Función Logarítmica

Una función Logarítmica es una función de la forma

$$\boldsymbol{f(x) = \log_b x}, \qquad \text{donde } \boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^+, \text{ con } \boldsymbol{b \neq 1}$$

El **Dominio** de una función exponencial es el conjunto de los números Reales Positivos $\mathbb{R}^+$

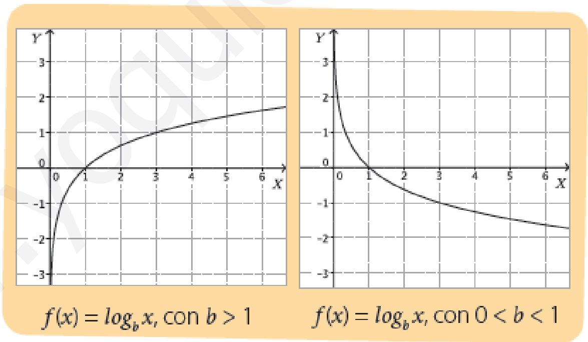
El **Recorrido** lo construye el conjunto de los números Reales $\mathbb{R}$.

La Grafica de la función Logarítmica intersecta al eje X en el punto (1,0)

No intersecta al eje Y, su **asíntota** es $x = 0$. Su Orientación depende del valor de b,

Tal como lo muestra a figura en el ***Figura Nº2***.

Figura Nº2



Logaritmo

Sean dos números reales a y b, siendo $a \neq 1$. El **logaritmo en base *a* de *b*** es el elemento al que hay que elevar el número a para dé como resultado el número b.

$$\log_a b = c \qquad \leftrightarrow \qquad a^c = b$$

Por ejemplo, el **logaritmo** en base 3 de 9 es 2, ya que siendo $a = 3$ y $b = 9$, el número al que hay que elevar 3 para que dé 9 es 2, $3^2 = 9$

$$\log_3 9 = 2 \qquad \leftrightarrow \qquad 3^2 = 9$$

Ejemplo N°2

Evalúa la función Logarítmica $f(x) = \log_2 x$, para los valores: $x = 1, x = 2$ y $x = 4$, grafica e identifica sus elementos.

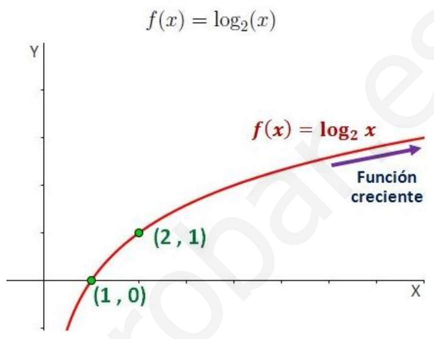
Función logarítmica

$$f(x) = \log_2 x$$

Tabla de valores

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y = \log_2 x}$	$\boldsymbol{y}$
1	$\log_2 1$	0
2	$\log_2 2$	*1*
4	$\log_2 4$	*2*

Grafica



Desarrollo

$\log_2 1 = \mathbf{0}$ $\quad \mathbf{2^0 = 1}$	$\log_2 2 = \mathbf{1}$ $\quad \mathbf{2^1 = 2}$	$\log_2 4 = \mathbf{2}$ $\quad \mathbf{2^2 = 4}$

$\boldsymbol{Dom(f)} = \mathbb{R}^+$

$\boldsymbol{Rec(f)} = \mathbb{R}$

Orientación ; $f(x) = \log_2 x$ $\quad \mathbf{2 > 0}$ Creciente.

Ejercicios de Función Logarítmica

Evalúa para los valores indicados en cada función, grafica e identifica sus elementos.

1. $\mathrm{f(x)} = \log_3 x$ $\qquad x = 1; \quad x = 3; \quad x = 27$

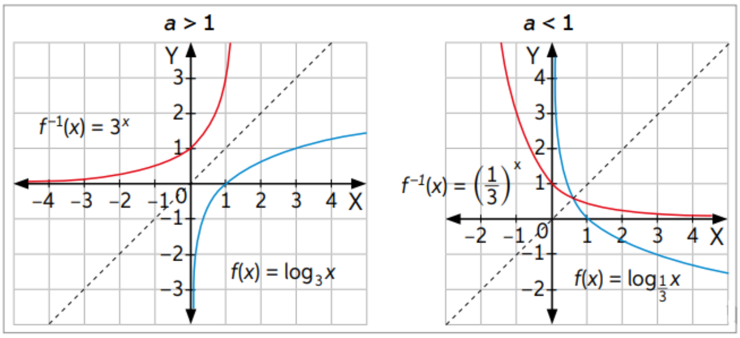
2. $\mathrm{f(x)} = \log_2 x$ $\qquad x = 1; \quad x = 2; \quad x = 64$

3. $\mathrm{f(x)} = \log_{0,5} x$ $\qquad x = 1; \quad x = 0,25 \quad x = 0,12$

Desarrollo páginas 20 y 21 del Cuadernillo de actividades 3º medio

Relación entre Función Logarítmica Y Función Exponencial

La función logarítmica $f(x) = \log_a x$ es la función inversa de la función exponencial $f^{-1}(x) = a^x$. Las gráficas de estas funciones que tienen la misma base son simétricas respecto de la recta y = x.



Recuerda que si f^{-1} es la función inversa de f, se cumple que

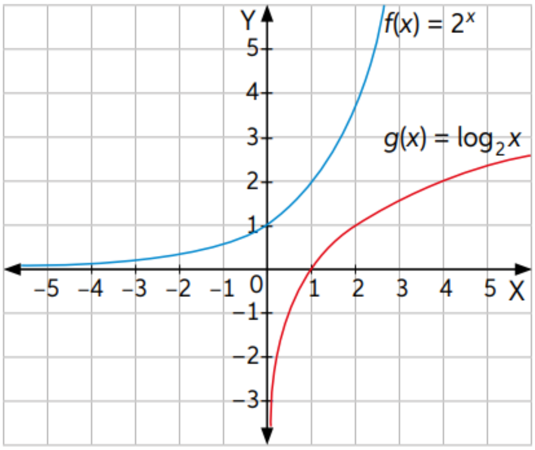
$f: A \to B \Rightarrow f^{-1}: B \to A$

Ejemplo

a. Observa las tablas de valores de cada función y sus gráficas respectivas.

x	$f(x) = 2^x$
−3	$\frac{1}{8}$
−2	$\frac{1}{4}$
−1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

x	$g(x) = \log_2 x$
$\frac{1}{8}$	−3
$\frac{1}{4}$	−2
$\frac{1}{2}$	−1
1	0
2	1
4	2



b. Identifica la gráfica correspondiente a cada función.

c. Fíjate en los valores asignados a las columnas de cada tabla. ¿Qué observas?

d. ¿Cuáles son las intersecciones de las gráficas con los ejes?

e. ¿Cuál es el dominio y el recorrido de ambas funciones? ¿Cómo puedes explicar esta relación? Comenta con tu curso.

Actividad

1. Representa en el plano cartesiano cada función logarítmica y su inversa

a. $f(x) = \log_2 x$	b. $h(x) = \log_4 x$	c. $g(x) = \log x$

2. Determina algebraicamente la función inversa de las siguientes funciones exponenciales. Observa el ejemplo para $f(x) = 3^x$

$$y = 3^x \qquad /log_3$$
$$\log_3 y = \log_3 3^x$$
$$\log_3 y = x$$
$$\log_3 x = y \rightarrow f^{-1} = \log_3 x$$

a. $f(x) = 4^x$	b. $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	c. $g(x) = e^x$