10 \end{cases}$$

- Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimientos de la función $N(t)$. ¿Entre que años crece la función? ¿Entre que años decrece?
- ¿Cuándo se alcanza el número mínimo de aves en el parque? ¿Cuántas aves hay en ese momento?
- Calcule el intervalo de tiempo en el que la población de aves se mantiene entre 5000 y 7500 aves. ¿A qué valor tiende la población de aves con el paso del tiempo?

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

- Calcule el valor del parámetro " a " teniendo en cuenta que la función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.
- Para $a = 6$, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. Un estudio revela que 2 de cada 5 habitantes de una determinada población son menores de 30 años, el 70% de los habitantes realizan ejercicio físico con regularidad y el 30% de los habitantes son menores de 30 años y realizan ejercicio físico con regularidad.

- ¿Qué porcentaje de la población ni es menor de 30 años ni realiza ejercicio físico con regularidad?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un habitante que no realiza ejercicio físico con regularidad sea menor de 30 años?
- ¿Son independientes los sucesos ser menor de 30 años y realizar ejercicio físico con regularidad? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Tomamos una muestra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) y el intervalo de confianza obtenido al 95% para el consumo mensual medio es $[60.1, 69.9]$. Según esta información:

- ¿Cuál fue el consumo medio muestral de luz? b) ¿Cuál es el error máximo cometido?
- Determine un intervalo de confianza al 90% para el consumo medio de luz

ABAU 2022
CONVOCATORIA ORDINARIA
CRITERIOS DE AVALIACIÓN
MATEMÁTICAS APLICADAS AS CC SOCIAIS II
(Cód. 40)

Só puntúan tres das seis preguntas.

1. Álgebra.

- a) 1 punto
- b) 1 punto
- c) 1,33 puntos

2. Álgebra.

- a) 1 punto
- b) 1,5 puntos
- c) 0,83 puntos

3. Análise.

- a) 1,75 puntos
- b) 0,5 puntos
- c) 1,08 puntos

4. Análise.

- a) 1,33 puntos
- b) 2 puntos

5. Estatística e Probabilidade.

- a) 1,33 puntos
- b) 1 punto
- c) 1 punto

6. Estatística e Probabilidade.

- a) 0,75 puntos
- b) 0,75 puntos
- c) 1,83 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corruxirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álgebra. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- Calcule as matrices $A^2 - B$ e $A - I$, onde I representa a matriz identidade de orde 3.
- Calcule, se é posible, a inversa da matriz $A - I$.
- Despexe X na ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ e calcule o seu valor.

EXERCICIO 2. Álgebra. Unha empresa fabrica teléfonos móbiles coa mesma pantalla en dúas calidades distintas: calidade A, carcasa de plástico e calidade A⁺ carcasa de aluminio. O custo unitario de produción é de 70 € para os teléfonos de calidade A e de 90 € para os de calidade A⁺. Os prezos de venda son de 100 € para os de clase A e de 150 € para os de clase A⁺. Se para fabricar a próxima remesa de móbiles, a empresa dispón dun capital de 30.000 euros e o seu proveedor de compoñentes é capaz de fornecerlle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móbiles) e 310 carcasas de aluminio

- Formule o problema que determina o número de móbiles de cada calidade que se deben fabricar para maximizar o beneficio.
- Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
- Determine unha solución óptima e ache o valor óptimo da función obxectivo.

EXERCICIO 3. Análise. Nunha zona protexida dun parque natural o número de aves $N(t)$, en centos, en función do tempo t (anos transcorridos desde que se contabilizan as aves) ven dado

$$pola función \quad N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{se } t > 10 \end{cases}$$

- Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento da función $N(t)$. Entre que anos crece a función? Entre que anos decrece?
- Cando se alcanza o número mínimo de aves no parque? Cantas aves hai nese momento?
- Calcule o intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves. A que valor tende a poboación de aves co paso do tempo?

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

- Calcule o valor do parámetro " a " tendo en conta que a función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.
- Para $a = 6$, calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe OX.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que 2 de cada 5 habitantes dunha determinada poboación son menores de 30 anos, o 70% dos habitantes realizan exercicio físico con regularidade e o 30% dos habitantes son menores de 30 anos e realizan exercicio físico con regularidade.

- ¿Que porcentaxe da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade?
- ¿Cal é a probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos?
- ¿Son independentes os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade? Xustifique a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Tomamos unha mostra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) e o intervalo de confianza obtido ao 95% para o consumo mensual medio é [60.1, 69.9]. Segundo esta información:

- Cal foi o consumo medio mostral de luz? **b)** Cal é o erro máximo cometido?
- Determine un intervalo de confianza ao 90% para o consumo medio de luz.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule las matrices $A^2 - B$ y $A - I$, en donde I representa la matriz identidad de orden 3.
- b) Calcule, si es posible, la inversa de la matriz $A - I$.
- c) Despeje X en la ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ y calcule su valor.

