

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción
exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Nunha caixa hai billetes de 5, 10 e 20 por un valor de 400 €. Sábese que o número de billetes de 20 € é a terceira parte do total e que o número de billetes de 5 € é inferior en 4 unidades ao do resto.

- a) Escribe un sistema de ecuacións que represente o problema. b) Escríbeo en forma matricial.
c) Calcula a matriz inversa da matriz de coeficientes e resolve o sistema.

2. O prezo de venda dun electrodoméstico nun centro comercial (en centos de euros), vén dado pola función:

$$P(t) = \frac{24}{t^2 - 4t + 16} + 2 \text{ sendo } t \geq 0 \text{ o tempo transcorrido, en anos, desde o momento en que se puxo a venda}$$

- a) Calcula o prezo de lanzamento do produto. En que momento o prezo do electrodoméstico volve ser o mesmo que o prezo de lanzamento?
b) Determina os períodos nos que o prezo do electrodoméstico aumentou e diminuíu. Cal foi o prezo de venda máximo? En que momento produciuse?
c) Estuda a tendencia do prezo de venda do electrodoméstico co paso do tempo.

3. Nunha cidade, o 20% das persoas que acceden a un centro comercial proceden do centro da cidade, o 45% de barrios periféricos e o resto de pobos próximos. Efectúan algunha compra o 60%, o 75% e o 50% de cada procedencia respectivamente. a) Se un determinado día visitan o centro comercial 2000 persoas, cal é o número esperado de persoas que non realiza compras? b) Se eliximos unha persoa ao azar que realizou algunha compra nese centro comercial cal é a probabilidade de que proceda dun pobo próximo?

4. Tomouse unha mostra aleatoria de 100 mozos e medíuselles o nivel de glicosa en sangue obténdose unha media mostral de 105 mg/cm³. Sábese que a desviación típica na poboación é de 15mg/cm³. a) Obtén un intervalo de confianza, ao 95%, para o nivel medio da glicosa en sangue na poboación. b) Canto vale o erro máximo no intervalo anterior? c) Que ocorre co a amplitude do intervalo se o nivel de confianza é do 99%?

OPCIÓN B

1. Unha adega produce viños brancos e tintos. A produción de ambos tipos de viño non debe superar os 90 millóns de litros e a produción de viño branco non debe superar o dobre da de viño tinto nin ser inferior a súa metade. Tamén se sabe que para atender a demanda debe producir ao menos 45 millóns de litros. A adega comercializa o viño branco a 8€ o litro e o tinto a 6€ o litro. a) Formula e representa graficamente o problema. b) A canto ascenden os ingresos máximos e como se conseguen?

2. Considera a función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{se } 0 \leq x \leq 4 \\ 7 - x & \text{se } 4 < x \leq 7 \end{cases}$

- a) Representa a función estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremos relativos. Para que valores de x é $f(x) \geq 0$? b) Calcula a área do recinto limitado polos eixes e a parte da función tal que $f(x) \geq 0$.

3. Para a construción dun panel luminoso dispónse dun contedor con 200 lámpadas brancas, 150 lámpadas azuis e 250 lámpadas vermellas. A probabilidade de que unha lámpada do contedor non funcione é 0,01 se é branca, 0,02 se é azul e 0,03 se é vermella. Elíxese ao azar unha lámpada do contedor a) Calcula a probabilidade de que a lámpada non funcione. b) Sabendo que a lámpada elixida funciona, calcula a probabilidade de que dita lámpada non sexa vermella.

4.a) Nunha mostra aleatoria de estudantes $n=25$ de bacharelato, o 75% afirman querer realizar estudos universitarios. Calcula un intervalo de confianza para a proporción de estudantes de bacharelato que queren realizar estudos universitarios cun nivel de confianza do 90%.

b) Se se sabe que 8 de cada 10 estudantes de bacharelato afirman querer realizar estudos universitarios e tomamos unha mostra aleatoria de $n=100$ estudantes, cal é a probabilidade de que a proporción de estudantes da mostra que queren realizar estudos universitarios sexa superior ao 65%?

