EJERCICIOS de DERIVABILIDAD

Derivabilidad y continuidad:

1. Dada $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ x & \text{si } x < 0 \end{cases}$, se pide: **a)** Estudiar su derivabilidad en x=0 **b)** Representarla.

(Soluc: $\nexists f'(0)$)

2. Ídem con $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+5 & \text{si } x \geq 3 \\ 2x-4 & \text{si } x < 3 \end{cases}$ en x=3 *(Soluc: $\exists f'(3)$)*

3. Estudiar la derivabilidad de f(x)=|x| . Representarla gráficamente. *(Soluc: $\nexists f'(0)$)*

4. Ídem con: **a)** $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+2 & \text{si } x > 1 \\ 4x & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$ **b)** $f(x)=\begin{cases} 3x & \text{si } x \neq 2 \\ 5 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

*(Soluc: **a)** f(x) derivable $\forall x \in \Re - \{1\}$; **b)** f(x) derivable $\forall x \in \Re - \{2\}$)*

5. Estudiar la derivabilidad de las siguientes funciones en los intervalos que se indican:

a) $f(x)=x^2$ en (0,2)

b) f(x)=1/x en (-1,1)

c) $f(x)=\dfrac{x^2-4x}{x+2}$ en (0,4)

d) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-3}{2} & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ 1/x & \text{si } -2 \leq x \leq -1 \end{cases}$ en su Dom(f)

6. Dada $f(x)=\sqrt[3]{x}$, se pide: **a)** Dibujarla. **b)** Estudiar su continuidad y derivabilidad.

7. Estudiar la derivabilidad de la función $f(x)=1-\sqrt[3]{x^2}$ *(Soluc: derivable $\forall x \in \Re - \{0\}$)*

8. **(S)** Estudiar la derivabilidad en x=1 de la función

$$f(x)=\begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

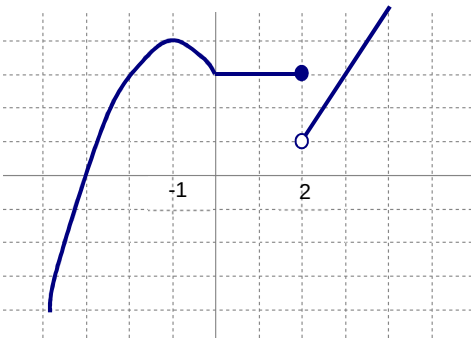
Hacer la gráfica. *(Soluc: no es derivable porque no es continua)*

9. **(S)** Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

¿es derivable en x=0? ¿Es continua en x=0? *(Soluc: no es derivable ni continua en x=0)*

www.yoquieroaprobar.es

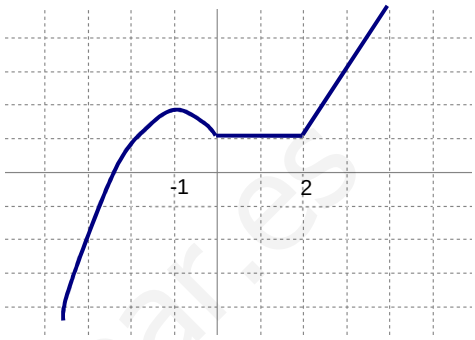


10. En la figura izquierda aparece la gráfica de una función f(x) definida a trozos. Se pide:

a) Estudiar su continuidad.

b) Estudiar su derivabilidad.

c) Hallar f '(-1), f '(0^+), f '(1), f '(2) y f '(3)



11. En la figura derecha se ha representado la gráfica de una función f(x) definida por ramas. Calcular f '(−1), f '(1), f '(2) y f '(3).

12. Dada f(x)=x|x−1|, se pide: **a)** Expresarla como función definida a trozos. **b)** Estudiar su derivabilidad en x=1 **c)** Representarla. *(Soluc: ∄f'(1))*

13. **(S)** Representar gráficamente la función $y=\left|x^2-7x+10\right|$ e indicar en qué puntos no es derivable.

(Soluc: no es derivable en x=2 y x=5)

14. Estudiar la derivabilidad de f(x)=|x−3|+|x|. Representarla. *(Soluc: ∄f'(0); ∄f'(3))*

15. **(S)** Determinar **a** y **b** para que sea continua la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{si } x<0 \\ ax+b & \text{si } 0\le x\le 3 \\ x-5 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

¿La función que resulta es derivable? Representarla gráficamente. *(Soluc: a=−1 y b=1; no derivable)*

16. **(S)** Calcular **a** y **b** para que la siguiente función sea derivable en todo ℜ:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+3x & \text{si } x\le 2 \\ x^2-bx-4 & \text{si } x>2 \end{cases}$$

(Soluc: a=2 y b=−7)

17. **(S)** Hallar **a** y **b** para que la función

$$f(x)=\begin{cases} 2x+a & \text{si } x<-1 \\ ax+b & \text{si } -1\le x<0 \\ 3x^2+2 & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$$

sea continua. Para esos valores de **a** y **b** estudiar la derivabilidad. Representarla gráficamente.

(Soluc: a=b=2; para esos valores es derivable en x=−1 y no lo es en x=0)

18. **(S)** Sea

$$f(x)=\begin{cases} 3x & \text{si } x\le 1 \\ ax^2+b(x-1) & \text{si } x>1 \end{cases}$$

www.yoquieroaprobar.es

¿Para qué valores de **a** y **b** es continua la función? ¿Para qué valores de **a** y **b** es derivable? Representarla gráficamente. *(Soluc: continua para a=3 y ∀b; derivable para a=3 y b=−3)*

19. (S) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3 - ax^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \dfrac{2}{ax} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) ¿Para qué valores del parámetro **a** es continua? *(Soluc: a=1 y a=2)*

b) ¿Para qué valores de **a** es derivable? Representarla en este caso. *(Soluc: Sólo para a=1)*

www.yoquieroaprobar.es