EJERCICIO 2. Álgebra. Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla en dos calidades distintas: calidad A, carcasa de plástico y calidad A⁺ carcasa de aluminio. El coste unitario de producción es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad A⁺. Los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase A⁺. Si para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30.000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcasas de aluminio

- a) Plantee el problema que determina el número de teléfonos móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.
- b) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
- c) Determine una solución óptima y halle el valor óptimo de la función objetivo.

EJERCICIO 3. Análisis. En una zona protegida de un parque natural el número de aves $N(t)$, en cientos, en función del tiempo t (años transcurridos desde que se contabilizan las aves) viene

$$\text{dado por la función } N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{si } t > 10 \end{cases}$$

- a) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimientos de la función $N(t)$. ¿Entre que años crece la función? ¿Entre que años decrece?
- b) ¿Cuándo se alcanza el número mínimo de aves en el parque? ¿Cuántas aves hay en ese momento?
- c) Calcule el intervalo de tiempo en el que la población de aves se mantiene entre 5000 y 7500 aves. ¿A qué valor tiende la población de aves con el paso del tiempo?

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

- a) Calcule el valor del parámetro " a " teniendo en cuenta que la función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.
- b) Para $a = 6$, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. Un estudio revela que 2 de cada 5 habitantes de una determinada población son menores de 30 años, el 70% de los habitantes realizan ejercicio físico con regularidad y el 30% de los habitantes son menores de 30 años y realizan ejercicio físico con regularidad.

- a) ¿Qué porcentaje de la población ni es menor de 30 años ni realiza ejercicio físico con regularidad?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un habitante que no realiza ejercicio físico con regularidad sea menor de 30 años?
- c) ¿Son independientes los sucesos ser menor de 30 años y realizar ejercicio físico con regularidad? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Tomamos una muestra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) y el intervalo de confianza obtenido al 95% para el consumo mensual medio es [60.1, 69.9]. Según esta información:

- a) ¿Cuál fue el consumo medio muestral de luz? b) ¿Cuál es el error máximo cometido?
- c) Determine un intervalo de confianza al 90% para el consumo medio de luz

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

Criterios de Evaluación

Só puntúan as tres primeiras preguntas respondidas

1. Álgebra.

- a) 1 punto
- b) 1 punto
- c) 1,33 puntos

2. Álgebra.

- a) 1 punto
- b) 1,5 puntos
- c) 0,83 puntos

3. Análise.

- a) 1,75 puntos
- b) 0,5 puntos
- c) 1,08 puntos

4. Análise.

- a) 1,33 puntos
- b) 2 puntos

5. Estatística e Probabilidade.

- a) 1,33 puntos
- b) 1 punto
- c) 1 punto

6. Estatística e Probabilidade.

- a) 0,75 puntos
- b) 0,75 puntos
- c) 1,83 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 1. Álgebra. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Calcule as matrices $A^2 - B$ e $A - I$, onde I representa a matriz identidade de orde 3.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad A^2 - B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A - I = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Calcule, se é posible, a inversa da matriz $A - I$.

$$\det(A - I) = 1 \Rightarrow \text{existe } (A - I)^{-1}$$

$$(A - I)^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow (A - I)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

c) Despexa X na ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ e calcule o seu valor.

$$X \cdot A - X = A^2 - B \Rightarrow X \cdot (A - I) = (A^2 - B)$$

$$X = (A^2 - B) \cdot (A - I)^{-1}$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 2. Álgebra.

a) Formule o problema que determina o número de móbiles de cada calidade que se deben fabricar para maximizar o beneficio.

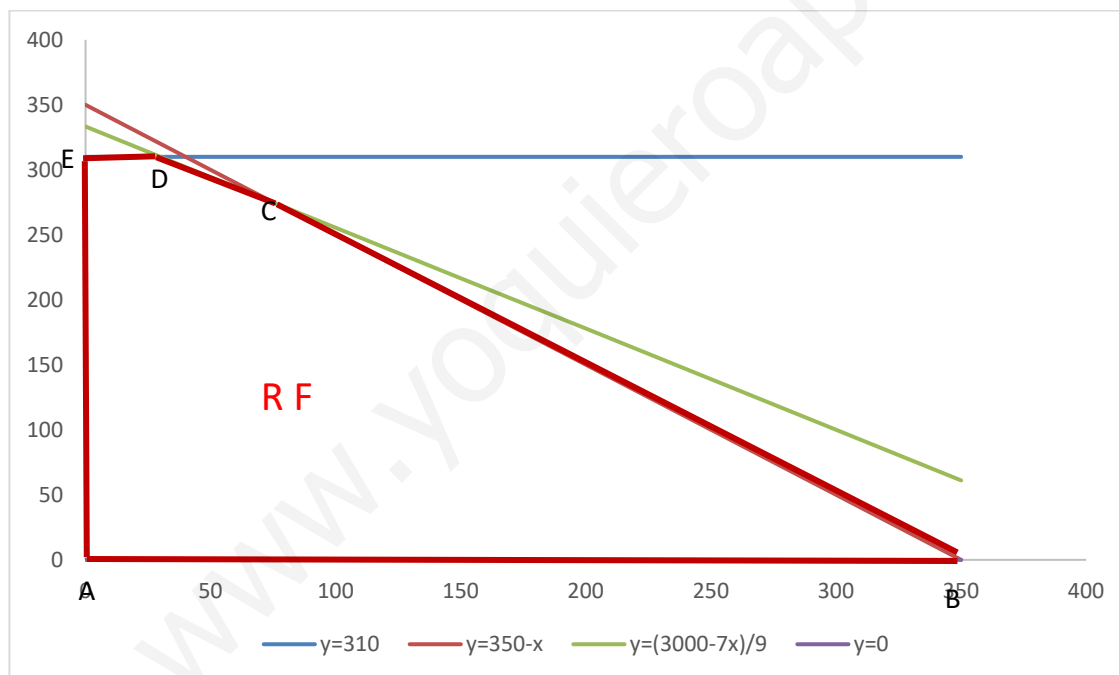
x : nº de teléfonos calidade A ; y : nº de teléfonos calidade A⁺