ABAU

CONVOCATORIA DE XULLO Ano 2019 CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

OPCIÓN A

1) a) 0,75 puntos

b) 0,75 puntos

c) 0,75 puntos

2) a) 1 punto

b) 1,5 puntos

- 1 punto estudo aumento e diminución do prezo
- 0,5 puntos prezo máximo e momento

c) 0, 5 puntos

3) a) 1,25 puntos

b) 0,75 puntos

4) a) 1 punto

b) 0,5 puntos

c) 0,5 puntos

ABAU

CONVOCATORIA DE XULLO Ano 2019

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

1) a) 2,25 puntos

- 1 punto formular problema
- 0,75 cálculo vértices
- 0,5 representar

b) 0,75 puntos

2) a) 2 punto

- 0,5 puntos de corte
- 0,75 puntos monotonía e extremos
- 0,5 puntos pola representación gráfica
- 0,25 $x / f(x) \geq 0$

b) 1 punto

- 0,5 puntos por formular a integral
- 0,25 puntos por resolver a integral
- 0,25 puntos substituír

3) a) 1 punto

b) 1 punto

4) a) 1 punto

b) 1 punto

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 1:

x = nº billetes de 5 €

y = nº billetes de 10 €

z = nº billetes de 20€

a) Formulación problema

$$5x + 10y + 20z = 400$$

$$z = \frac{x+y+z}{3} \quad \text{De forma equivalente}$$

$$x = y + z - 4$$

$$5x + 10y + 20z = 400$$

$$x + y - 2z = 0$$

$$x - y - z = -4$$

b) En forma matricial

$$\begin{pmatrix} 5 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$A \qquad X \qquad B$

c) Inversa matriz coeficientes

Matriz de coeficientes: A

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} (A^t)^* ; \det(A) = (-5-20-20-20-10+10) = -65$$

$$A^t = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 10 & 1 & -1 \\ 20 & -2 & -1 \end{pmatrix} ; (A^t)^* = \begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix} ; A^{-1} = -\frac{1}{65} \begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix}$$

Para resolver o sistema

$$A \cdot X = B \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -\frac{1}{65} \begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x = 16 \\ y = 8 \\ z = 12 \end{matrix}$$

18= nº billetes de 5 €; 8= nº billetes de 10 €; 12= nº billetes de 20 €

Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA DE XULLO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 2:

$$P(t) = \frac{24}{t^2 - 4t + 16} + 2 \text{ si } t \geq 0$$

a) Para calcular o prezo de lanzamento $P(0) = \frac{24}{16} + 2 = 3,5$ centos de € $\Leftrightarrow$ **350€**

Calculamos o momento en que o prezo volve a ser 350€ ?

$$P(t) = \frac{24}{t^2 - 4t + 16} + 2 = 3,5 \Rightarrow t^2 - 4t + 16 = 16 \Rightarrow t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = \begin{cases} 4 \\ 0 \end{cases}$$

O prezo coincide co de lanzamento no 4º ano

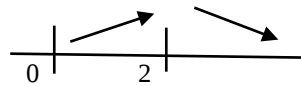
b) $P'(t) = \frac{-24(2t-4)}{(t^2-4t+16)^2}$; $P'(t) = 0 \Leftrightarrow 24(2t-4)=0 \Leftrightarrow t=2$ (punto crítico?)

$t = 2$ punto crítico

$(0, 2)$ $P'(t) > 0 \Rightarrow P$ crecente

$(2, \infty)$ $P'(t) < 0 \Rightarrow P$ decrecente

	$(0, 2)$	$(2, \infty)$
t	$t = 1$	$t = 3$
Signo $P'(t)$	$P'(t) > 0$	$P'(t) < 0$



En $t = 2$ hai un máximo de $P(t)$

O prezo crece desde o momento que se puxo a venta ata o 2º ano en despois decrece, habendo un máximo en $t=2$

Máx $P(t) = \frac{24}{4 - 8 + 16} + 2 = 4$; “o prezo máximo foi de 400€ no 2º ano”

c) Estudamos a tendencia : $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{24}{t^2 - 4t + 16} + 2 = 2$

Co paso do tempo o prezo tende a 200€

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 3:

Sexan os sucesos

A_1 ="proceder do centro da cidade"

A_2 ="proceder de barrios periféricos"

A_3 ="proceder de vilas próximas"

C ="realizar compra"

Sabemos que $P(A_1)=0,2$; $P(A_2)=0,45$; $P(A_3)=0,35$

$P(C | A_1)=0,6$; $P(C | A_2)=0,75$; $P(C | A_3)=0,5$

a) $P(\bar{C}) = 1 - P(C)$

$$P(C) = P(C | A_1) \times P(A_1) + P(C | A_2) \times P(A_2) + P(C | A_3) \times P(A_3) = 0,6 \times 0,2 + 0,75 \times 0,45 + 0,5 \times 0,35 =$$

↓

Probabilidades Totais $= 0,6325 \Rightarrow P(\bar{C}) = 1 - 0,6325 = 0,3675$

Se visitan o centro 2000 persoas, espérase que **NON compren** $0,3675 \times 2000 = 735$ persoas

(Tamén se podería resolver con un diagrama de árbore)

b) $P(A_3 | C) = \frac{P(A_3 \cap C)}{P(C)} = \frac{P(C | A_3) \times P(A_3)}{P(C)} = \frac{0,5 \times 0,35}{0,6325} = 0,2767$

