

Fracciones Algebraicas

1.- Utilizando las identidades notables y sacando factor común, simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{15a^3b^2}{5ab^4}$ b) $\frac{121a^4c^5d^7}{11ac^5d^8}$ c) $\frac{7mn^4p^5}{21m^3np^7}$ d) $\frac{8a-16b}{24}$ e) $\frac{42}{18a+24b}$ f) $\frac{14x+21y}{50x+75y}$

g) $\frac{27m-36n}{36m-48n}$ h) $\frac{x^2-x}{xy-y}$ i) $\frac{a^2+2ab+b^2}{3a+3b}$ j) $\frac{m^2-n^2}{m^2+2mn+n^2}$ k) $\frac{m^4n-m^2n^3}{m^3n+m^2n^2}$ l) $\frac{(8p^3q^2)^4}{(16p^2q^2)^3}$

m) $\frac{(12mn^3)^3}{(18m^2n)^4}$ n) $\frac{x^4-1}{3x^2-3}$ ñ) $\frac{2ax-4bx}{3ay-6by}$ o) $\frac{48a}{72ab}$ p) $\frac{25a^2b}{75ab^2}$ q) $\frac{96m^3n^2}{32m^4n}$

r) $\frac{x^2+xy}{xy+y^2}$ s) $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16}$ t) $\frac{9x^2+30x+25}{6x+10}$ u) $\frac{a^2-9}{3a+9}$ v) $\frac{m^2-n^2}{2n-2m}$ w) $\frac{9-a^2}{a^2-3a}$

x) $\frac{y^2-y}{y^3-y^2}$ y) $\frac{x^4+x^3+x^2}{3x^2+3x+3}$ z) $\frac{3x^2-3x}{3x^3-6x^2+3x}$ α) $\frac{x^3-4x}{x^3+4x^2+4x}$ β) $\frac{3ab^2-3b^2}{3b^3-3b^2}$ γ) $\frac{x+1}{1-x^2}$

Sol: a) $\frac{3a^2}{b^2}$ b) $\frac{11a^3}{d}$ c) $\frac{n^3}{3m^2p^2}$ d) $\frac{a-2b}{3}$ e) $\frac{7}{3a+4b}$ f) $\frac{7}{25}$ g) $\frac{3}{4}$ h) $\frac{x}{y}$ i) $\frac{a+b}{3}$ j) $\frac{m-n}{m+n}$ k) $m-n$ l) $p^6 \cdot q^2$ m) $\frac{2^4 \cdot n^5}{3^5 \cdot m^5}$ n) $\frac{x^2+1}{3}$ ñ) $\frac{2x}{3y}$

o) $\frac{2}{3b}$ p) $\frac{a}{3b}$ q) $\frac{3}{mn}$ r) $\frac{x}{y}$ s) $\frac{x-4}{x+4}$ t) $\frac{3x+5}{2}$ u) $\frac{a-3}{3}$ v) $\frac{m+n}{2}$ w) $-\frac{3+a}{a}$ x) $\frac{1}{y}$ y) $\frac{x^2}{3}$ z) $\frac{1}{x-1}$ α) $\frac{x-2}{x+2}$ β) $\frac{a-1}{b-1}$ γ) $\frac{1}{1-x}$

2.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-2x}$ b) $\frac{a^2x^2-1}{a^2x^2+2ax+1}$ c) $\frac{x^2+2ax+a^2}{mx+ma}$ d) $\frac{4x^3-4x}{x^6+x^5}$ e) $\frac{9x-x^3}{x^3+3x^2}$

f) $\frac{x^2-16}{x^2-4x}$ g) $\frac{ax+by}{ax^2+bxy}$ h) $\frac{2x^2-2}{3x^2+6x+3}$ i) $\frac{9-x^2}{x^2-3x}$ j) $\frac{2x+4}{2x-4}$

k) $\frac{x^3-4x}{x^3+x^2-2x}$ l) $\frac{x^3-16x}{4x^3+32x^2+64x}$ m) $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$ n) $\frac{3b^2-15b}{b^2-10b+25}$ ñ) $\frac{a^2-10a}{a^2-100}$

