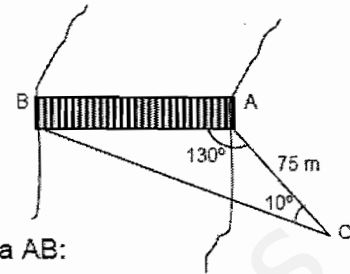


1. Se quiere tender un puente desde A hasta B. El observador se desplaza desde B hasta un punto cualquiera C y mide los datos que aparece en la figura. Calcula la longitud del puente.



Aplicando el teorema del seno, tendremos la distancia AB:

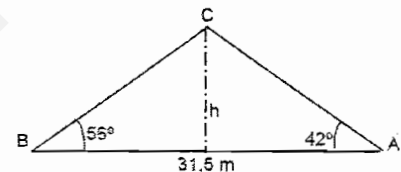
$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$B = 180^\circ - (A + C) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$$AB = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} \rightarrow AB = \frac{75 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 10^\circ} = 20,26$$

La longitud del puente es 20,26 m

2. Un río tiene las dos orillas paralelas. Desde los puntos A y B de una orilla se observa un punto de la orilla opuesta. Las visuales con la dirección de la orilla unos ángulos de 42° y 56° respectivamente. Calcular la anchura del río sabiendo que la distancia AB es 31,5 m.



$$C = 180^\circ - (56^\circ + 42^\circ) = 82^\circ$$

Calculamos el lado AC:

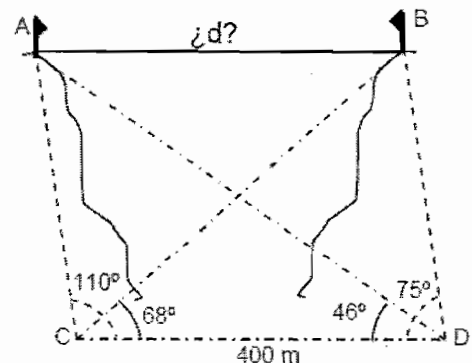
$$\frac{31,5}{\sin 82^\circ} = \frac{AC}{\sin 56^\circ} \rightarrow AC = \frac{31,5 \cdot \sin 56^\circ}{\sin 82^\circ} = 26,37 \text{ m}$$

Calculamos h:

$$\sin 42^\circ = \frac{h}{26,37} \rightarrow h = 26,37 \cdot \sin 42^\circ = 17,64 \text{ m}$$

La anchura del río es de 17,64 m aproximadamente

3. Se desea calcular la distancia entre dos cimas de montañas con objeto de construir un teleférico. Desde el valle se obtiene por medición directa los datos que aparecen en la figura. Calcular la distancia AB

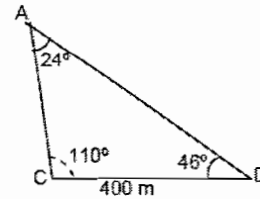


Tomando el triángulo ACD, calculamos el lado AC aplicando el teorema del seno:

$$A = 180^\circ - (46^\circ + 68^\circ) = 24^\circ$$

$$\frac{AC}{\sin 46^\circ} = \frac{CD}{\sin 24^\circ} \rightarrow AC = \frac{400 \cdot \sin 46^\circ}{\sin 24^\circ}$$

$$AC = 707,42 \text{ m}$$

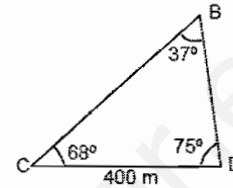


Tomando el triángulo BCD, calculamos el lado CB aplicando el teorema del seno:

$$B = 180^\circ - (42^\circ + 75^\circ) = 37^\circ$$

$$\frac{CB}{\sin 75^\circ} = \frac{CD}{\sin 37^\circ} \rightarrow CB = \frac{400 \cdot \sin 75^\circ}{\sin 37^\circ}$$

$$CB = 642,01 \text{ m}$$



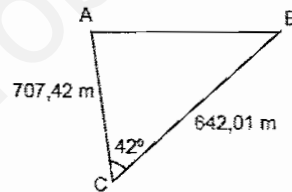
Tomando el triángulo ABC, calculamos el lado AB aplicando el teorema del coseno:

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2 \cdot AC \cdot CB \cdot \cos C$$