a) Función obxectivo $\text{Max } f(x, y) = (100-70)x + (150-90)y = 30x + 60y$

s.a restricións:

$$\left. \begin{array}{l} 70x + 90y \leq 30000 \\ x + y \leq 350 \\ y \leq 310 \\ x, y \geq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7x + 9y \leq 3000 \\ x + y \leq 350 \\ y \leq 310 \\ x, y \geq 0 \end{array}$$

b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.



Vértices: A(0,0) ; B(350,0); C(75, 275); D(30,310); E (0,310)

c) Determine unha solución óptima e ache o valor óptimo da función obxectivo.

$f(A)=f(0,0)=0$; $f(B)=f(350,0)=10.500$; $f(C)=f(75,275)=18.750$; $f(D)=f(30,310)=19.500$; $f(E)=f(0,310)=18.600$

Para maximizar o beneficio deben fabricarse 30 teléfonos A e 310 teléfonos A⁺, obtendo un total de 19500€ de beneficios.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 3. Análise.

$$N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{se } t > 10 \end{cases}$$

- a) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento da función $N(t)$. Entre que anos crece a función? Entre que anos decrece?

En (0,10):

$$N'(t) = 2t - 8 \rightarrow N'(t) = 0 \rightarrow t = 4, \text{ punto crítico}$$

En (0,4) $N'(t) < 0 \Rightarrow N$ decrecente

En (4,10) $N'(t) > 0 \Rightarrow N$ crecente

$$t_0 = 4 \text{ Mínimo relativo} \rightarrow N(4) = 34$$

En (10, +∞):

$$N'(t) = 250/t^2 \rightarrow N'(t) = 0 \text{ non ten solución}$$

En (10, +∞) $N'(t) > 0 \Rightarrow N$ crecente

$$N(10) = 70, N(10^+) = 70$$

O número de aves decrece desde o inicio ata transcorridos 4 anos e a partir de ese momento crece

- b) Cando se alcanza o número mínimo de aves no parque? Cantas aves hai nese momento?

$$N(0) = 50$$

O número mínimo de aves alcánzase transcorridos 4 anos, sendo 3.400 aves

- c) Calcule o intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves. A que valor tende a poboación de aves co paso do tempo?

$$\begin{cases} \text{En } (0,10) & t^2 - 8t + 50 \geq 50 \rightarrow t^2 - 8t \geq 0 \quad (t = 0, t \geq 8) \\ \text{En } (10, +\infty) & 95 - \frac{250}{t} \leq 75 \rightarrow (t \leq 12,5) \end{cases}$$

O intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves vai desde transcorridos 8 anos ata transcorridos 12 e medio

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(95 - \frac{250}{t} \right) = 95, \text{ co paso do tempo o número de aves tende a 9.500}$$

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

a) Calcule o valor do parámetro "a" tendo en conta que a función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.

$$f''(2)=0$$

$$f'(x)=3x^2 - 2ax + 8$$

$$f''(x)=6x-2a \rightarrow f''(2)=12-2a=0 \Rightarrow a=6$$

b) Para $a = 6$, calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe OX.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$$

$$f(x) = 0 \rightarrow x^3 - 6x^2 + 8x = 0$$

$$x=0$$

$$x=2$$

$$x=4$$

Puntos de corte co eixe OX: $x=0$, $x=2$, $x=4$

$$\text{Area} = \left| \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right| + \left| \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right|$$

$$\left| \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right| = \left| x^4/4 - 2x^3 + 4x^2 \right|_0^2 = |4-0|=4$$

$$\left| \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right| = \left| x^4/4 - 2x^3 + 4x^2 \right|_2^4 = |0-4|=4$$

$$\text{Area} = 4+4 = 8 \text{ u}^2$$

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que 2 de cada 5 habitantes dunha determinada poboación son menores de 30 anos, o 70% dos habitantes realizan exercicio físico con regularidade e o 30% dos habitantes son menores de 30 anos e realizan exercicio físico con regularidade.

- a)** ¿Que porcentaxe da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade?
b) ¿Cal é a probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos?
c) ¿Son independentes os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade? Xustifique a resposta.

Sexan os sucesos

M ="ser menor de 30 anos"; F ="realizar exercicio físico con regularidade"

Datos: $P(M)=0,4$; $P(F)=0,7$; $P(M \cap F)=0,3$

- a)** ¿Que porcentaxe da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade?