o) $\frac{3x^3-6x^2}{3x^4+24x^3-60x^2}$ p) $\frac{a^2-1}{a^2-a}$ q) $\frac{4x^2-40x+100}{4x^2-100}$ r) $\frac{a^2-25}{a^2+10a+25}$ s) $\frac{4x^4y-8x^3y}{4x^3y^2-8x^3y}$

t) $\frac{x^5-x^3}{x^4-x^2}$ u) $\frac{b^3-b^2}{b^3-b}$ v) $\frac{x^3-4x}{x^3+4x^2+4x}$ w) $\frac{x^2-12x+36}{x^2-36}$ x) $\frac{x^2-2ax+a^2}{x^2-a^2}$

Sol: a) $\frac{x-3}{x}$ b) $\frac{x^2-1}{(x-2)^2}$ c) $\frac{x}{x-4}$ d) $\frac{4(x-1)}{x^4}$ e) $\frac{3-x}{x}$ f) $\frac{x+3}{x+5}$ g) $\frac{1}{x}$ h) $\frac{2(x-1)}{3(x+1)}$ i) $-\frac{x+3}{x}$ j) $\frac{x+2}{x-2}$ k) $\frac{x-2}{x-1}$ l) $\frac{x-4}{4(x+4)}$

m) $\frac{x+1}{x-1}$ n) $\frac{3b}{(b-5)}$ ñ) $\frac{a}{a+10}$ o) $\frac{1}{x+10}$ p) $\frac{a+1}{a}$ q) $\frac{x-5}{x+5}$ r) $\frac{a-5}{a+5}$ s) $\frac{x-2}{y-2}$ t) x u) $\frac{b}{b+1}$ v) $\frac{x-2}{x+2}$ w) $\frac{x+6}{x-6}$ x) $\frac{x-a}{x+a}$

3.- Multiplica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{2x+1}{x^2-4} \cdot \frac{x+2}{x-5}$ b) $\frac{2x+4}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{x+2}$ c) $\frac{9x}{3x-3} \cdot \frac{x^2-1}{3x^2}$ d) $\frac{5x^3}{x+1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x^2+x}$

e) $\frac{2x^2}{x^2-1} \cdot \frac{3x+3}{6x}$ f) $\frac{x^2+2x}{x^3-4x} \cdot \frac{4x^2-16}{3x+6}$ g) $\frac{2x-6}{x^2-4} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-6x+9}$ h) $\left(\frac{3x+3}{x} \cdot \frac{x}{x-5}\right) \cdot \frac{x^2-10x+25}{x+1}$

i) $\frac{3a+3}{12a-12} \cdot \frac{a^2-2a+1}{a^2-1}$ j) $\frac{x^2-9}{x^3-x^2} \cdot \frac{x^4-x^3}{x^2-3x}$ k) $\frac{3x-1}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{2x}$ l) $\frac{2x-1}{x^2+2x} \cdot \frac{x^3+2x^2}{4x}$

Sol: a) $\frac{2x+1}{(x-2)(x-5)}$ b) $\frac{2}{x-3}$ c) $\frac{x+1}{x}$ d) $5x^2$ e) $\frac{x}{x-1}$ f) $\frac{3}{4}$ g) $\frac{2 \cdot (x+2)}{(x-2) \cdot (x-3)}$ h) $3x+15$ i) $\frac{1}{4}$ j) $x+3$ k) $\frac{3x-1}{2x^2-6x}$ l) $\frac{2x-1}{4}$

4.- Divide las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{1}{2x^2} : \frac{x+3}{4x}$ b) $\frac{1}{8x^3} : \frac{4x+2}{3x^5}$ c) $\frac{4x^2}{x+1} : \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$ d) $\frac{x+2}{2x+3} : \frac{x^2-4}{-6x-4x^2}$

e) $\frac{2x^2}{3x^2-3} : \frac{x}{x+1}$ f) $\frac{x-3}{x} : \frac{x^2-9}{x^2+3x}$ g) $\frac{x^2-1}{x^2-4x+4} : \frac{x^2+2x+1}{x^2-4}$ h) $\frac{xy}{x^2-y^2} : \frac{x-y}{y}$