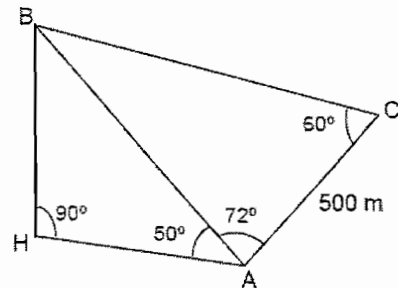
$$AB^2 = 707,42^2 + 642,01^2 - 2 \cdot 707,42 \cdot 642,01 \cdot \cos 42^\circ$$

$$AB = 487,43 \text{ m}$$

es la distancia entre las cimas de las montañas



4. Se desea calcular la altura de la cima B desde el plano horizontal que pasa por A. Para ello se mide el ángulo de elevación de B, 50° . A continuación, se desplaza a un punto C cualquiera obteniendo los datos de la figura.



Se desea calcular la distancia BH.

- Tomando el triángulo ABC, calculamos el lado AB aplicando el teorema del seno:

$$B = 180^\circ - (72^\circ + 60^\circ) = 48^\circ$$

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \rightarrow \frac{500}{\sin 48^\circ} = \frac{AB}{\sin 60^\circ} \rightarrow AB = \frac{500 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 48^\circ} = 582,68 \rightarrow AB = 582,68 \text{ m}$$

- Tomando el triángulo ABH, calculamos el lado BH aplicando la definición del seno:

$$\sin A = \frac{BH}{AB} \rightarrow BH = AB \cdot \sin A = 582,68 \cdot \sin 50^\circ = 446,36 \text{ m}$$

La altura de la cima es 446,36 m.

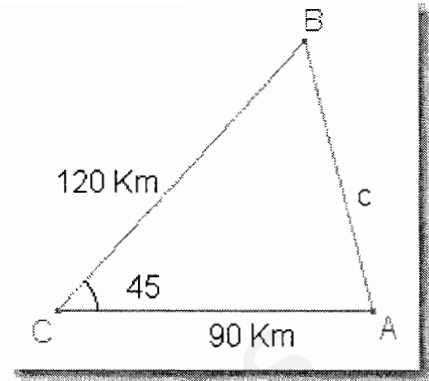
5. Dos móviles parten de un mismo punto y al mismo tiempo por carreteras rectas que forman ángulo de 45° entre sí. El primero lleva una velocidad de 80 Km/h y el otro 60 Km/h. ¿Cuánto distan entre sí al cabo de hora y media de recorrido?

Aplicando el Teorema del coseno se obtiene el lado c:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C} = \sqrt{120^2 + 90^2 - 2 \cdot 120 \cdot 90 \cdot \cos 45^\circ}$$

$$c \approx 85 \text{ Km}$$

Al cabo de hora y media distan unos 85 Km



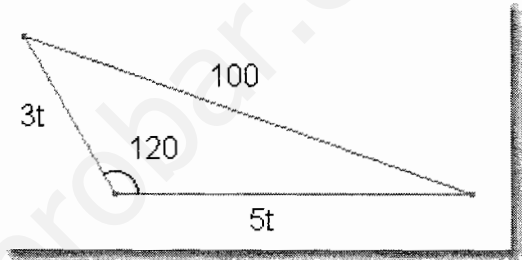
6. Dos móviles parten de un mismo punto y al mismo tiempo por carreteras rectas que forman ángulo de 120° entre sí con velocidades 3 m/s y 5 m/s. ¿Al cabo de cuánto tiempo se habrán apartado entre sí un hectómetro?

Aplicando el Teorema del coseno y teniendo en cuenta que $E = v \cdot t$ se obtiene:

$$100^2 = 9t^2 + 25t^2 - 2 \cdot 3t \cdot 5t \cdot \cos 120^\circ$$

$$10000 = 34t^2 - 30t^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 10000 = 49t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{10000}{49} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{10000}{49}} = \frac{100}{7} \approx 14,5'$$

Al cabo de 14,5 minutos se habrán apartado un hectómetro



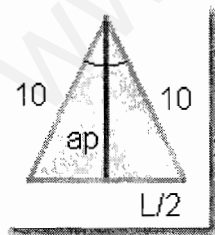
7. Calcular la superficie de un heptágono regular inscrito en una circunferencia de diámetro $d = 20 \text{ cm}$.