Calculamos $P(\bar{M} \cap \bar{F}) = 1 - P(M \cup F) = 1 - (P(M) + P(F) - P(M \cap F)) = 1 - (0,4 + 0,7 - 0,3) = 1 - 0,8 = 0,2$

O 20% da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade

- b)** ¿Cal é a probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos?

$$P(M|\bar{F}) = \frac{P(M \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{P(M) - P(M \cap F)}{1 - P(F)} = \frac{0,4 - 0,3}{1 - 0,7} = \frac{1}{3}$$

A probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos é 1/3

- c)** ¿Son independentes os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade? Xustifique a resposta.

Os sucesos M e F son independentes se se verifica que

$$P(M \cap F) = P(M) \cdot P(F) \text{ ou se } P(M|F) = P(M) \text{ ou se } P(M|\bar{F}) = P(M)$$

Como $P(M \cap F) = 0,3$ e $P(M) \cdot P(F) = 0,4 \cdot 0,7 = 0,28$

Os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade **non son independentes**

Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa:

	F	$\bar{F}$	
M	30	10	40
$\bar{M}$	40	20	60
	70	30	100

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Tomamos unha mostra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) e o intervalo de confianza obtido ao 95% para o consumo mensual medio é [60.1, 69.9]. Segundo esta información:

- a) Cal foi o consumo medio mostral de luz? b) Cal é o erro máximo cometido?
c) Determine un intervalo de confianza ao 90% para o consumo medio de luz.

X =consumo mensual de luz (€)

$n=36$

I.C para μ = consumo mensual medio: $(60,1 ; 69,9)_{95\%} = (\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})_{1-\alpha}$

a) $\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{60,1 + 69,9}{2} = 65 \text{ € consumo medio mostral de luz}$

b) $e = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = L_2 - \hat{\mu} = \frac{L_2 - L_1}{2}$

$e = L_2 - \hat{\mu} = 69,9 - 65 = 4,9 \text{ € erro máximo cometido}$

- Para determinar σ calculamos $z_{\alpha/2}$,

$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

Como $\hat{\mu} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 69,9 = 65 + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{36}} \Rightarrow \sigma = 15$

- c) Intervalo de confianza para μ ao 90%

Intervalo de confianza $(\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$1 - \alpha = 0,90 \Rightarrow \alpha = 0,10 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$

Intervalo de confianza $(65 \pm 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{36}}) = (60,8875; 69,1125)_{90\%}$

Ao 90% de confianza, o consumo medio de luz estará comprendido entre 60,8875 e 69,1125 euros

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MAXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corruxirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álgebra. Para dúas matrices A e B verifícase que:

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } 2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

- Calcule as matrices A e B.
- Despeixe a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcule o seu valor.

EXERCICIO 2. Álgebra. Nunha fábrica ensámblanse dous tipos de motores: para motos e para coches. Para ensamblar un motor de moto empréganse 60 minutos de traballo manual e 20 minutos de traballo de máquina. Para ensamblar un motor de coche empréganse 45 minutos de traballo manual e 40 minutos de traballo de máquina. Nun mes, a fábrica dispón de 120 horas de traballo manual e 90 horas de traballo de máquina. Sabendo que o beneficio obtido de cada motor de moto é de 1500 € e o de cada motor de coche de 2000 €

- Formule o problema que permite determinar cantos motores de cada tipo hai que ensamblar mensualmente para maximizar os beneficios globais.
- Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
- Calcule as cantidades que se deben ensamblar cada mes de motores de cada tipo para maximizar beneficios e determine cal é o beneficio máximo.

EXERCICIO 3. Análise. Os custos dunha empresa, en centos de miles de euros, veñen dados pola función:

$$C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12, \text{ } t \text{ é o tempo en anos e } 1 \leq t \leq 6$$

- Calcule os custos máximos alcanzados. En que momento se producen?
- Estude o crecemento e decrecemento dos custos. Determine o custo mínimo e en que momento se alcanza.
- Cales son os custos ao comezo e ao final do período en estudo? Razoe as respostas.

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x - a & \text{se } x > 1 \end{cases}$

- Calcule o valor do parámetro a para que a función $f(x)$ sexa continua en todo $\mathbb{R}$.
- Para $a=2$ calcule os extremos relativos da función $f(x)$ e represéntea.
- Calcule a área da rexión delimitada pola función $f(x)$, para $a=2$, e as rectas $Y=0$, $X=0$ e $X=2$.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que o 70% das persoas dunha poboación segue a serie de televisión A, o 60% segue a serie B e o 30% solo segue a serie A.

- Que porcentaxe da poboación segue as dúas series?
- Se eliximos unha persoa ao chou, cal é a probabilidade de que siga algunha das dúas series?
- Se eliximos ao chou unha persoa que segue a serie A, cal é a probabilidade de que siga tamén a serie B?