Sol: a) $\frac{2}{x(x+3)}$ b) $\frac{3x^2}{16(2x+1)}$ c) $\frac{4x \cdot (x-1)}{x+1}$ d) $\frac{-2x}{x-2}$ e) $\frac{2x}{3x-3}$ f) 1 g) $\frac{(x-1) \cdot (x+2)}{(x+1) \cdot (x-2)}$ h) $\frac{x}{1-x}$

5.- Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \frac{2x^2-5x}{x^2-9} - \frac{2x^2-4x+3}{x^2-9} & \text{b)} \quad \frac{-3x+1}{x+1} - \frac{5x+1}{x^2+x} & \text{c)} \quad \frac{3}{2x+4} + \frac{2x}{x^2-4} \\ \text{d)} \quad \frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} & \text{e)} \quad \frac{2x}{x^2-4} + \frac{x+1}{4x-8} & \text{f)} \quad \frac{5x^2-4}{x^2-4} + \frac{x-2}{5x+15} \cdot \frac{5x^2+20x+15}{x+2} \\ \text{g)} \quad \frac{2x-1}{3x-3} - \frac{2x^2-6x+4}{3x^2-6x+3} & \text{h)} \quad x - \frac{x^2-1}{x} & \text{i)} \quad \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \\ \text{j)} \quad \frac{x-1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2+2x} + \frac{1}{x-2} & \text{k)} \quad \frac{2}{x^2-16} - \frac{1}{x^2+4x} & \text{l)} \quad \frac{1}{x-2} - \frac{x^2+4x+8}{(x+2)^2(x-2)} + \frac{1}{x^2-4} \end{array}$$

Sol: a) $-\frac{1}{x-3}$ b) $-\frac{3x-1}{x}$ c) $\frac{7x-6}{2x^2-8}$ d) $\frac{2x^2+8}{x^2-4}$ e) $\frac{x^2+11x+2}{4x^2-16}$ f) $\frac{x^2}{x-2}$ g) $\frac{1}{x-1}$ h) $\frac{1}{x}$ i) $\frac{2}{x+1}$ j) $\frac{x^2+5x-4}{x^3-4x}$ k) $-\frac{1}{x(x-4)}$ l) $\frac{1}{(x+2)^2}$

6.- Realiza las siguientes operaciones combinadas:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}\right) & \text{b)} \quad \frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{x-1}{x+1} & \text{c)} \quad \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b}\right) \cdot \frac{a+b}{ab} \\ \text{d)} \quad \frac{xy}{x^2-y^2} : \frac{x-y}{y} + \frac{y}{x-y} & \text{e)} \quad \frac{x-2}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{x+3}{x^2-3x+2} & \text{f)} \quad \frac{x^2-x+9}{x^3-9x} + \frac{1}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x} \\ \text{g)} \quad \frac{4}{x+1} + \frac{x}{x^2+1} + \frac{x+1}{x-1} & \text{h)} \quad \left(1 - \frac{1}{x}\right) : \frac{3x-3}{x^6} + \frac{1}{x} & \text{i)} \quad \left(\frac{2x^2+21}{(x-3)^2} + \frac{7}{x-3}\right) : \frac{2x+7}{x^2-9} \end{array}$$

Sol: a) $\frac{1}{x}$ b) $\frac{2x^3-2x^2-2x}{x^3-2x^2-x+2}$ c) $-\frac{2}{a-b}$ d) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ e) $\frac{x^2+x+11}{x^3-x^2-4x+4}$ f) $\frac{1}{x+3}$ g) $\frac{x^4+7x^3-2x^2+5x-3}{x^4-1}$ h) $\frac{x^6+3}{3x}$ i) $\frac{x(x+3)}{x-3}$