Se realizou algunha compra a probabilidade de que proceda dunha vila próxima é 0,2767

Exercicio 4:

X = nivel de glicosa en sangue $N(\mu, \sigma=15)$

$n = 100$; media mostral $\hat{\mu} = 105$

a) Intervalo de Confianza para μ = nivel medio glicosa: $\mu \in (\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ $(1-\alpha)$

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \alpha/2 = 0,025 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96 \text{ (táboas)}$$

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Intervalo:

$$L_1 = 105 - 1,96 \frac{15}{\sqrt{100}} = 105 - 2,94 = 102,06$$

$$L_2 = 105 + 1,96 \frac{15}{\sqrt{100}} = 105 + 2,94 = 107,94$$

Intervalo de confianza para o nivel medio de glicosa (102,06 , 107,94) a un n.c do 95%

b) Erro máximo?

$$e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{15}{\sqrt{100}} = 2,94 \text{ mg/cm}^3$$

$$\text{Ou tamén, } e = L_2 - \hat{\mu} = 107,94 - 105 = 2,94 \text{ mg/cm}^3$$

c) N.c 99%

$$1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \alpha/2 = 0,005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995$$

$z_{\alpha/2} = 2,575$ A maior n.c maior amplitude de intervalo

$$e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,575 \frac{15}{\sqrt{100}} = 3,86 \text{ mg/cm}^3 \rightarrow \text{maior amplitude}$$

Intervalo (105- 3,86 , 105+3,86)= (101,14 , 108,86) a un n.c do 99% mais amplo que o n.c do 95%

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 1:

x = Cantidad viño branco (en millóns de litros)

y = Cantidad viño tinto (en millóns de litros)

a) Formulación problema

Función obxectivo **Máx $f(x, y) = 8x + 6y$** s.a restricións

$$x + y \leq 90$$

$$x \leq 2y$$

$$x \geq \frac{y}{2} \Leftrightarrow 2x \geq y$$

$$x + y \geq 45$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

b) Avaliamos a función obxectivo nos vértices

$$f(A) = f(60, 30) = 8 \times 60 + 6 \times 30 = 660 \rightarrow \text{Máximo,}$$

solución óptima

$$f(B) = 600$$

$$f(C) = 300$$

$$f(D) = 330$$

Para maximizar os ingresos deben producirse 60 millóns de litros de viño branco e 30 millóns de tinto

Vértices

$$\text{A: } \begin{cases} x + y = 90 \\ x = 2y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} A(60, 30) \end{array} \right.$$

$$\text{B: } \begin{cases} x + y = 90 \\ 2x = y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} B(30, 60) \end{array} \right.$$

$$\text{C: } \begin{cases} x + y = 45 \\ 2x = y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} C(15, 30) \end{array} \right.$$

$$\text{D: } \begin{cases} x + y = 45 \\ x = 2y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} D(30, 15) \end{array} \right.$$



Os ingresos máximos ascenden a 660 millóns de €

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 2:

Representaremos a función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{se } 0 \leq x \leq 4 \\ 7 - x & \text{se } 4 < x \leq 7 \end{cases}$

Dominio de f: $(0,4] \cup (4,7]$

Puntos corte eixes: Se $0 \leq x \leq 4$ $f(0) = 3 \rightarrow$ punto de corte con OY $(0,3)$

$$f(x)=0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \begin{matrix} \nearrow \boxed{1} \\ \searrow \boxed{3} \end{matrix} \rightarrow \text{Corta a OX en } (1,0) \text{ e } (3,0)$$

Se $4 < x \leq 7$ $f(x)=0 \Rightarrow 7-x \Rightarrow x=7 \rightarrow$ **Corta a OX en $(7,0)$**

Monotonía

En $(0,4)$ $f'(x) = 2x-4$; $f'(x)=0 \Rightarrow x=2$ (punto crítico)