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Sábese que a idade dos traballadores nas fábricas dunha zona segue unha distribución normal de desviación típica 10 anos. Cunha mostra de traballadores da zona o intervalo de confianza ao 90% para a media de idade obtido é (39.25, 44.75)

- Cal foi o tamaño da mostra utilizada?
- Canto vale a media da mostra?
- Cal sería o erro cometido a un nivel de confianza do 95%?

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **solo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Para dos matrices A y B se verifica que:

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } 2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

- Calcule las matrices A y B
- Despeje la matriz X en la ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ y calcule su valor.

EJERCICIO 2. Álgebra. En una fábrica se ensamblan dos tipos de motores: para motos y para coches. Para ensamblar un motor de moto se emplean 60 minutos de trabajo manual y 20 minutos de trabajo de máquina. Para ensamblar un motor de coche se emplean 45 minutos de trabajo manual y 40 minutos de trabajo de máquina. En un mes, la fábrica dispone de 120 horas de trabajo manual y 90 horas de trabajo de máquina. Sabiendo que el beneficio obtenido de cada motor de moto es de 1500 € y el de cada motor de coche de 2000 €

- Plantee el problema que permite determinar cuántos motores de cada tipo hay que ensamblar mensualmente para maximizar los beneficios globales.
- Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
- Halle las cantidades mensuales que se deben ensamblar de motores de cada tipo para maximizar beneficios y determine cuál es el beneficio máximo.

EJERCICIO 3. Análisis. Los costes de una empresa, en cientos de miles de euros, vienen dados por la función:

$$C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12, \text{ } t \text{ es el tiempo en años y } 1 \leq t \leq 6$$

- Calcule los costes máximos alcanzados. ¿En qué momento se producen?
- Estudie el crecimiento y decrecimiento de los costes. Determine el coste mínimo y en qué momento se alcanza.
- ¿Cuáles son los costes al inicio y al final del periodo en estudio?

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - a & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- Calcule el valor de parámetro a para que la función $f(x)$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.
- Para $a=2$ calcule los extremos relativos de la función $f(x)$ y represéntela.
- Calcule el área de la región delimitada por la función $f(x)$, para $a=2$, y las rectas $Y=0$, $X=0$ y $X=2$.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. Un estudio revela que el 70% de las personas de una población sigue la serie de televisión A, el 60% sigue la serie B y el 30% sólo sigue la serie A.

- ¿Qué porcentaje de la población sigue las dos series?
- Si elegimos una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que siga alguna de las dos series?
- Si elegimos al azar una persona que sigue la serie A, ¿cuál es la probabilidad de que siga también la serie B?

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Se sabe que la edad de los trabajadores en las fábricas de una zona sigue una distribución normal de desviación típica 10 años. Con una muestra de trabajadores de la zona el intervalo de confianza al 90% para la media de edad obtenido es (39.25, 44.75),

- ¿Cuál ha sido el tamaño de la muestra utilizada?
- ¿Cuánto vale la media muestral?
- ¿Cuál sería el error cometido a un nivel de confianza del 95%?

ABAU 2022
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA
CRITERIOS DE AVALIACIÓN
MATEMÁTICAS APLICADAS AS CC SOCIAIS II
(Cód. 40)

Só puntúan tres das seis preguntas.

1. **Álgebra.**

- a) 1,5 puntos
- b) 1,83 puntos

2. **Álgebra.**

- a) 1 punto
- b) 1,5 puntos
- c) 0,83 puntos

3. **Análise.**

- a) 1 punto
- b) 1,75 puntos
- c) 0,58 puntos

4. **Análise.**

- d) 0,58 puntos
- e) 1,75 puntos
- f) 1 punto

5. **Estatística e Probabilidade.**

- a) 1,33 puntos
- b) 1 punto
- c) 1 punto

6. **Estatística e Probabilidade.**

- a) 2 puntos
- b) 0,75 puntos
- c) 0,58 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MAXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corruxirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álgebra. Para dúas matrices A e B verifícase que:

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } 2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

- Calcule as matrices A e B.
- Despeixe a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcule o seu valor.

EXERCICIO 2. Álgebra. Nunha fábrica ensámblanse dous tipos de motores: para motos e para coches. Para ensamblar un motor de moto empréganse 60 minutos de traballo manual e 20 minutos de traballo de máquina. Para ensamblar un motor de coche empréganse 45 minutos de traballo manual e 40 minutos de traballo de máquina. Nun mes, a fábrica dispón de 120 horas de traballo manual e 90 horas de traballo de máquina. Sabendo que o beneficio obtido de cada motor de moto é de 1500 € e o de cada motor de coche de 2000 €

- Formule o problema que permite determinar cantos motores de cada tipo hai que ensamblar mensualmente para maximizar os beneficios globais.
- Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
- Calcule as cantidades que se deben ensamblar cada mes de motores de cada tipo para maximizar beneficios e determine cal é o beneficio máximo.

EXERCICIO 3. Análise. Os custos dunha empresa, en centos de miles de euros, veñen dados pola función:

$$C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12, t \text{ é o tempo en anos e } 1 \leq t \leq 6$$

- Calcule os custos máximos alcanzados. En que momento se producen?
- Estude o crecemento e decrecemento dos custos. Determine o custo mínimo e en que momento se alcanza.
- Cales son os custos ao comezo e ao final do período en estudo? Razoe as respostas.