Aplicando el Teorema del coseno al triángulo marrón calculamos el valor de L:

$$l^2 = 10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 51^\circ 25' \Rightarrow l^2 = 75,24 \Rightarrow l = \sqrt{75,24}$$

$$l \approx 8,68 \text{ cm}$$

Para calcular la superficie necesitamos conocer el valor de la apotema, pues

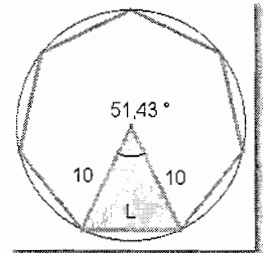


$$S = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{p \cdot ap}{2}$$

Entonces trazando la altura y aplicando el teorema de Pitágoras se tiene:

$$10^2 = ap^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow ap = \sqrt{10^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} = \sqrt{100 - \left(\frac{8,68}{2}\right)^2} \Rightarrow$$

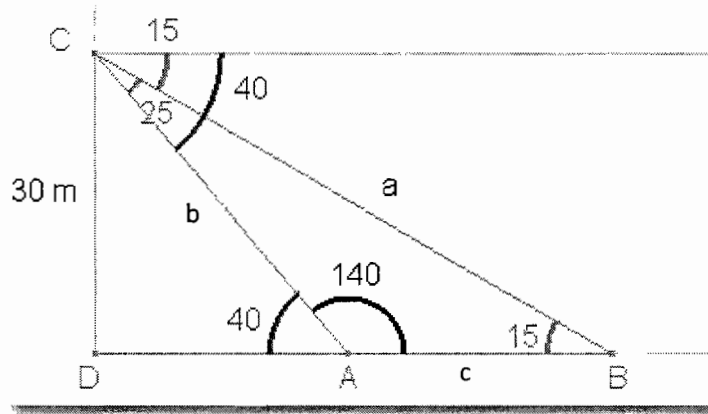
$$ap \approx 10,9 \text{ cm}$$



El perímetro vale: $p = 8,68 \cdot 7 = 60,76 \text{ cm}$

Por tanto el área es: $S = \frac{p \cdot ap}{2} = \frac{60,76 \cdot 10,9}{2} \approx 331,142 \text{ cm}^2$

8. Desde un faro de 30 m de altura se divisa la orilla bajo un ángulo de depresión de 40° y alzando la vista en línea recta un barco bajo un ángulo de depresión de 15° . Calcula la distancia del barco a la orilla.



Aplicamos el teorema del seno:

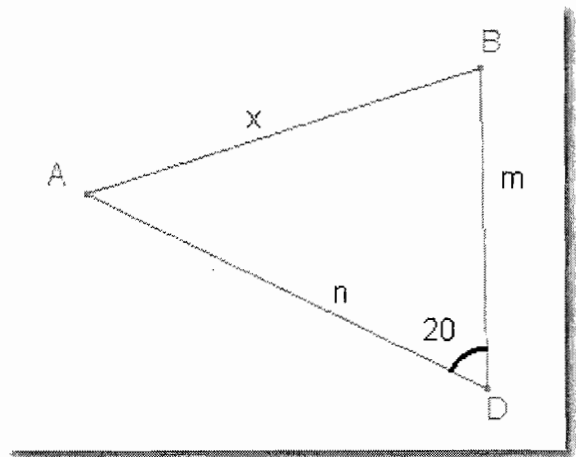
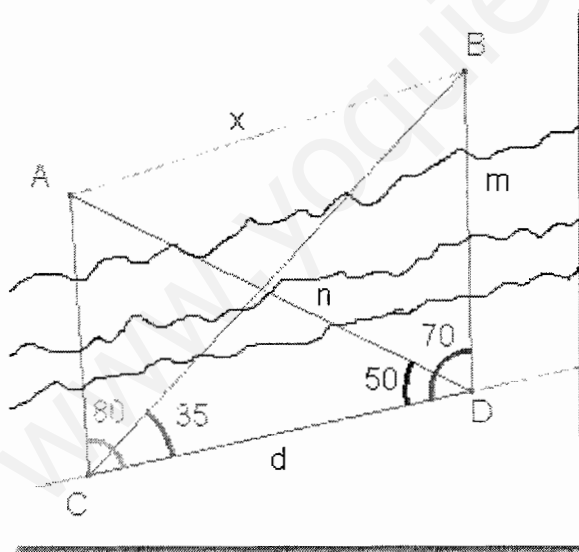
$$\text{Triángulo ADC: } \frac{b}{\sin 90^\circ} = \frac{30}{\sin 40^\circ} \Rightarrow b = \frac{30}{\sin 40^\circ} \approx 46,67 \text{ m}$$

$$\text{Triángulo ABC: } \frac{c}{\sin 25^\circ} = \frac{46,67}{\sin 15^\circ} \Rightarrow c = \frac{46,67 \cdot \sin 25^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 76,26 \text{ m}$$