7.- Opera y simplifica:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \frac{d+1}{d-3} + \frac{d}{d+3} - \frac{6d+6}{d^2-9} & \text{b)} \quad \frac{5x+5}{x^2+2x} - \frac{5}{x^2} + \frac{4x-5}{x+2} & \text{c)} \quad \frac{9}{5x} - \frac{5}{2x} + \frac{3}{x} \\ \text{d)} \quad \frac{1}{x^2} \cdot \left(\frac{3x^3-3x^2-4x}{2x-3} - x^2\right) & \text{e)} \quad \left(\frac{-3x^2}{x^2-1} + 4\right) \cdot \left(\frac{x+1}{x^2-4}\right) & \text{f)} \quad \left(\frac{2x}{x-5} : \frac{3x^2}{x^2-25}\right) : \frac{2(x+5)}{x} \\ \text{g)} \quad \left(\frac{1}{x} - 2 + x\right) \cdot \left(\frac{x^3}{x^2-1}\right) & \text{h)} \quad \frac{2(x^3+1)}{x+1} - \frac{x^3-1}{x-1} + \frac{x^3-x}{x^2-1} & \text{i)} \quad \frac{x}{x-2y} - \frac{2xy}{x^2-2xy} + \frac{y}{x} \end{array}$$

Sol: a) $\frac{2d+1}{d+3}$ b) $\frac{4x^3-10}{x^2(x+2)}$ c) $\frac{23}{30x}$ d) $\frac{x^2-4}{x(2x-3)}$ e) $\frac{1}{x-1}$ f) $\frac{1}{3}$ g) $\frac{x^2(x-1)}{x+1}$ h) $(x-1)^2$ i) $\frac{x+y}{x}$

8.- Haz las operaciones indicadas y simplifica:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) & \text{b)} \quad \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{x+y}{x \cdot y}\right) \cdot \frac{2xy}{x+y} & \text{c)} \quad \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ \text{d)} \quad \frac{1+\frac{x}{y}}{\frac{x^2-y^2}{x \cdot y - y^2}} & \text{e)} \quad \frac{\frac{36}{x+y}}{\frac{6}{x-y}} : \frac{\frac{3x}{x+y}}{\frac{1}{x^2-y^2}} & \\ \text{f)} \quad \frac{x^2-4}{a^2-b^2} : \frac{x-2}{a+b} & \text{g)} \quad \frac{2y}{y-1} - \frac{y-1}{3y} - \frac{3-y}{y} & \text{h)} \quad \frac{y}{y-2} - \frac{y}{y^2-3y+2} - \frac{y}{y-1} \\ \text{i)} \quad \frac{2a^2-4ab+2b^2}{3x-6} : \frac{a-b}{4x-8} & & \end{array}$$

Sol: a) 4 b) $\frac{4y}{x+y}$ c) $\frac{3x+1}{x}$ d) 1 e) $\frac{2}{x(x+y)}$ f) $\frac{x+2}{a-b}$ g) $\frac{8y^2-10y+8}{3y^2-3y}$ h) 0 i) $\frac{8a-8b}{3}$

9.- Opera, simplifica si es posible y desarrolla el resultado:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \frac{x^2+2x-3}{x-1} + \frac{3x+1}{2x} - \frac{x^2-2x+1}{3x} & \text{b)} \quad \frac{x-1}{x-1} + \frac{x-1}{x+3} - \frac{x-3}{x+1} & \text{c)} \quad \frac{x-2}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{3}{(x-1)^2} \\ \text{d)} \quad \frac{x^2-1}{x+2} + \frac{3x-3}{x+3} - \frac{x-3}{x^2+5x+6} & \text{e)} \quad \frac{x-2}{x+1} - \frac{x-1}{x+3} + \frac{x+2}{x+1} & \text{f)} \quad \frac{3x}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} - \frac{3x-1}{x^2-1} \end{array}$$

Sol: a) $\frac{4x^2+31x+1}{x^2+3}$ b) $\frac{x^2+4x+11}{x^2+4x+3}$ c) $\frac{2x^3-3x^2-4x-1}{x^3-x^2-x+1}$ d) $\frac{x^3+6x^2+x-6}{x^2+5x+6}$ e) $\frac{x^2+6x+1}{x^2+4x+3}$ f) $\frac{2x^2-x+3}{x^2-1}$