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x - a & \text{se } x > 1 \end{cases}$

- Calcule o valor do parámetro a para que a función $f(x)$ sexa continua en todo $\mathbb{R}$.
- Para $a=2$ calcule os extremos relativos da función $f(x)$ e represéntea.
- Calcule a área da rexión delimitada pola función $f(x)$, para $a=2$, e as rectas $Y=0$, $X=0$ e $X=2$.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que o 70% das persoas dunha poboación segue a serie de televisión A, o 60% segue a serie B e o 30% solo segue a serie A.

- Que porcentaxe da poboación segue as dúas series?
- Se eliximos unha persoa ó chou, cal é a probabilidade de que siga algunha das dúas series?
- Se eliximos ó chou unha persoa que segue a serie A, cal é a probabilidade de que siga tamén a serie B?

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Sábese que a idade dos traballadores nas fábricas de unha zona segue unha distribución normal de desviación típica 10 anos. Cunha mostra de traballadores da zona o intervalo de confianza ao 90% para a media de idade obtido é (39.25, 44.75)

- Cal foi o tamaño da mostra utilizada?
- Canto vale a media da mostra?
- Cal sería o erro cometido a un nivel de confianza do 95%?

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Para dos matrices A y B se verifica que:

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } 2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

- Calcule las matrices A y B
- Despeje la matriz X en la ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ y calcule su valor.

EJERCICIO 2. Álgebra. En una fábrica se ensamblan dos tipos de motores: para motos y para coches. Para ensamblar un motor de moto se emplean 60 minutos de trabajo manual y 20 minutos de trabajo de máquina. Para ensamblar un motor de coche se emplean 45 minutos de trabajo manual y 40 minutos de trabajo de máquina. En un mes, la fábrica dispone de 120 horas de trabajo manual y 90 horas de trabajo de máquina. Sabiendo que el beneficio obtenido de cada motor de moto es de 1500 € y el de cada motor de coche de 2000 €

- Plantee el problema que permite determinar cuántos motores de cada tipo hay que ensamblar mensualmente para maximizar los beneficios globales.
- Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
- Halle las cantidades mensuales que se deben ensamblar de motores de cada tipo para maximizar beneficios y determine cuál es el beneficio máximo.

EJERCICIO 3. Análisis. Los costes de una empresa, en cientos de miles de euros, vienen dados por la función:

$$C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12, t \text{ es el tiempo en años y } 1 \leq t \leq 6$$

- Calcule los costes máximos alcanzados. ¿En qué momento se producen?
- Estudie el crecimiento y decrecimiento de los costes. Determine el coste mínimo y en qué momento se alcanza.
- ¿Cuáles son los costes al inicio y al final del periodo en estudio?

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - a & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- Calcule el valor de parámetro a para que la función $f(x)$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.
- Para $a=2$ calcule los extremos relativos de la función $f(x)$ y represéntela.
- Calcule el área de la región delimitada por la función $f(x)$, para $a=2$, y las rectas $Y=0$, $X=0$ y $X=2$.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. Un estudio revela que el 70% de las personas de una población sigue la serie de televisión A, el 60% sigue la serie B y el 30% sólo sigue la serie A.

- ¿Qué porcentaje de la población sigue las dos series?
- Si elegimos una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que siga alguna de las dos series?
- Si elegimos al azar una persona que sigue la serie de televisión A, ¿cuál es la probabilidad de que siga también la serie de televisión B?

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Se sabe que la edad de los trabajadores en las fábricas de una zona sigue una distribución normal de desviación típica 10 años. Con una muestra de trabajadores de la zona el intervalo de confianza al 90% para la media de edad obtenido es (39.25, 44.75),

- ¿Cuál ha sido el tamaño de la muestra utilizada?
- ¿Cuánto vale la media muestral?
- ¿Cuál sería el error cometido a un nivel de confianza del 95%?

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

Solo puntuán as tres primeiras preguntas respondidas

1. Álgebra.

- a) 1,5 puntos
- b) 1,83 puntos

2. Álgebra.

- a) 1 punto
- b) 1,5 puntos
- c) 0,83 puntos

3. Análise.

- a) 1 punto
- b) 1,75 puntos
- c) 0,58 puntos

4. Análise.

- d) 0,58 puntos
- e) 1,75 puntos
- f) 1 punto

5. Estatística e Probabilidade.

- a) 1,33 puntos
- b) 1 punto
- c) 1 punto

6. Estatística e Probabilidade.

- a) 2 puntos
- b) 0,75 puntos
- c) 0,58 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EXERCICIO 1. Álgebra. Para dúas matrices A e B verifícase que:

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } 2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

a) Calcule as matrices A e B.

$$2A + B + A - B = 3A$$

$$3A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = A - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Despeixe a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcule o seu valor.