La distancia del barco a la orilla es de 76,26 m

9. Cálculo de distancias horizontales entre dos puntos A y B inaccesibles. Se tiene que:

$$d = 1000 \text{ m} \quad \alpha = 80^\circ \quad \beta = 35^\circ \quad \gamma = 70^\circ \quad \delta = 50^\circ$$



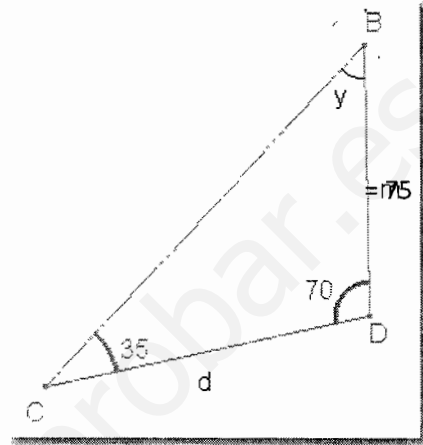
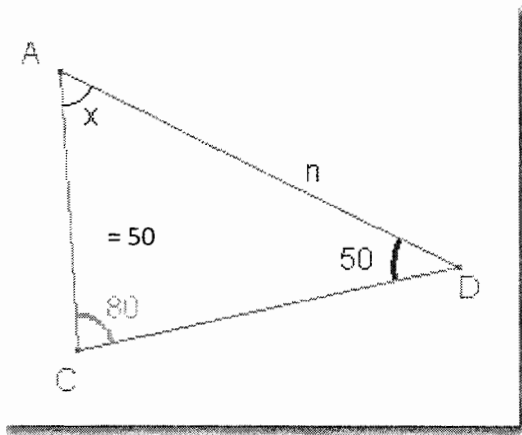
Para calcular x , una vez que conozcamos los valores de " n " y " m " aplicando el teorema del coseno se tendrá:

$$x^2 = n^2 + m^2 - 2 \cdot n \cdot m \cdot \cos 20^\circ \Rightarrow x = \sqrt{n^2 + m^2 - 2 \cdot n \cdot m \cdot \cos 20^\circ}$$

Para conocer los valores de "n" y "m" aplicaremos sucesivamente el teorema del seno:

$$\text{Triángulo ADC: } \frac{1000}{\sin 50^\circ} = \frac{n}{\sin 80^\circ} \Rightarrow n = \frac{1000 \cdot \sin 80^\circ}{\sin 50^\circ} \approx 1285 \text{ m}$$

$$\text{Triángulo DBC: } \frac{m}{\sin 35^\circ} = \frac{1000}{\sin 75^\circ} \Rightarrow m = \frac{1000 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 593 \text{ m}$$

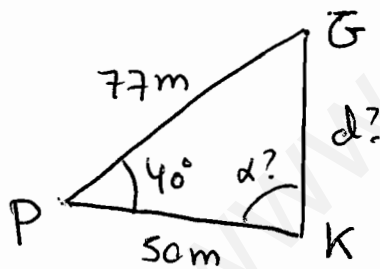


De donde la distancia entre A y B será:

$$x = \sqrt{n^2 + m^2 - 2 \cdot n \cdot m \cdot \cos 20^\circ} = \sqrt{1285^2 + 593^2 - 2 \cdot 1285 \cdot 593 \cdot \cos 20^\circ}$$

$x \approx 755 \text{ m}$ es la distancia pedida.

10. Desde la puerta de un pabellón se ve una gasolinera que está a 77 m y un puesto de prensa que está a 50 m. El ángulo con el que se ve el segmento que une la gasolinera -pabellón- kiosco es de 40° . ¿Qué distancia hay entre el kiosco y la gasolinera?. ¿Bajo qué ángulo veremos el segmento que une el pabellón y la gasolinera?.