$(0, 2)$ $f'(x) < 0 \Rightarrow$ **f decrecente**

$(2, 4)$ $f'(x) > 0 \Rightarrow$ **f crecente**

	$(0, 2)$	$(2, 4)$
x	$x = 1$	$x = 3$
Signo $f'(x)$	$f'(x) < 0$	$f'(x) > 0$

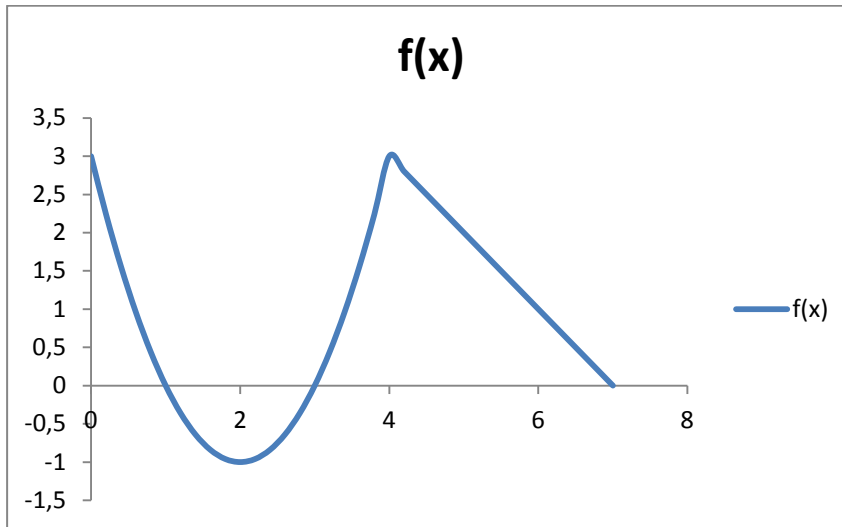
En $(4,7)$ $f(x)=7-x$, recta decrecente **ou ben** $f'(x) = -1 < 0 \Rightarrow$ **f decrecente**

En $x=2$ hai un mínimo $f(2) = -1 \rightarrow (2, -1)$ mínimo

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B



b) Area entre os eixes e $f(x) \geq 0$

$$\text{Área} = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx + \int_3^4 (x^2 - 4x + 3) dx + \int_4^7 (7 - x) dx$$

Aplicamos a regra de Barrow:

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_3^4 + \left(7x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_4^7 \\ &= \left(\frac{1}{3} - 2 + 3 \right) + \left(\frac{64}{3} - 32 + 12 - \frac{27}{3} + 18 - 9 \right) + \left(49 - \frac{49}{2} - 28 + 8 \right) = \frac{43}{6} u^2 \end{aligned}$$

Exercicio 3

Consideramos os sucesos

$$B = \text{lámpada branca} \rightarrow P(B) = \frac{200}{200+150+250} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}$$

$$A = \text{lámpada azul} \rightarrow P(A) = \frac{150}{200+150+250} = \frac{150}{600} = \frac{1}{4}$$

$$V = \text{lámpada vermella} \rightarrow P(V) = \frac{150}{200+150+250} = \frac{150}{600} = \frac{5}{12}$$

$\bar{F}$ = lámpada non funciona

Tamén sabemos que : $P(\bar{F} | B) = 0,01$; $P(\bar{F} | A) = 0,02$; $P(\bar{F} | V) = 0,03$

$$\text{a) } P(\bar{F}) = P(\bar{F} | B) \times P(B) + P(\bar{F} | A) \times P(A) + P(\bar{F} | V) \times P(V) = 0,01 \times \frac{1}{3} + 0,02 \times \frac{1}{4} + 0,03 \times \frac{5}{12} =$$

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

$$= \frac{0,25}{12} = 0,020833$$

$$\text{b) } P(\bar{V} | F) = 1 - P(V | F); P(V | F) = \frac{P(F|V) \times P(V)}{P(F)}$$

$$\text{Calculamos } P(F) = 1 - P(\bar{F}) = 1 - \frac{0,25}{12} = \frac{11,75}{12} \text{ e } P(F|V) = 1 - P(\bar{F} | V) = 1 - 0,03 = 0,97$$

Substituíndo $P(V | F) = 0,4128$

A probabilidade pedida $P(\bar{V} | F) = 1 - 0,4128 = 0,5872$

Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore

Exercicio 4

p = proporción de estudantes que manifestan querer realizar estudos universitarios
mostra $n = 25$

proporción mostrada $\hat{p} = 0,75$

a) IC para p : $(\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$ a un n.c $(1-\alpha)$

$$1 - \alpha = 0,90 \Rightarrow \alpha = 0,10 \Rightarrow \alpha/2 = 0,05 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$$

$$L_1 = 0,75 - 1,645 \sqrt{\frac{0,75 \times 0,25}{25}} = 0,75 - 0,14246 = 0,6075$$

$$L_2 = 0,75 + 1,645 \sqrt{\frac{0,75 \times 0,25}{25}} = 0,75 + 0,14246 = 0,8925$$

A proporción de estudantes que manifestan querer realizar estudos universitarios estará entre $(0,6075, 0,8925)$ a un Nivel de confianza do 90%

c) $p = 0,8$ $n = 100$

A distribución de $\hat{p}$ é $N(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}) = N(0,8, 0,04)$

$$P(\hat{p} > 0,65) = P(Z > \frac{0,65 - 0,8}{0,04}) = P(Z > -3,75) = P(Z \leq 3,75) = 0,9999$$