$$A \cdot X - B = X \Rightarrow A \cdot X - X = B \Rightarrow (A - I) \cdot X = B \Rightarrow$$

$$X = (A - I)^{-1} \cdot B \text{ (sendo } I \text{ a matriz identidade de orde dous)}$$

$$A - I = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \det(A - I) = 2 + 1 = 3$$

$$(A - I)^* = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (A - I)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/3 & -1/3 \\ 5/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EXERCICIO 2. Álgebra. Nunha fábrica ensámblanse dous tipos de motores: para motos e para coches. Para ensamblar un motor de moto empréganse 60 minutos de traballo manual e 20 minutos de traballo de máquina. Para ensamblar un motor de coche empréganse 45 minutos de traballo manual e 40 minutos de traballo de máquina. Nun mes, a fábrica dispón de 120 horas de traballo manual e 90 horas de traballo de máquina. Sabendo que o beneficio obtido de cada motor de moto é de 1500 € e o de cada motor de coche de 2000 €

- a) Formule o problema que permite determinar cantos motores de cada tipo hai que ensamblar mensualmente para maximizar os beneficios globais.

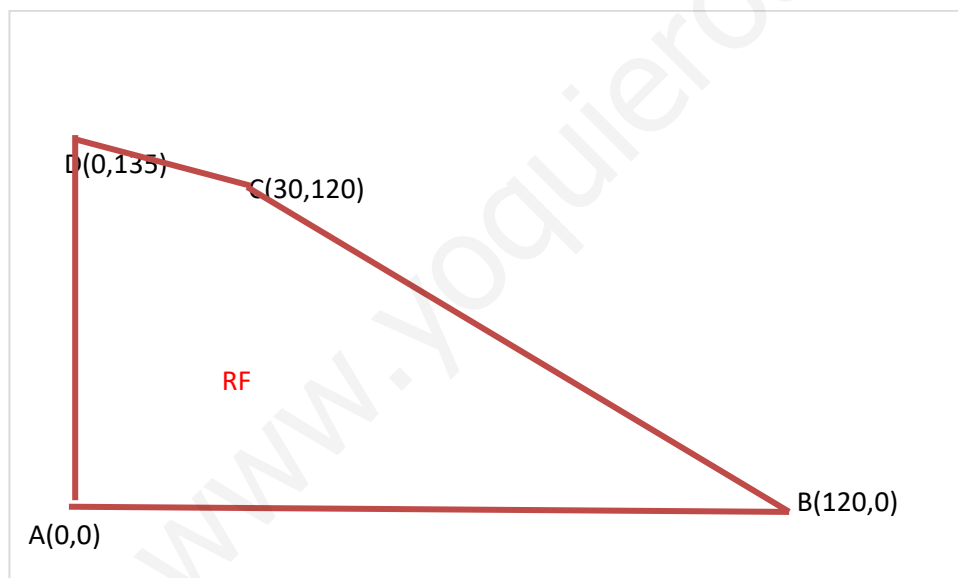
x : nº de motores de moto ; y : nº de motores de coche; $B(x, y) = 1500x + 2000y$

Formulamos o problema **Max $B(x, y) = 1500x + 2000y$ s.a restricións:**

$$\left. \begin{array}{l} 60x + 45y \leq 120 \times 60 \\ 20x + 40y \leq 90 \times 60 \\ x, y \geq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4x + 3y \leq 480 \\ x + 2y \leq 270 \\ x, y \geq 0 \end{array}$$

- b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.

Vértices: A(0,0) ; B(120,0); C(30,120); D(0,135)



- c) Calcule as cantidades que se deben ensamblar cada mes de motores de cada tipo para maximizar beneficios e determine cal é o beneficio máximo.

Solución óptima:

$$B(0,0)=0\text{€}; B(120,0)=180.000\text{€}; B(0,135)=270.000\text{€}; B(30,120)=285.000\text{€}$$

Máx $B(x,y)=285.000\text{€}$, beneficio máximo que se alcanza con 30 motores de moto e 120 motores de coche

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EXERCICIO 3. Análise. Os custos dunha empresa, en centos de miles de euros, veñen dados pola función:

$$C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12, t \text{ é o tempo en anos e } 1 \leq t \leq 6$$

a) Calcule os custos máximos alcanzados. En que momento se producen?

$$C'(t) = 3t^2 - 21t + 30 \rightarrow C'(t) = 0 \rightarrow t = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 360}}{6} \begin{matrix} \swarrow 2 \\ \searrow 5 \end{matrix}$$

$t=2$ y $t=5$ puntos críticos

$$C''(t) = 6t - 21 \rightarrow C''(2) = -9 < 0 \Rightarrow t = 2 \text{ punto máximo } (C(2)=14)$$

$$C''(5) = 9 > 0 \Rightarrow t = 5 \text{ punto mínimo } (C(5)=1/2=0,5)$$

$$C(1)=17/2=8,5 ; C(6)=6$$

O custo máximo alcanzado foi de 1.400.000 € e alcanzouse no segundo ano.

b) Estude o crecemento e decrecemento dos custos. Determine o custo mínimo e en que momento se alcanza.



$$(1,2) C'(t) > 0 \Rightarrow C \text{ crecente}$$

$$(2,5) C'(t) < 0 \Rightarrow C \text{ decrecente}$$

$$(5,6) C'(t) > 0 \Rightarrow C \text{ crecente}$$

Os custos aumentan desde o primeiro o segundo ano e desde o quinto o sexto. Decrecen desde o segundo o quinto ano.