Es $d =$ distancia entre la gasolinera y el ~~pabellón~~ $\Rightarrow d = d(G, K)$

- Aplicamos el teorema del coseno para calcular d :

$$d^2 = 77^2 + 50^2 - 2 \cdot 77 \cdot 50 \cos 40^\circ \approx 5929 + 2500 - 51898,54 \approx 2530,46$$

$d = \sqrt{2530,46}$ la $d = d(G, K)$ es de 50'30 m. aproximadamente.

También nos piden $\alpha =$ ángulo bajo el cual vemos el segmento PG desde el kiosco K:

- Aplicamos el teorema del seno: $\frac{77}{\sin \alpha} = \frac{d}{\sin 40^\circ}$

y como $d = 50'30 \text{ m}$ queda: $\sin \alpha = \frac{77 \cdot \sin 40^\circ}{50'30} \Rightarrow \sin \alpha = 0'9839$

luego $(\alpha = \arcsin(0'9839) \approx 79'73^\circ)$ es el ángulo pedido.

11. Un barco está anclado en un punto del mar, equidistante del faro y de la torre de telecomunicaciones, y los ve bajo un ángulo de 45° . Si la torre dista del faro 4 Km, ¿a qué distancia se encuentra el barco?



Es $d = d(B,F) = d(B,T)$

- Para calcular d , aplicamos el teorema del coseno:

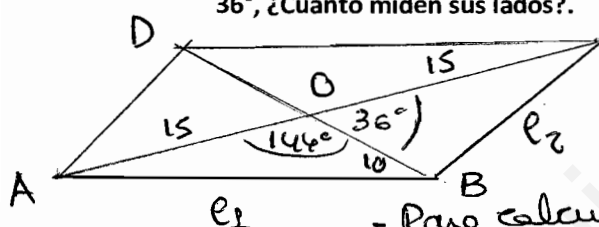
$$4^2 = d^2 + d^2 - 2d^2 \cos 45^\circ \Rightarrow 16 = 2d^2 - 2d^2 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

luego $16 = 2d^2 - \sqrt{2}d^2 \Rightarrow 16 = (2 - \sqrt{2})d^2$, por tanto:

$$d = + \sqrt{\frac{16}{2 - \sqrt{2}}} = + \frac{4}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}} \approx 5.22$$

El barco se encuentra a 5.22 Km del faro F y de la torre T

12. Un paralelogramo tiene por diagonales 30 cm y 20 cm y el ángulo que forman es de 36° , ¿Cuánto miden sus lados?



Calculamos los ángulos:

$$360 - 36 \cdot 2 = 360 - 72 = 288$$

$$\text{y } 288 : 2 = 144^\circ$$

- Para calcular l_1 y l_2 aplicamos el teorema

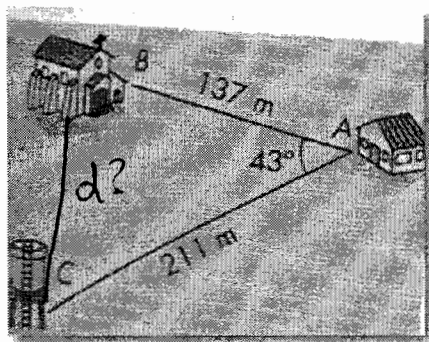
del coseno a los triángulos BOC y AOB:

$$l_1^2 = 15^2 + 10^2 - 2 \cdot 15 \cdot 10 \cdot \cos 144^\circ = 567.705 \Rightarrow l_1 = \sqrt{567.705} \approx 23.82 \text{ cm}$$

$$l_2^2 = 15^2 + 10^2 - 2 \cdot 15 \cdot 10 \cdot \cos 36^\circ = 82.294 \Rightarrow l_2 = \sqrt{82.294} \approx 9.07 \text{ cm}$$

- 13.- Conocemos la distancia de nuestra casa a la iglesia, 137 metros; la distancia de nuestra casa al depósito de agua, 211 metros, y el ángulo, 43° , bajo el cual se ve desde nuestra casa el segmento cuyos extremos son la iglesia y el depósito. ¿Cuál es la distancia que hay de la iglesia al depósito de agua?

- Para calcular d , aplicamos el teorema del coseno:



$$d^2 = 137^2 + 211^2 - 2 \cdot 137 \cdot 211 \cdot \cos 43^\circ = 21.007.517$$

$$d = \sqrt{21.007.517} \approx 144.94 \text{ m. es la distancia entre la iglesia y el depósito.}$$