O custo mínimo foi de 50.000 euros no quinto ano

c) Cales son os custos ao comezo e ao final do período en estudo? Razoe as respostas.

O custo ao principio do período foi de 85.000 euros ($C(1)=8,5$) e o custo ao final do período foi de 600.000 euros ($C(6)=6$)

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x - a & \text{se } x > 1 \end{cases}$

a) Calcule o valor do parámetro a para que a función $f(x)$ sexa continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = -x^2 + 1 \text{ e continua en } (-\infty, 1)$$

$$f(x) = 2x - a \text{ e continua en } (1, \infty)$$

$$f(x) \text{ e continua en } x=1 \text{ se } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

$$f(1) = -1 + 1 = 0; \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 + 1 = 0; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 - a$$

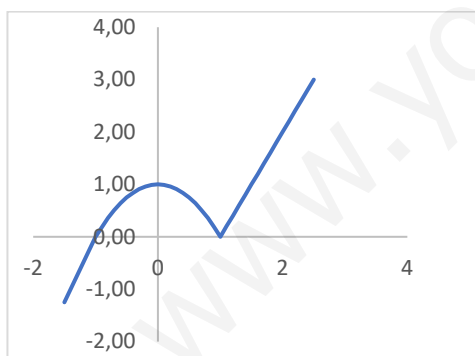
$$2 - a = 0 \rightarrow a=2, f \text{ e continua en todo } \mathbb{R} \text{ se } a=2$$

b) Para $a=2$ calcule os extremos relativos da función $f(x)$ e represéntea.

$$\text{En } (-\infty, 1) \quad f'(x) = -2x; \quad f'(x) = -2x = 0 \rightarrow x = 0 \text{ punto crítico}$$

En $(-\infty, 0)$ $f'(x) > 0 \rightarrow f$ crecente; En $(0, 1)$ $f'(x) < 0 \rightarrow f$ decrecente
 $x=0$ máximo relativo, $f(0)=1$

En $(1, \infty)$ $f'(x) = 2 > 0 \rightarrow f$ crecente
 $x=1$ mínimo relativo $f(1)=0$



c) Calcule a área da rexión delimitada pola función $f(x)$, para $a=2$, e as rectas $Y=0$, $X=0$ e $X=2$.

$$\text{Área} = \int_0^1 (-x^2 + 1) dx + \int_1^2 (2x - 2) dx = -x^3/3 + x \Big|_0^1 + x^2 - 2x \Big|_1^2 = (2/3 - 0) + (0 + 1) = 5/3 \text{ u}^2$$

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que o 70% das persoas dunha poboación segue a serie de televisión A, o 60% segue a serie B e o 30% solo segue a serie A.

a) Que porcentaxe da poboación segue as dúas series?

Sexan os sucesos

A="segue a serie A"; B="segue a serie B"

Datos: $P(A)=0,7$; $P(B)=0,6$; $P(A \cap \bar{B})=0,3$

a) Calculamos $P(A \cap B)$

$$\text{Como } P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) \rightarrow 0,3 = 0,7 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0,4$$

O 40% da poboación segue as dúas series

b) Se eliximos unha persoa ó chou, cal é a probabilidade de que siga algunha das dúas series?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,6 - 0,4 = 0,9$$

A probabilidade de que unha persoa siga algunha das dúas series é 0,9=9/10

c) Se eliximos ó chou unha persoa que segue a serie A, cal é a probabilidade de que siga tamén a serie B?

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,7} = \frac{4}{7}$$

A probabilidade de que siga tamén a serie B se segue a serie A é 4/7

Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa:

	B	$\bar{B}$	
A	40	30	70
$\bar{B}$	20	10	30
	60	40	100

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Sábese que a idade dos traballadores nas fábricas de unha zona segue unha distribución normal de desviación típica 10 anos. Cunha mostra de traballadores da zona o intervalo de confianza ao 90% para a media de idade obtido é (39.25, 44.75)

a) Cal foi o tamaño da mostra utilizada?

X=Idade dos traballadores

$\sigma=10$

I.C para μ = idade media : $(\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})_{1-\alpha}$

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 39,25 \text{ e } \left(\bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 44,75 \Rightarrow \bar{x} = \frac{39,25+44,75}{2} = 42 \text{ anos}$$

$$1 - \alpha = 0,90 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,576$$

$$e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 44,75 - \bar{x} = 44,75 - 42 = 2,75$$

$$\text{Calculamos } n = (2,576 \cdot 10 / 2,75)^2 = 35,78 \Rightarrow n=36$$

O tamaño de mostra utilizada foi de 36 traballadores

b) Canto vale a media da mostra?

$$\bar{x} = \frac{39,25+44,75}{2} = 42 \text{ anos}$$

A idade media da mostra e de 42 anos

c) Cal sería o erro cometido a un nivel de confianza do 95%?

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

$$e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times 10 / \sqrt{36} = 3,26 \text{ anos}$$

O erro cometido sería de 3,26 anos